

JAXA 極超音速風洞で用いている気体モデル

渡利 實 (宇宙航空研究開発機構・風洞技術開発センター)

Air Models Used in the JAXA Hypersonic Wind Tunnels

Minoru WATARI

Wind Tunnel Technology Center, Japan Aerospace Exploration Agency

Abstract

Three air models are used in JAXA hypersonic wind tunnel. They are ‘perfect’, ‘thermally perfect’, and ‘real’ models. Thermally perfect model considers an atomic-vibration energy. Real model considers an atomic vibration and an inter-molecular potential energy. The three models were comparatively investigated by program codes. It revealed that thermally perfect or real model has to be used in a precise analysis in hypersonic calculations.

1. 極超音速風洞

極超音速風洞セクションは、マッハ 5, 7, 9 の 0.5m 風洞 (HWT1), マッハ 10 の 1.27m 風洞 (HWT2), および マッハ 10, 12 の 0.44m 衝撃風洞 (HST) を運用している。極超音速風洞の空気は非常に過酷な条件で動かされる。よどみ点圧力は $P_0 = 1 \sim 10\text{MPa}$, よどみ点温度は $T_0 = 600 \sim 1200\text{K}$ と高圧高温であり, それがノズルを通して膨張加速されると測定室での圧力 P_1 は, マッハ 5 の場合 P_0 の 1/1000 に, マッハ 10 の場合は 1/100000 程度に下がり, 温度 T_1 も T_0 の 1/6 \sim 1/20 に急降下する。

この極超音速気流中にピトー管とか, TAT センサーを入れるとその前面には衝撃波が形成され, 衝撃波直後は亜音速になり, それが更に断熱圧縮され, ピトー管の中では再び, よどみ点状態になる。これらの様子を図 1 に示す。変数名に添字 0, 1, 2, 02 を付けて状態を区別する。

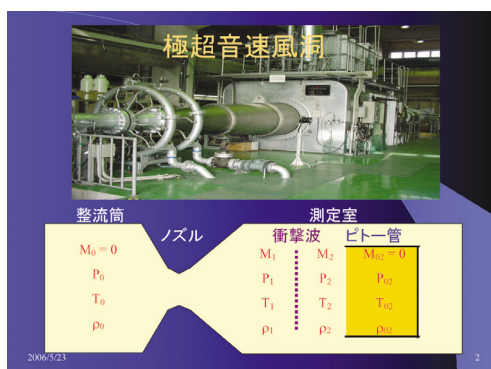


図 1 極超音速風洞の流れ概念図

2. 試験のデータ処理とマッハ数校正

極超音速風洞で力試験を実施し, 力 F_x を測定, 無次元化する場合を考える。

$$C_A = \frac{F_x}{q_1 S} \quad (1)$$

必要になる動圧 q_1 は極超音速風洞ではよどみ点での測定量とマッハ数から算出する。例えば, 空気を完全気体と仮定した場合は, よどみ点圧力 P_0 とマッハ数 M_1 から次式を用いて算出する。

$$\frac{q_1}{P_0} = \frac{\gamma}{2} M_1^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2)$$

よどみ点圧力 P_0 は整流筒で測定可能である。マッハ数 M_1 は予めピトー管を用いたマッハ数校正試験をし, そのノズルで実現できるマッハ数を検定しておく。例えば, 空気を完全気体と仮定した場合は, 次のようにピトー圧とよどみ点圧力の比はマッハ数の関数として表わすことができるため, この関係を逆に使ってマッハ数を推定する。

$$\frac{P_{02}}{P_0} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} M^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{-\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3)$$

3. 三つの気体モデル

前節の例では完全気体を仮定したが、極超音速風洞では要請される精度に応じ三つの気体モデルを使い分けている。気体モデルを定義するためには二つのことを明らかにしなければならない。ひとつは温度、密度、圧力の関係で、いわゆる状態方程式である。他は、分子にエネルギーがどのように蓄えられるか、分子自身の懐の深さで、一般的には比熱で表現する。

簡潔で一番見通しが良いモデルは完全気体 (Perfect と呼称) である。しかし、極超音速風洞のように高压高温の空気になると、そのような理想的な扱いでは誤差が大きくなる。HWT1, HST では文献⁽¹⁾で Thermally Perfect と呼ばれているモデルを、HWT2 では所謂 Beattie-Bridgeman モデル (Real と呼称) といわれるもの⁽²⁾を用いている。それらのモデルの間にどれほどの差があるのか、原典に遡って調査をし、プログラムを作成、様々な角度から検討したので報告する。

4. Perfect モデル

空気の主成分である窒素、酸素の 2 原子分子を前提としてモデルを構築する。

分子間のエネルギー伝達は衝突のみ、ぶつかり合うことで局所的には常に平衡状態にあることを仮定している。分子の持つエネルギーとしては、分子の並進運動 3 自由度、および回転運動 2 自由度、の計 5 自由度を考慮し、分子間衝突によってエネルギーがこの 5 自由度に均等に配分されると考える。状態方程式、等容比熱、等圧比熱は次式になる。

$$P = \rho RT \quad (4)$$

$$c_{v,perf} = \frac{5}{2} R \quad (5)$$

$$c_{p,perf} = \frac{7}{2} R \quad (6)$$

5. Thermally Perfect モデル^(1,5)

分子のエネルギー自由度として、並進、回転自由度に、分子を構成している原子間の振動を追加する。状態方程式は完全気体と同じであるが、原子間振動レベルは温度に依るため比熱は温度 T の関数になる。

$$P = \rho RT \quad (7)$$

$$c_v = c_{v,perf} + c_{vib} \quad (8)$$

$$c_p = c_{p,perf} + c_{vib} \quad (9)$$

ここで、振動エネルギーによる比熱 c_{vib} は次式で表わされる。 θ は原子振動の代表温度で空気の場合 3055K である。

$$c_{vib} = \left(\frac{\theta}{T} \right)^2 \frac{\exp(\theta/T)}{[\exp(\theta/T) - 1]^2} R \quad (10)$$

6. Real モデル^(3,4,6)

Thermally Perfect モデルに、分子の大きさの補正、分子間ポテンシャルの効果を追加する。したがって、エネルギー伝達は衝突しなくても近接するだけで行われる。分子が密に存在する程、すなわち、圧力が高く、温度が低い程、この効果は大きくなる。Beattie と Bridgeman は理詰めで次の状態方程式の形を決め、その中にある定数 A_0, B_0, a, b, c を実験結果にマッチするように定めた。

$$P = \rho^2 RT \left(1 - \frac{c\rho}{T^3} \right) \left[\frac{1}{\rho} + B_0(1-b\rho) \right] - A_0 \rho^2 (1-a\rho) \quad (11)$$

定容比熱も、定圧比熱も、圧力、温度の複雑な関数になる。

$$c_v = c_{v,perf} + c_{vib} + c_{pot} \quad (12)$$

$$c_p = c_v + \frac{T}{\rho^2} \frac{(\partial P / \partial T)_\rho^2}{(\partial P / \partial \rho)_T} \quad (13)$$

7. 極超音速流れ計算

よどみ点状態からノズルを通しての加速、衝撃波の横断、そしてピトー管で再びよどみ点状態へ減速、といった 3 過程の流れ計算は気体モデルは違っても、以下のよう共通である。

ノズルでの加速計算は一次元等エントロピー変化を仮定して 5 変数 (M, P, T, ρ, A) の変化を次の 5 個の関係をを用いて解く。ここで A はノズル断面積である。

質量保存

運動量保存

エネルギー保存

状態方程式

等エントロピー条件

もし、断面積を与えず、マッハ数を既与とする時には、質量保存を省く。

衝撃波を横断する場合、衝撃波前後の 4 変数 (M, P, T, ρ) の関係は保存式 3 個、状態方程式 1 個、の計 4 式

を用いて解く。

衝撃波後の状態からよどみ点状態に至る 4 変数 (M , P , T , ρ) の変化は、等エントロピー変化であるからノズル加速計算の関係を始点と終点を交換すれば、そのまま適用できる。

8. プログラム

プログラム作成に直接参照した論文^(1,3,4)の単位系は ft, lb, psi, Btu 系で、特に Real モデル検討のために直接参照した AEDC 論文^(3,4)は論旨展開が非常に難解であった。それを単位は国際単位系で統一、式の展開もスッキリさせ、非線形方程式を使って解く部分は、もともとの保存則から再構築しなおした。

Perfect モデルは測定部のマッハ数 M_1 を与えれば全てが解析式で与えられるためプログラムは非常に簡単である。

Thermally Perfect モデルは衝撃波を横切る関係を求める時に非線形の方程式を解かなくてはならず、繰り返し計算が必要となり、若干、工夫を要する。

Real モデルは等エントロピー加減速計算にも衝撃波を横切る計算にも非線形方程式を解く部分があり、繰り返し計算を必要とする。

コーディングシーケンスは以下の通りである。下線部が入力である。

$$\begin{aligned}
 & \text{Perfect} \left(\frac{M_1}{T_0}, \frac{T_1}{\rho_0}, \frac{P_1}{P_0}, \frac{q_1}{P_0}, M_2, \frac{T_2}{T_1}, \frac{P_2}{P_1}, \frac{P_2}{P_0}, \frac{P_{02}}{P_0}, \frac{\rho_{02}}{\rho_0} \right) \\
 & \text{ThermPe} \left(\frac{T_0}{M_1}, \frac{T_1}{\rho_0}, \frac{P_1}{P_0}, \frac{q_1}{P_0}, M_2, \frac{T_2}{T_1}, \frac{P_2}{P_1}, \frac{P_2}{P_0}, \frac{P_{02}}{P_0}, \frac{\rho_{02}}{\rho_0} \right) \\
 & \text{RealGas} \left(\frac{T_0}{P_0}, M_1, \frac{T_1}{\rho_0}, \frac{P_1}{P_0}, \frac{q_1}{P_0}, M_2, \frac{T_2}{T_1}, \frac{P_2}{P_1}, \frac{P_2}{P_0}, \frac{P_{02}}{P_0}, \frac{\rho_{02}}{\rho_0} \right)
 \end{aligned} \quad (14)$$

おおよそのステップ数は以下の通りである。

Perfect	20 ステップ
Therm. Perf	60 ステップ
Real	180 ステップ

9. 三つのモデルの比較

三つのモデルの比較を示す。図 2 はピトー圧とよどみ点圧力の比 P_{02}/P_0 の例である。

Perfect モデルを基準に Thermally Perfect モデルがどれくらい違うか、よどみ点温度 T_0 が 400K ~ 2000K の 5 ケースについて示す。マッハ数 5 以上はほとんど一定で、1200K では Thermally Perfect モデルは Perfect モデルの 92 % である。

Real モデルと Perfect モデルの比については、よどみ点温度 T_0 が 400K と 1200K の場合についてのみ、よどみ点圧力 P_0 を 2, 4, 6, 8, 10MPa と変化させた例を示す。同様にマッハ数 5 以上はほとんど一定で 1200K, 4MPa では Real モデルは Perfect モデルの 93 % である。

すなわち、Perfect モデルと他の二つのモデルとでは 8 % 程度の差があり、Thermally Perfect モデルと Real モデルとでは 1 % 程度の差である。ピトー圧が校正マッハ数に及ぼす感度は 0.2 ~ 0.3 であるから 8 % の差はマッハ数では 2 % 程度の差に、Thermally Perfect モデルと Real モデルの差 1 % は校正マッハ数としては 0.2 ~ 0.3 % 程度の差になる。マッハ数校正は最低限 Thermally Perfect モデルで行うべきと考える。

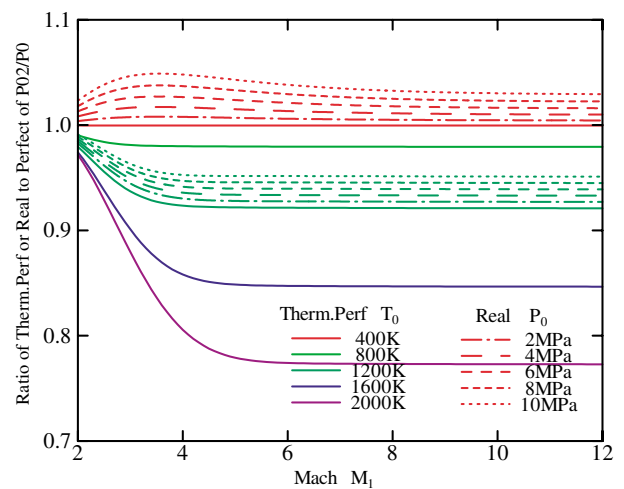


図 2 P_{02}/P_0 に関する Thermally Perfect および Real モデルの Perfect モデルに対する比

10. 近似式

気体計算には非線形連立方程式を解く必要があり面倒くさい、という人のために Thermally Perfect モデルについてはマッハ数 $M_1 = 4 \sim 12$ 、よどみ点温度 $T_0 = 400\text{K} \sim 2000\text{K}$ をカバーする多項式近似式を作成した。ピトー圧とよどみ点圧力の比 P_{02}/P_0 の例について示す。元の気体計算結果に対する近似式の載り具合は図 3 に示すとおりである。

$$\begin{aligned}
 & \frac{(P_{02}/P_0)_{\text{therm.perf}}}{(P_{02}/P_0)_{\text{perfect}}} \\
 & = 0.95725 + 2.0344 \times 10^{-4} T_0 - 2.7659 \times 10^{-7} T_0^2 \\
 & + 7.4220 \times 10^{-11} T_0^3 - 4.8955 \times 10^{-15} T_0^4 \\
 & + (-26.665 + 0.11664 T_0 - 1.5328 \times 10^{-4} T_0^2 \\
 & + 5.3386 \times 10^{-8} T_0^3 + 9.2798 \times 10^{-12} T_0^4) \times \exp(-2.131 M_1) \\
 & + (0.004928 - 3.1347 \times 10^{-5} T_0 + 6.0815 \times 10^{-8} T_0^2 \\
 & - 3.3588 \times 10^{-11} T_0^3 + 6.1489 \times 10^{-15} T_0^4) \times \exp(-0.47626 M_1)
 \end{aligned} \quad (15)$$

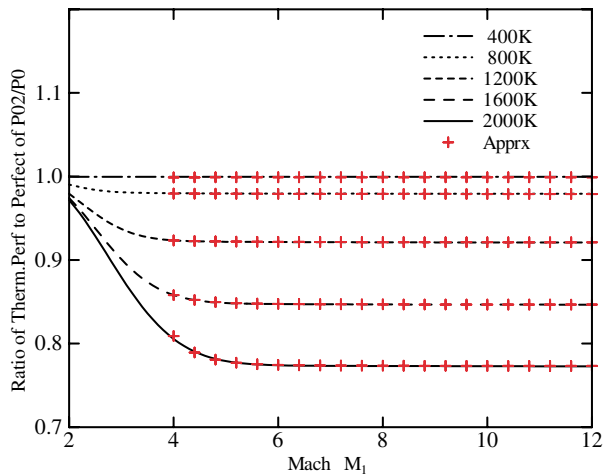


図3 P_{02} / P_0 に関する Thermally Perfect モデルと Perfect モデルの比および近似多項式結果

11. まとめ

極超音速風洞で用いている三つの気体モデルを明らかにし、プログラムを作成、それらの差を明らかにした。必要とされる解析精度に応じたモデルを選択して使用することは当然である。Perfect モデルと他の二つのモデルとでは8%程度の差があり、精度を求める解析であれば最低限 Thermally Perfect モデルを使うべきである。

Real 気体モデルと Thermally Perfect モデルの差は1%程度である。極超音速風洞としてはどちらかのモデルで統一したい、と考えている。

参考文献

- [1] Ames Research staff, Equations, tables, and charts for compressible flow. NACA Report 1135 1953
- [2] A.H.Boudreau, Performance and Operational Characteristics of AEDC/VKF Tunnel A, B, and C, AEDC-TR-80-48 (1981)
- [3] R.E.Randall, Thermodynamic properties of air: Tables and Graphs derived from the Beattie-Bridgeman equation of state assuming variable specific heats, AEDC-TR-57-8 (1957)
- [4] R.E.Randall, Thermodynamic properties of gases: Equations derived from the Beattie-Bridgeman equation of state assuming variable specific heats, AEDC-TR-57-10 (1957)
- [5] E.H.Kennard, Kinetic Theory of Gases, McGraw-Hill (1938)
- [6] J.A.Beattie and O.C.Bridgeman, A New Equation of State for Fluids, Proc. American Acad. of Arts and Sciences, Vol.63, No.5 (1928)