

イオン風中の帯電微粒子近傍におけるイオンの軌道計算

眞 銅 雅 子*, 中 村 良 治, 石 原 修*

Study of ion trajectories near a dust particle in ion wind

By

Masako SHINDO*, Yoshiharu NAKAMURA and Osamu ISHIHARA*

Abstract: Ion trajectories around a spherical dust particle with negative charge in ion flow are investigated analytically by solving velocity equations including a hydrodynamic term. When the dust charge is larger than a critical value, ions turn back onto the dust surface in downstream region. The present model is used to evaluate the cross sections for absorbed ions as functions of dust charge and ion flow velocity.

Key words: dust plasma, dust charge, ion trajectory, cross section, ion drag force

1. はじめに

実験室のプラズマ中にイオン流が存在する場合、微粒子やプローブの近傍では流れが変化し、物体に流れ込むイオン量もまた変化すると考えられる。これは、宇宙におけるイオン風による宇宙船の帯電と共通した物理をほらみ、興味深い問題である。Melandso and Goree [1] は二流体モデルを用いた数値シミュレーションにより、超音速イオン流中に置かれたデバイ長程度の半径を持つ微粒子近傍ではウェイクと呼ばれるイオンの低密度領域とそれに続く高密度領域が現れることを示した。一方、Hutchinson [2] が PIC シミュレーションを用いて示した Mach プローブの下流側におけるイオンフラックスが上流側よりも大きくなるという現象は、プラズマの流れを観測する場合には軽視できない。

プラズマ中では微粒子の表面に流れ込む電子電流とイオン電流とが釣り合い、微粒子の表面電位は浮遊電位の状態を保つ。実験室プラズマにマイクロサイズの微粒子を投入した場合、微粒子は一般にマイナス数Vから数10Vの浮遊電位を持ち、従って負に帯電することになるが、その電荷量は $Q \sim -10^4 e$ と非常に大きいことが知られている。また、微粒子間のクーロンエネルギーが微粒子の熱エネルギーより十分大きくなる条件を揃えてやると、微粒子同士がクーロン結晶を形成する様子が1994年以降多数観測されている [3-5]。クーロン結晶は地上実験ではプラズマ-シース境界領域で観測されるのが一般的であり、そこでは亜音速から超音速のイオン流がクーロン結晶形成に影響を及ぼすことになる。ゆえに微粒子間にはクーロン斥力のみならず、イオンドラッグ力 [6,7] やウェイク場形成にともなう力 [8] などが作用していると考えられている。イオンドラッグ力は、微粒子表面に吸収されるイオンがその運動量を微粒子に移すことで微粒子に与える力(collection force)と、吸収はされないが軌道を変化させるイオンが与える力(scattering force)との和を指す。ウェイクとは上述したように、微粒子の下流領域にポテンシャル揺動が出現する現象で、上流側と下流側の微粒子の位置関係がウェイク場に左右される。

以上のように微粒子間相互作用にはイオン流の作用が大きく介在しており、微粒子近傍でのイオンの振舞いを詳細に調べる必要がある。そこで本研究では、イオンが非圧縮性の一様流体の速度成分を持つと仮定し流体項を含んだ速

* Yokohama National University

度方程式を解くことにより，微粒子近傍におけるイオンの軌道を詳細に調べるモデルを提唱し，微粒子に吸収されるイオンの衝突断面積および微粒子に与える力について議論する．

2. モデル

半径 a ，電荷 $Q < 0$ の荷電微粒子が原点に静止している系を考える（図 1）．微粒子の電荷 Q は時間によらず一定とする．系には外部から z 軸方向の静電場 E_0 が印加されており， z 軸方向には十分遠方での速度が V となるような一様なイオン流が存在する．外部電場の作用により微粒子には z 軸方向に電気双極子モーメント p が誘起されている．このとき，荷電微粒子近傍を運動するイオンの速度は，

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_E + \mathbf{u} \quad (1)$$

と表わされる． v_E は，方向の外部静電場 $E_0 = E_0 \mathbf{e}_z$ とそれによって励起される分極電場 E_d ，および微粒子電荷によるクーロン場 E_c によって生じる速度である．すなわち，

$$\mathbf{v}_E = \mu(\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_C) = \mu \left[\mathbf{E}_0 - \nabla \left(\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_r}{r^2} \right) - \frac{|Q| \mathbf{e}_r}{r^2} \right] \quad (2)$$

ここで， μ はイオンの移動度， \mathbf{e}_r は r 方向の単位ベクトルである．一方， $\mathbf{u} = \mathbf{u}(r)$ は z 方向に流れる一様な非圧縮性流体の速度で $\nabla \cdot \mathbf{u}(r) = 0$ を満たし，Stokes の流れ関数 ψ によって表わされる [9]；

$$\psi(r, \theta, V) = -\frac{V}{2} r^2 \sin^2 \theta \left(1 - \frac{3}{2} \left(\frac{a}{r} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \right) \quad (3)$$

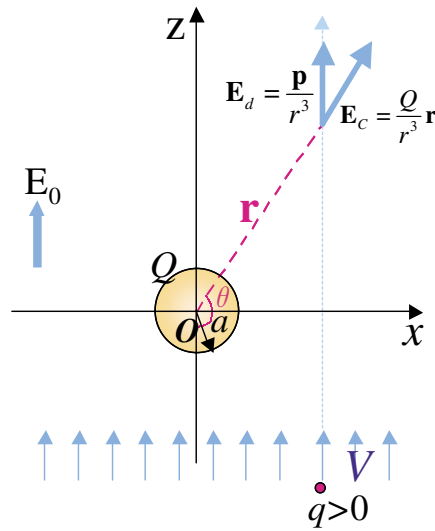


図 1 系の概念図

運動方程式に含まれる 2 つの物理量，すなわち微粒子電荷 Q および流体速度 V を評価するために，さらに 2 つの物理量 Q_0 および V_0 を導入した；

$$Q_0 = -E_0 a^2, \quad V_0 = \mu E_0 \quad (4)$$

微粒子表面に到達したイオンが微粒子表面に吸収される条件 $v_r(r=a)$ は $|Q/Q_0| > 3$ を与える．すなわち， $|Q/Q_0| > 3$ のときイオンの軌道は微粒子電荷によるクーロン力を受けて大きく湾曲することになる．また $V/V_0 > 1$ のとき十分遠方でのイオンの速度は外部電場ではなく流体速度に支配されることを意味する．

速度方程式 (1) を計算すると、イオン軌道を与える以下の方程式を得る。

$$-2\psi + \left(\left(\frac{r}{a} \right)^2 + \frac{2}{r/a} \right) \sin^2 \theta - 2 \left| \frac{Q}{Q_0} \right| \cos \theta = K \quad (5)$$

ここで K は定数である。以下の節では、この方程式を用いてイオンの軌道と衝突断面積について議論する。

3. イオン軌道

イオン流の遠方での速度が $V/V_0 = 1$ および 10 、微粒子の電荷が $|Q/Q_0| = 0.1, 3, 10$ の場合に、方程式 (5) より得られるイオンの軌道を図 2 に示す。

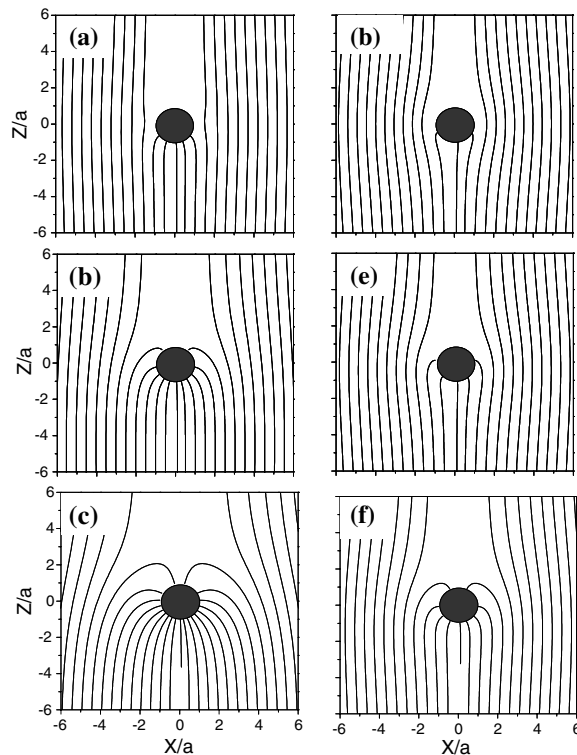


図 2 式 (5) より得られるイオンの軌道. (a) $V/V_0 = 1, |Q/Q_0| = 0.1$ (b) $V/V_0 = 1, |Q/Q_0| = 3$ (c) $V/V_0 = 1, |Q/Q_0| = 10$ (d) $V/V_0 = 10, |Q/Q_0| = 0.1$ (e) $V/V_0 = 10, |Q/Q_0| = 3$ (f) $V/V_0 = 10, |Q/Q_0| = 10$ の場合.

微粒子の電荷が小さいときは、イオンは直線的に流れ微粒子の上流側表面のみにおいて吸収される (図 2a, 2d). 上流側から流れてきたイオンは微粒子の下流領域に入り込むことはないため、下流領域にはイオンの軌道が見られずイオン密度の低い領域が現れる. $|Q/Q_0| = 3$ でイオンは微粒子の下流側にも吸収され始め (図 2b, 2e), さらに電荷が大きくなると、微粒子の下流側表面に吸収されるイオンの量は衝突断面積とともに増加する (図 2c, 2f). 下流側表面に吸収されるイオンは微粒子に $-z$ 方向の力を与えると考えられる. 一方, $V/V_0 = 1$ では Stokes の流れ関数で表されるような軌道は見られないが, $V/V_0 = 10$ と流れの作用が大きくなると微粒子近傍では微粒子を避けて流れるような軌道が見える. 同じ点 (例えば $(x, z) = (4, -10)$) を出発したイオンでも, $V/V_0 = 1$ の場合には微粒子に吸収され $V/V_0 = 10$ の場合には吸収されない. すなわちイオンの流れが速くなると衝突断面積は小さくなることが予測される.

4. 衝突断面積と微粒子に及ぼす力

3 節では、微粒子の電荷が閾値 $|Q/Q_0| = 3$ を超えると、下流側で微粒子に戻るイオンの軌道が現れることを示した。

ここでは微粒子表面に衝突するイオンの衝突断面積を求める。

微粒子表面に到達する軌道のうち最外軌道上を運動するイオンは、微粒子表面において径方向の速度がゼロとなる。この条件を式 (1) に適用すると、最外軌道が表面に到達したときの座標 (r_c, θ_c) については

$$r_c = a, \quad \cos \theta_c = -(1/3)|Q/Q_0| \quad (6)$$

と表される。 $|Q/Q_0| \geq 3$ の場合には $\theta_c = \pi$ でなければならない。次に式 (1) において最外軌道の終点を (6) 式で表される座標におき、始点を $z \rightarrow -\infty$ に求めると、始点における座標、すなわち衝突断面積は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{a}\right)^2 &= \frac{(3+|Q/Q_0|)^2}{3(1+V/V_0)} \quad \text{for } |Q/Q_0| < 3 \\ \left(\frac{x}{a}\right)^2 &= \frac{4|Q/Q_0|}{1+V/V_0} \quad \text{for } |Q/Q_0| \geq 3 \end{aligned} \quad (7)$$

図 2 に既に示したように、 $|Q/Q_0|$ の値が大きくなると比較的遠方を運動するイオンでも微粒子に引き寄せられ、また V/V_0 の値が大きくなると、遠方を運動するイオンは微粒子電荷から引力を受けつつも流れに乗じて $+z$ 方向に運動してしまうものが増える。

微粒子表面に到達するイオンが微粒子に与える運動量から、微粒子にはたらくイオンドラッグ力のうち collection force について評価することができる。 x 方向の力は対称性の仮定からゼロとなるが、 z 方向の力は以下の積分で計算できる。

$$F_z = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_c} m v_z n v_z a^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (8)$$

ここで、 n, v_z は $r = a$ で評価される値を使う。また n, v_z は微粒子に吸収されるイオン流束を微粒子近傍のイオン密度と速度とで表したものである。流束保存が成り立つとすれば、 z 方向の collection force は十分遠方でのイオン密度を n_0 として

$$F_z = \begin{cases} 2\pi m n_0 V_0 (V + V_0) a^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left| \frac{Q}{Q_0} \right| - \frac{1}{54} \left| \frac{Q}{Q_0} \right|^3 \right] & \text{for } \left| \frac{Q}{Q_0} \right| < 3 \\ 4\pi m n_0 V_0 (V + V_0) a^2 & \text{for } \left| \frac{Q}{Q_0} \right| \geq 3 \end{cases} \quad (9)$$

と求められる。微粒子の電荷が大きくなると F_z はイオン流速度で決まる値で飽和する。 $T_e = 2\text{eV}$, $n_0 = 10^{10}\text{cm}^{-3}$ の Ar プラズマに発生した $E_0 = 10\text{V/cm}$ のシース電場中に半径 $a = 10\mu\text{m}$ の微粒子が置かれたとすると、イオン流速度 V が音速程度ならば $F_z \sim 10^{-10}\text{N}$ が得られ、過去に参考文献 [6] および [7] で計算されたよりも少し大きな値を得た。

5. 微粒子が 2 つの場合

微粒子がイオン流に沿って 2 つ並んだ場合は、軌道を解析的に求めることはできないが、式(1)を数値的に積分することによって軌道を得ることができる。 $V/V_0 = 1, |Q/Q_0| = 10$ のとき、微粒子間距離を $d/a = 5$ と固定したときのイオンの軌道を図 3 に示す。

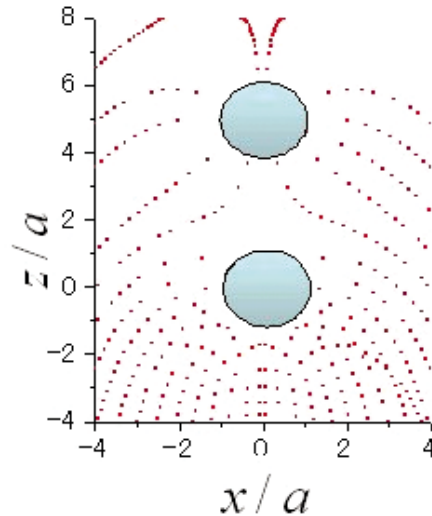


図3 $V/V_0 = 1$ の場合に $|Q/Q_0| = 10$ の電荷を持つ2つの微粒子がイオン流に沿って $d/a = 5$ の距離を置いて並んだときのイオンの軌道。

$z/a = 0$ に置かれた微粒子に吸収されないイオンの一部は $z/a = 5$ に置かれた微粒子に吸収されるが、2つの微粒子間にはイオンの流れがほとんどない領域が形成され、双方の微粒子にはたらくイオンドラッグ力にはアンバランスが生じると推測される。実際にはイオンドラッグ力のみならず重力やクーロン斥力との釣り合いで微粒子間距離が定まるため、より詳細な議論が必要であるが、定性的には妥当な計算を示していると考えられる。

6. まとめ

流体項を含んだイオンについての速度方程式を解くことにより、有限サイズの半径を持つ負に帯電した微粒子近傍におけるイオンの軌道を得ることができた。微粒子電荷が大きい場合 ($|Q/Q_0| \geq 3$) には、イオンは微粒子の下流で微粒子に戻る軌道を描くことが分かった。速度方程式より導かれた軌道方程式に関する詳細な議論から、微粒子に吸収されるイオンの衝突断面積、および微粒子にはたらくイオンドラッグ力の一部を計算した。2つの微粒子がイオン流に沿って配置されたときのイオン軌道は、速度方程式を数値的に積分することによって求めることができ、イオン軌道を追うことで微粒子間相互作用を論じられる可能性を示した。

参考文献

- [1] F. Melandso and J. Goree, "Polarized supersonic plasma flow simulation for charged bodies such as dust particles and spacecraft", Phys. Rev. E, Vol. 52, p.5312, 1995.
- [2] I. H. Hutchinson, "Ion collection by a sphere in a flowing plasma: 2. non-zero Debye length", Plasma Phys. Control. Fusion, Vol.45, p.1477, 2003.
- [3] H. Chu and L. I, "Direct observation of Coulomb crystals and liquids in strongly coupled rf dusty plasmas", Phys. Rev. Lett., Vol.72, p.4009, 1994.
- [4] H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel, J. Goree, B. Feuerbacher and D. Mohlmann, "Plasma Crystal: Coulomb Crystallization in a Dusty Plasm", Phys. Rev. Lett., Vol.73, p.652, 1994.
- [5] Y. Hayashi and K. Tachibana, "Observation of Coulomb-Crystal Formation from Carbon Particles Grown in a Methane Plasma", Jpn. J. Appl. Phys., Vol.33, p.L804, 1994.
- [6] M. S. Barnes, J. H. Keller, J. C. Foster, J. A. O'Neil and D. K. Coultas, "Transport of Dust Particles in Glow-Discharge Plasmas", Phys. Rev. Lett. Vol.68, p.313, 1992.

- [7] S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, G. E. Morfill, and H. M. Thomas, “Ion drag force in complex plasmas”, Phys. Rev. E, Vol. 66, p.046414, 2002.
- [8] O. Ishihara and S. Vladimirov, “Wake potential of a dust grain in a plasma with ion flow”, Phys. Plasmas, Vol. 4, p.69, 1997.
- [9] G. K. Batchelor; “An Introduction to Fluid Dynamics”, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 2000. Chap.2.