

No. 10

相関に基づく遷移モデルの検討

○三坂孝志, 大林茂（東北大流体研）

Investigation of local correlation based transition model

Takashi Misaka, Sigeru Obayashi
Institute of Fluid Science, Tohoku University

In this paper, the γ - Re_θ transition model proposed by Menter et al. is investigated. Correlations not described in the original paper are reproduced based on other literature and validated by several test cases: T3A- ($Tu=1\%$), T3A(3%), T3B(6%) for .atplate boundary layers with bypass transition, and Schubauer&Klebanof(0.2%) for .atplate boundary layer with natural transition. T3LC test case is used for separated .ow transition which is important for RANS simulation applied to separated .ow problems. Transition position on .atplate for each free-stream turbulent intensity has good agreement with experiment, although transition lengths estimated for low free-stream turbulent intensity are too short. For T3LC test case, the length of laminar separation bubble is correctly predicted by using the present transition model.

1. 緒言

層流境界層から乱流境界層への遷移位置の予測は、壁面せん断応力や熱伝達が注目される空力デバイスにおいて重要である。また、境界層遷移は流れのはく離にも大きな影響を与える。航空機等の実機レイノルズ数においては境界層遷移が物体前縁で起こり、数値流体力学(CFD)によって流れを解析する場合には全面乱流として扱ってよい場合が多い。しかしながら、最大レイノルズ数に制限のある風洞実験の結果とCFD結果との詳細な比較を行う場合やレイノルズ数が 10^5 のオーダーとなるガスタービン翼列周りの流れを扱う場合にはCFDにおいても境界層遷移を考慮する必要がある。境界層遷移の予測法としては ϵ 法がよく知られている¹⁾。また、タービンプレードのように主流乱れ度の大きな流れでは実験で求められた相関によって遷移位置を予測する方法が用いられている²⁾。最近では境界層遷移に関してモデルを特別なモデルを使わずにLES, DNSによって境界層遷移も含めた流れの検討がなされている³⁾。これらの境界層遷移予測法は翼単体やタービンプレードのように比較的単純な形状には用いられているが、現状では航空機全機形状や各種流体機械のような一般形状に対しては適用が困難であると考えられる。

Menterらは一般形状への適用を容易にした γ - Re_θ 遷移モデルを提案した⁴⁾。このモデルでは相関に基づいて遷移位置を予測するが、その判定に境界層内の渦度レイノルズ数の最大値と遷移運動量厚さレイノルズ数の関係を利用している。これにより物体回りで境界層の運動量厚さを陽に計算する必要が無く、非構造格子を用いるNavier-Stokesコードにも導入しやすいことから、航空機全機形状に対する境界層遷移を考慮した流れの計算法として注目されている。しかしながら、オリジナルの論文ではモデルを構成するのに必要な式が完全に公表されておらず、現時点ではMenterらと全く同じモデルを再現することはできない。ただし、Menterらの論文にもあるように、これらの式は遷移相関に関する過去の論文や数値計算による較正で決定することができる。

本研究では最終的に γ - Re_θ 遷移モデルを航空機全機形状に対する遷移予測のために用いることを目的としている。そのための初期的な検討として、本報では検証問題

を解くことによって γ - Re_θ 遷移モデルに用いる相関の決定を行った結果を報告する。検証問題としては平板境界層における自然遷移およびバイパス遷移と前縁に丸みを持つ平板におけるはく離流遷移の計算を行った。一般に全面乱流を仮定したRANS計算では、はく離流れを正しく捕らえるのが困難である。このような問題に対して、RANS計算でも境界層遷移を考慮することによってはく離流れ解析の可能性が期待される。現状ではLES, DNSによって航空機全機形状を解析するのは困難であることから、このようなアプローチも有効であると考えられる。本報ではモデルの検証のために2次元計算のみを行ったが、ここで開発されたコードはそのまま3次元形状へ適用可能である。

2. 数値計算法

2.1 流れの数値計算手法

流体の数値解析には非構造格子3次元有限体積法コードであるTohoku University Aerodynamic Simulation code(TAS code)⁵⁻⁷⁾を用いた。TAS codeではNavier-Stokes方程式をセル節点有限体積法により離散化し、数値流束フラックスはHLLW近似リーマン解法⁸⁾によって求めている。また、基礎変数の線形再構築により空間2次精度化している。時間積分にはLU-SGS法を用いている⁹⁾。境界層を精度良く解像するために物体表面には層状の格子を形成している。乱流モデルにはSST $k-\omega$ モデルを用いた。

今回計算を行った検証問題はいずれも $M=0.01 \sim 0.1$ の低速流れであるので、圧縮性ソルバーをそのまま用いると流れ場が収束しないといった問題が生じる場合がある。この点を解消するために本研究では音速の代わりに流れの速さと同程度の参照速度を用いることにより収束性を向上させる前処理法を適用した。これにより低速、低Re流れにおいても正しい流れ場が得られるようになる。と共に、数値流束フラックスの計算に用いられている上流型の差分による運動量方程式への過剰な数値粘性の付与を抑制することができる¹⁰⁾。この前処理法の性質により圧縮性ソルバーの適用範囲内の速度の流れを解く場合にも、失速などの逆流および低速領域を含む流れを解く

場合に、より確かな解を得ることが可能となることが期待される。前処理法の定式化はWeissらの方法に従い¹¹, LU-SGSに組み込んだもの¹²を用いた。疑似音速として用いる参照速度は、Weissらの式の代わりに以下の式を採用した¹³。

$$U_{ref} = \min(c, \max(|u|, Ku_{\infty})). \quad (1)$$

ここで c は音速, u_{∞} は一様流速度, そして, K は定数で $K = 0.5$ とした。参照速度の最小値を音速の 10^{-5} 倍程度とするWeissの式に比べて, Ku_{∞} とすることでよみ点における計算の安定性が向上する。

2.2 $\gamma\text{Re}\theta$ 遷移モデル

本研究では境界層遷移位置の予測にMenterらによって提案された $\gamma\text{-Re}\theta$ 遷移モデルを用いる⁴。このモデルはブラジウス境界層における遷移運動量厚さレイノルズ数と渦度レイノルズ数の最大値に,

$$\text{Re}_v(x, \tilde{y})_{\max} \sim 2.193 \text{Re}_{\theta}(x). \quad (2)$$

という関係が近似的に成り立つことを用いている。流れ場全体に局所的な速度場から相関を用いて $\tilde{\text{Re}}_{\theta}$ のマップを作り、局所的な流体変数から求めた $\text{Re}_v = (\nu^2 \Omega)/\nu$ と相関から求めた Re_{θ} を比較し、遷移の判定を行っている。このために $\gamma\text{-Re}\theta$ 遷移モデルでは乱流変数の輸送方程式に加えて、間欠度 γ および遷移運動量厚さレイノルズ数 $\tilde{\text{Re}}_{\theta}$ の輸送方程式が解かれる。

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\gamma}} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right], \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho \tilde{\text{Re}}_{\theta})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \tilde{\text{Re}}_{\theta})}{\partial x_j} = P_{\theta} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{\text{Re}}_{\theta}}{\partial x_j} \right]. \quad (4)$$

$\tilde{\text{Re}}_{\theta}$ の輸送方程式は $\tilde{\text{Re}}_{\theta}$ のマップを作るのに用いられ、 γ の輸送方程式は遷移開始位置からの間欠度の上昇による遷移領域を表現するのに用いられる。

2.3 相関

$\gamma\text{-Re}\theta$ 遷移モデルは遷移運動量厚さレイノルズ数 Re_{θ} , 遷移長さ F_{length} および臨界運動量厚さレイノルズ数 Re_{θ_c} に関する相関を必要とする。遷移運動量厚さレイノルズ数 Re_{θ} はMenterら¹⁴の式を以下のように修正したものを用いた。

$$\text{Re}_{\theta_c} = 110.0 + \exp(7.08 - Tu)^{-1.027} F(\lambda_{\theta}, K). \quad (5)$$

ここで,

$$F(\lambda_{\theta}, K) = 1 - \left[-10.32\lambda_{\theta} - 89.47\lambda_{\theta}^2 - 265.51\lambda_{\theta}^3 \right] e^{\left[\frac{-Tu}{3.0} \right]} \quad \text{for } \lambda_{\theta} \leq 0, \quad (6)$$

$$F(\lambda_{\theta}, K) = 1 + \left[0.0962[10^6 K] + 0.148[10^6 K]^2 + 0.0141[10^6 K]^3 \right] \times \left(1 - e^{\left[\frac{-Tu}{1.5} \right]} \right) + 0.556(1 - e^{-23.9\lambda_{\theta}}) e^{\left[\frac{-Tu}{1.5} \right]} \quad \text{for } \lambda_{\theta} > 0. \quad (7)$$

$$\lambda_{\theta} = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU}{ds}, \quad K = \frac{\nu}{U^2} \frac{dU}{ds}, \quad (8)$$

である。圧力勾配ゼロにおける遷移運動量厚さレイノルズ数 Re_{θ} と主流乱れ度 Tu の相関をFig.1に示す。遷移長さ F_{length} はMayle¹⁵より,

$$F_{\text{length}} = 126 \tilde{\text{Re}}_{\theta}^{1.4}, \quad (9)$$

となる。遷移長さは平板境界層の計算において遷移長さ

を合わせるために10倍にして計算を行った。臨界運動量厚さレイノルズ数 Re_{θ_c} に関する相関は遷移位置を調整するために計算上与えるもので、 Re_{θ_c} よりも小さな値となることがMenterらで述べられている。本研究では平板境界層の計算結果から遷移長さ、遷移位置を実験と比較して、 $\text{Re}_{\theta_c} = 0.9 \tilde{\text{Re}}_{\theta_c}$ とした。

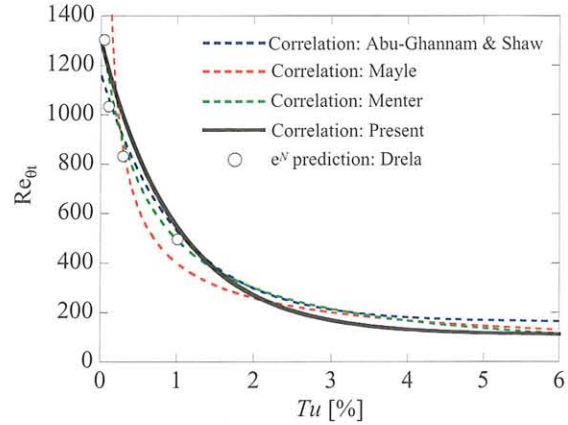


Fig. 1: Correlation of Re_{θ_c} for zero pressure gradient

3. 検証計算

3.1 平板上の遷移予測

平板上のバイパス遷移の検証としてT3テストケースの計算を行った¹⁶。これはRolls-RoyceのP. StowとN.T.Birchによって層流境界層への主流乱れ度の影響と遷移を調べたものである。平板上の自然遷移の検証としてはSchubauer & Klebanofの実験結果との比較を行った¹⁷。これらの検証問題はMenterらによっても計算されており、同じ問題を解くことによって本コードの正当性を検証した。計算条件をTab.1に示す。主流乱れ度1%, 3%, 6%におけるバイパス遷移および主流乱れ度0.2%における自然遷移の計算を行った。ここで示すFSTIおよび μ_t/μ の値はSST乱流モデルの k および ω の一様流値を決定するのに用いられる。 k_{∞} は $\text{FSTI}[\%] = 100(2k/3)^{1/2} / U_{ref}$ より、 ω_{∞} は $\mu_t/\mu = k/\omega$ の関係式より求める。

Fig.2~5にそれぞれSchubauer & Klebanof, T3A-, T3AおよびT3Bにおける壁面摩擦係数 C_f の実験値、ブラジウス解および計算値を示す。計算格子は流れ方向の点分布を変えた2種類の格子で計算を行い、結果に格子依存

Tab. 1: Computational test cases for flatplate

Case	U inlet	FSTI inlet[%]	μ_t/μ
T3A	5.4	3.5	13.3
T3B	9.4	6.5	100.0
T3A-	19.8	0.874	8.72
Schubauer & Klebanof	50.1	0.18	5.0

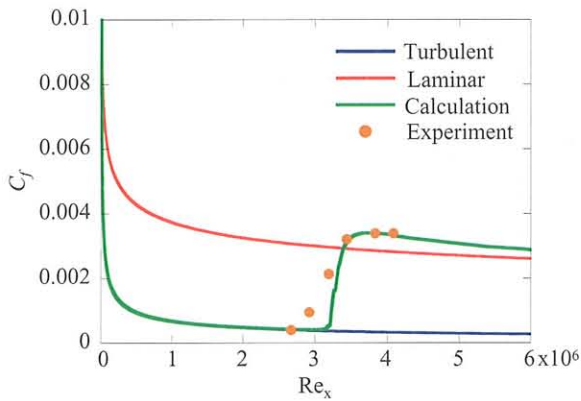


Fig. 2: Friction coefficient for Schubauer & Klebanoff test case ($Tu = 0.18\%$)

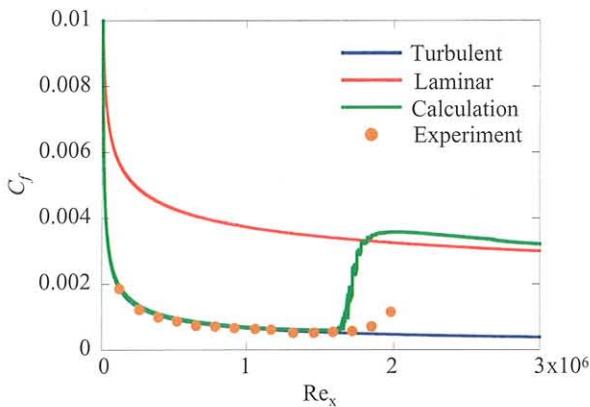


Fig. 3: Friction coefficient for T3A- test case ($Tu = 0.874\%$)

性がないことを確認してある。T3A および T3B は $Re=10^5$ 、T3A- および Schubauer & Klebanoff は $Re=10^6$ で計算を行った。いずれのケースにおいても遷移位置は比較的实验と一致している。しかしながら、主流乱れ度の小さい T3A- および Schubauer & Klebanoff では遷移長さが実験値と大きく異なるため相関の修正が必要である。低主流乱れ度流れにおける遷移長さに関するこの傾向は Menter らの計算結果でも見られた。

3.2 はく離流遷移の予測

前縁に丸みを持つ平板におけるはく離流遷移の検証として T3LC テストケースを計算した¹⁸。計算条件を Tab.2 に示す。Re 数は前縁の円弧の直径を代表長さとしている。計算格子を Fig.6 に示す。半円部分に 80 点配置し、物体に垂直方向の最小格子幅は 2×10^{-5} である。前縁においても y^+ は 10^{-1} のオーダーであった。

Fig.7 に壁面摩擦抵抗係数 C_f を示す。 C_f が負となる領域は逆流の生じている領域である。はく離流遷移を考慮することによって、再付着位置が実験値に近くなる事が分かる。はく離流遷移を考慮せずに全面乱流計算を行った場合、逆流領域での渦粘性の生成が少なく、再付着

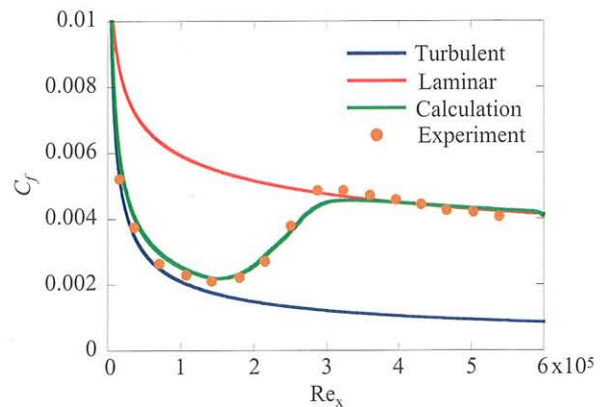


Fig. 4: Friction coefficient for T3A test case ($Tu = 3.5\%$)

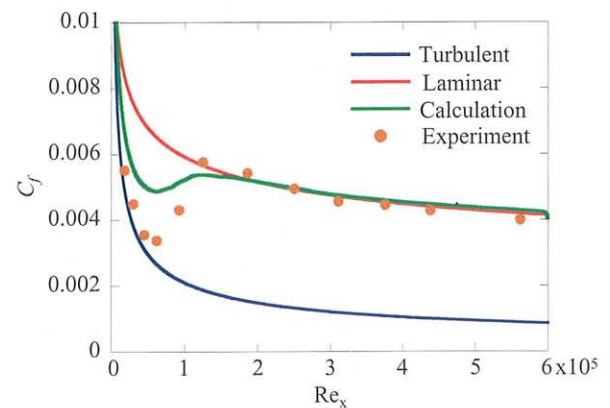


Fig. 5: Friction coefficient for T3B test case ($Tu = 6.5\%$)

Tab. 2: T3LC test case for separated-flow transition

Case	U inlet	FSTI inlet[%]	μ_t/μ	Re
T3LC	5.0	2.39	3.4	3293

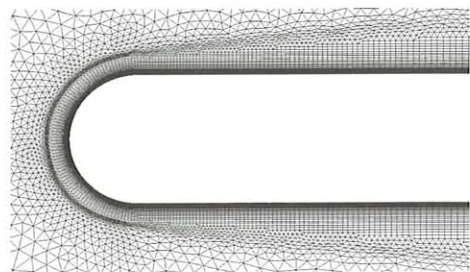


Fig. 6: Computational mesh for T3LC test case

位置が実験値よりも下流になる。 γ - Re_θ 遷移モデルでは、はく離流遷移を考慮するために逆流領域で渦粘性の生成を大きくする項が加えられている。Fig.7 に示す Menter らの計算結果では再付着後の C_f が実験値よりも大きく見積もられているが、本計算の条件では実験値と一致した。Fig.8 に速度ベクトルと渦粘性のカラーコンターを示す。渦粘性のカラーコンターは上限を 1 に設定している。は

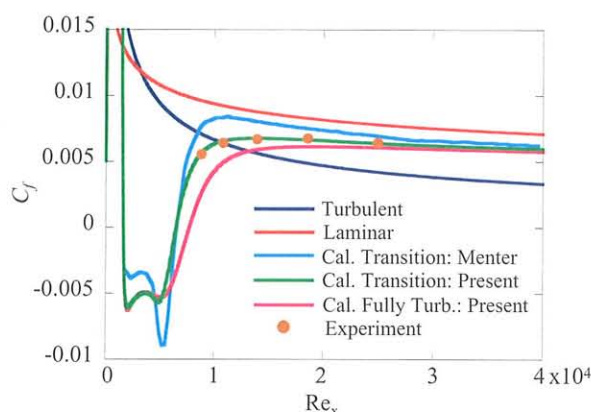


Fig. 7: Friction coefficient for T3LC test case ($Tu = 2.39\%$)

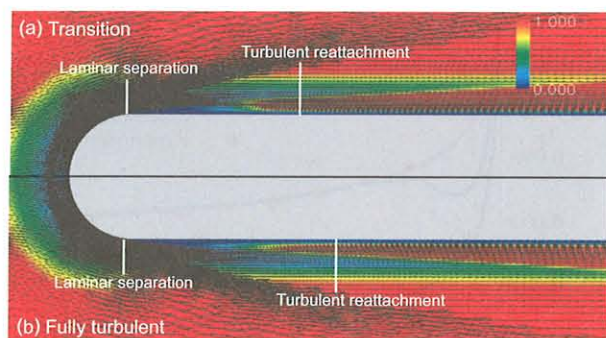


Fig. 8: Velocity vectors and Contour map of eddy viscosity for T3LC test case

く離流遷移を考慮した計算では渦粘性の生成が多く、再付着位置が全面乱流計算に比べて上流側になっていることが分かる。

4. 結言

本報では γ - Re_θ 遷移モデルの検証結果を報告した。非構造格子 RANS コードに γ - Re_θ 遷移モデルを導入し、低速、低 Re 数流れを解析するために前処理法を適用した。主流乱れ度 0.2%, 1%, 3% および 6% において平板境界層遷移の計算を行い、遷移位置を比較的正しく予測した。はく離流遷移の検証として T3LC を計算し、遷移を考慮した計算により再付着位置が実験値に近づくことを確認した。

γ - Re_θ 遷移モデルはこのままで 3 次元で遷移計算が可能であるが、境界層の 3 次元的不安定性を陽に考慮していない。3 次元計算を行うに当たってはこの点も考慮していきたい。

謝辞

本研究は東北大学流体科学研究所未来流体情報創造センターの大型計算機 SX-8 を用いて行った。ここに感謝の意を示す。

参考文献

1. Stock, H. W. "Infinite Swept-Wing Navier-Stokes Computations with eN Transition Prediction," *AIAA Journal*, Vol. 43, , 2005, pp. 1221–1229.
2. Suzen, Y. B., Xiong, G. and Huang, P. G. "Prediction of Transitional Flows in Low-Pressure Turbines Using Intermittency Transport Equation," *AIAA Journal*, Vol. 40, , 2002, pp. 254–266.
3. 渡辺大輔, 前川博, 松尾裕一 "圧縮性境界層の遷移に伴う音波発生機構の研究," 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2005, 概要集, p. 32, 2005.
4. Langtry, R. B. and Menter, F. R. "Transition Modeling for General CFD Applications in Aeronautics," AIAA paper 2005-0522, 2005.
5. Ito, Y. and Nakahashi, K. "Direct Surface Triangulation Using Stereolithography (STL) Data," AIAA paper 2000-0924, 2000.
6. Sharov, D. and Nakahashi, K. "Hybrid Prismatic/ Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flow Applications," AIAA paper 96-2000, 1996.
7. Ito, Y. and Nakahashi, K. "Unstructured Mesh Generation for Viscous Flow Computations," *Proceedings of the 11th International Meshing Roundtable*, Ithaca, NY, 2002, pp. 367–377.
8. Obayashi, S. and Guruswamy, G. P. "Convergence Acceleration of an Aeroelastic Navier-Stokes Solver," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 6, 1994, pp. 1134–1141.
9. Sharov, D. and Nakahashi, K. "Reordering of Hybrid Unstructured Grids for Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel Computations," *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 3, 1998, pp. 484–486.
10. 向井純一 "低速流れの非定常計算における人工粘性の影響," 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2005, 概要集, p.30, 2005.
11. Weiss, J. M., Maruszewski, J. P. and Smith, W. A. "Preconditioned Applied to Variable and Constant Density Flows," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 11, 1995, pp. 2050–2057.
12. Sharov, D. and Nakahashi, K. "Low Speed Preconditioning and LU-SGS Scheme for 3-D Viscous Flow Computation on Unstructured Grids," AIAA paper 98-0614, 1998.
13. Luos, H., Baum, J. D. and Löhner, R. "Extension of Harten-Lax-van Leer Scheme for Flows at All Speeds," *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 6, 2005, pp. 1160–1166.
14. Menter, F. R., Langtry, R. B., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G. and Volker, S. "A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables Part I. Model Formulation," *Proceedings of ASME Turbo Expo 2004*, Vienna, Austria, 2004, pp. 57–67.
15. Mayle, R. E. "The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbin Engine," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 113, , 1991, pp. 509–537.
16. Savill, M. "Some recent progress in the turbulence modeling of by-pass transition," .
17. Schubauer, G. B. and Klebanoff, H. K. "Laminar boundary-layer oscillations and transition on a flat plate," .
18. Vicedo, J., Vilmin, S., Dawes, W. N. and Savill, A. M. "Intermittency Transport Modeling of Separated Flow Transition," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 126, , 2004, pp. 424–431.