

No. 17

## 渦度モデルにおける渦度の変遷

小橋安次郎（道工大）、早川道雄（北大工）

## Vorticity and History of its Family

Y. Kobashi\*, M. Hayakawa\*\*

\* Hokkaido Inst. Technology, \*\* Hokkaido University

## ABSTRACT

Development of vorticity family and the role of its family members to the flow phenomena and structures are discussed.

Key Words: vorticity model, vorticle, eddy, vortex, turbulent vortex, organized structure

## 序論

実在の流体には渦度を発生して速度の不連続をなだらかな流れ場に変える粘性の機能がある。渦度モデル「1」は渦度を担う流体粒子のファミリーを渦度子(Vorticle)、渦度束(Eddy)、渦(Vortex)の3段階に分けることにより層流から乱流に至る流れの変化の機構を解明することを目指しているが、本論文では上記渦度ファミリーの形成と発達の過程を具体的な剪断流及び境界層と言う流れ場について考えることにする。

渦度モデルは、それぞれの素子が独自の手持っていて互いに干渉あつて粘性の効果を発

揮するとするもので、これにより流体粒子の運動をより物理的に追求せんとするものである。

## 1 渦度子

流れに速度の不連続が現れると、面に添う流体の分子は渦度を帯びた渦度子に変貌し、誘導速度  $u_i = l_m \omega_m$  によって速度差を打ち消すように働くが、その強さ  $\omega_m$  は速度差に比例し、分子の自由行路  $l_m$  を渦度子の大きさとするとき

$$\omega_m = \alpha(u_0 - u)/l_m \quad (1)$$

の関係が成り立つと考えられる。ここで、 $\alpha_m$  は流れの不連続度と渦度の関係を表す定数であるが一層の渦度子だけで速度差を打ち消せない場合には残余の速度差を打ち消すために第2の渦度子の層が現れ、以下同様にして速度の不連続が無くなるまで渦度の層が現れることになる。このばあい渦度は速度差と共に減少し、

$$du/dy = -\omega_m = \alpha(u_0 - u) \quad (2)$$

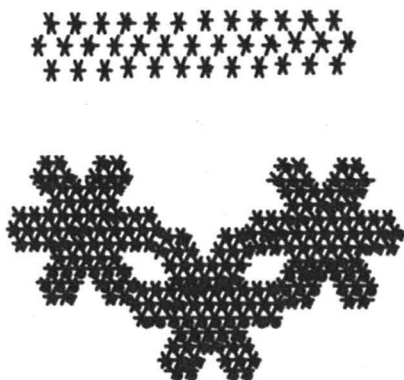


図1 渦度子および渦度束の構造模型

より

$$\omega_m = A e^{-\alpha y} \quad (3)$$

となり、速度の不連続面が渦度子の分布によって置き換えられたことになる。y は不連続面からの距離である。

## 2 渦度束と層流

渦度子は手を使って隣接する渦度子と結びついて渦度束を形成する。ただ、渦度子の数が一定値を越えると遠心力が渦度子間結び付けている求心力を上回り、逆に斥力となってこれ以上大きくなることは許されない。粘性係数は渦度束の持つ渦度の働きの大きさを表す指標で、 $\mu = nm l_m \omega_m = \rho r^2 \omega$  で表わされ、速度  $r\omega$  を発生して流れの不連続を打ち消す役割を発揮する。ただし、r は渦度束の等価円の大きさで、m、n は渦度子の質量と数である。

(2)、(3) の関係は渦度束についても成り立つが、渦度はグループの大きさについての平均値がグループの重心に作用していると考えなければならず、その場合、渦度の分布形には変化はなく大きさだけが変わることになり、その大きさは流体の粘性係数  $\mu$  と

$$\mu = mn\omega_m = \rho r^2 \omega \quad (4)$$

から、

$$r \sim \omega^{-1/2} \quad (5)$$

とな。

渦度束が出来上がると、それぞれの渦度束は渦度束の結成に洩れた残りの手を使って隣同士が繋がりあい応力  $\mu\omega$  を伝達して釣り合い状態を保つ。ただ、渦度束が相互に相対速度を持つ場合には手の繋ぎ換えが必要で、これが円滑に行われるためには渦度束が整然と並んでいるこ

とが必要で、これが層流の必須条件と思われる。

こうして出来る渦度束群が流れ場の不連続に対応するとすると、(2) と同様な関係が成り立ち

$$-\omega = \alpha e^{-\alpha/2y} \quad (6)$$

$$u = (u_1 - u_2) e^{-\alpha/2y} \quad (7)$$

の層流速度が得られる。ただ、不連続面からの距離 y は r の和となり、n の1.5乗に比例して増大する。図2に  $u_1, u_2$  の速度を持つ2つの平行流の作る不連続面に沿って発達する自由剪断流の速度分布の一例を示す。

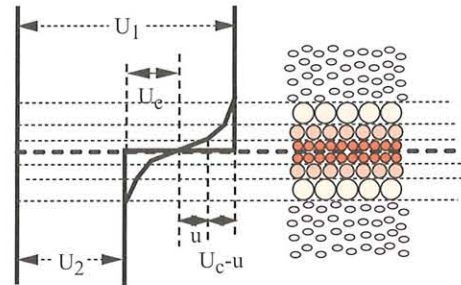


図2 自由剪断流速度分布

## 3 渦と乱流

流れ速度の増加に伴って剪断応力  $\rho r^2 \omega$  も増加するが、これが一定値を超すと、渦度束は連携を維持出来なくなり個々に回転を始め、同時に周囲の渦度束や渦度子を巻き込んで循環流を誘発する。これが渦の発生で、流れは層流から乱流に遷移する。この意味で、遷移 (Transition) とは静的な釣り合い状態を失った渦度束が渦に変貌する現象であると言う事が出来る。

渦は近隣の渦と干渉して次第に複雑な動きを示すようになり、やがて一見乱雑な挙動を示すに至る。この状態が乱流 (Turbulence) である。

従って、乱流解明の基本は流れを渦の誘導速

度場として捉えることであるが、実際には関与する渦の数が多すぎて、厳密な解析を行うことは不可能である。このため渦度モデルでは実験で得られた乱れの特徴的現象に着目し、乱流渦や秩序構造などの構造モデルを導入しながら渦運動との関連において乱流の構造を解き明かすことを試みている。

#### 4 境界層

境界層は物体表面の影響が渦度によって伝えられる領域で、渦度の状態によって層流境界層と乱流境界層に区別され、いずれも壁面の摩擦応力が強く残る壁面剪断流と、壁の影響のない自由剪断流との重畳により構成されていると考えられる。

##### (1) 層流境界層

壁面剪断流の渦度束が壁面の摩擦に抗して流れを押しやろうとする圧力差に比例し、かつその大きさが表面からの距離と共に増大するものとする、 $\rho\omega y \sim dp/dx$  が成り立ち、粘性係数一定の条件から  $\omega = 2\beta \exp(-\beta y^2)$  が導かれ、内層の渦度束の持つ渦度が壁面剪断流と自由剪断流 (6) との和として

$$-\omega = 2C_w \beta \exp(-\beta y^2) + C_f \alpha \exp(-\alpha y) \quad (8)$$

のように纏められ、これから速度分布が

$$u = C_w \exp(-\beta y^2) + C_f \exp(-\alpha y) \quad (9)$$

となる。ただし、 $\alpha, \beta$  は圧力勾配に比例する常数、 $C_w, C_f$  は渦度束の発生割合である。

図3に一様流の場合の計算の結果を渦度の分布と共に示し Blasius 速度分布と比較してあるが、両者の一致は極めて良好であると言ってよい。

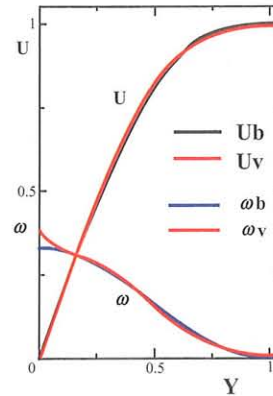


図3 層流境界層速度分布

##### (2) 乱流境界層

乱流境界層は壁面の渦度束の渦化から始まるが、壁面のごく近傍では、渦運動が抑制されて変動の緩やかな粘性底層を形成し、乱流はその外側から始まる。ただ、此処でも渦の大きさは小さくて干渉作用が強くないため、壁乱流と呼ばれる比較的穏やかな内層が形成される。此処では渦の径は壁からの距離に比例して増大して

$$-r\omega = y du/dy = u_\tau \quad (10)$$

が成り立つと考えられ、これから内層の対数速度分布が導かれる。 $u_\tau$  は摩擦速度で Reynolds 数の関数である。

内層の外側では渦径の増加に伴って渦間の干渉が活発になり、乱流渦と呼ぶ渦の群落が周期的に出現する自由剪断流型になる。このため外層の流れは均一ではなく絶えず変化しているが、平均速度分布はレイノルズ数の広い範囲に亘って指数分布で表示出来ることを見出されている

$$U = Y^{N_w} \quad (11)$$

ただし  $U = u/u_0, Y = y/\delta, N_w$  は Reynolds 数の関数で  $1/4 \sim 1/7.5$  の範囲の定数である。

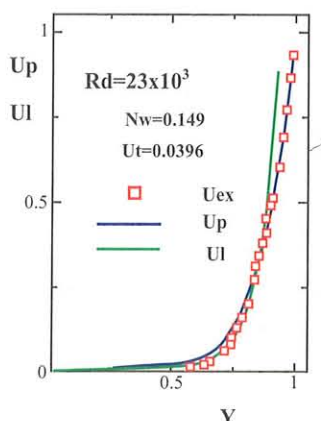


図4 乱流境界層速度分布

### 5 乱流渦と秩序運動

乱流渦は渦が干渉し合って集団化し、一つの渦のような挙動をする自由剪断乱流の特徴的現象で、乱流境界層外層の大半を占めている。このため外層の乱れは特別な構造を持っているように観測されるため秩序構造とも呼ばれている。

ただ秩序構造は下流に向かって移動する際、境界層内の速度差のため引き裂かれて幾つかの小グループに分裂し、さらに移動の途中で別の乱流渦から放出された渦群と干渉して合体し、分裂前と同様な乱流渦を作り出すと考えられる「3」。

このため秩序構造は分裂と合体を繰り返すことになるが、その周期( $T=u_0/\delta$ )は 2.5 であることが実験的に知られている「4」。

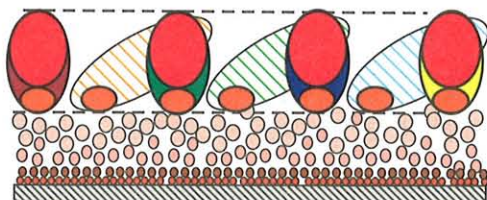


図5 秩序構造の形成

内層の乱れは相互干渉が小さく、本来は整然とした流れの筈であるが、外層の秩序構造によって周期的に攪乱され、いわゆるバースト構造が現れ

る。バーストは発生位置の流れに乗って移動するが、その速度は外層秩序構造のほぼ半分で、これから得られる周期は  $T=5$  である「4」。

なお、乱流境界層外層の速度分布については対数分布からの偏差に着目した伴流法則が一般に用いられているが、渦度モデルが敢て指数分布を固執する理由は外層が壁面の影響のない構造である点を主張したいためである。

なお、乱流境界層が Reynolds 数の広い範囲に亘って同じ構造を保っていられるのは、乱れのエネルギーが内層から外層に向かって絶えず補給されているため、これには外層の秩序構造による内層の攪乱作用が重要で、これによって作りだされたバーストが乱れエネルギーの掘り起こしと運び屋の役目を果たしているためと云ってよい。

### 6 結語

渦度モデルでは渦度を持つ流体粒子の成長の過程(渦度子→渦度束→渦)の中で層流から乱流への流れ構造の変化を扱っている。

また、乱れや秩序構造の形成過程、更には内層に現れるバースト構造の出現などを単なる random 現象としてではなく、それぞれの因果関係を含めて物理的に追求することが肝要で、渦度モデルの果たす役割は大きいと考える。

### 参考文献

- 「1」小橋、早川：渦度モデルと境界層の機構：36回乱流シンポジウム(2005)
- 「2」Kobashi, Y. and Hayakawa, M.,:13th Austral-Asian Fluid Mec Conf., 1998
- 「3」一条、小橋., Nagare 1-4(1982)350-59,
- 「4」: H,Ueda, J.O. Hinze, J,Fluid Mech(1975) 125-43