

遷音速デルタ翼の大変形シミュレーションにおける構造モデルの影響

寺島洋史, 小野謙二
理化学研究所

Comparison of Structural Model on Aeroelastic Computations of a Transonic Delta Wing with Large Deformations

by
Hiroshi Terashima, Kenji Ono

ABSTRACT

Aeroelastic computations of a transonic delta wing with large deformation were performed for the investigation of behavior of structural model. The structural models used for the comparison were the linear structural models including modal analysis and the geometrically nonlinear structural models with and without higher-order terms in the strain-displacement relationship. Navier-Stokes equations were applied through all the computations. On the flutter prediction, the linear and the nonlinear structural models indicated the almost same flutter dynamic pressure. Therefore, it made sure that the linear structural model was suitable for the prediction of flutter onset in accuracy. After the flutter onset, the difference of wing response between the linear and the nonlinear structural model grew up as the wing response became larger. All the linear structural models showed the limit cycle oscillation with well large amplitudes due to the unphysical stiffness. The number of selected structural mode had little effect on the wing response even with the large amplitude. On the other hand, the nonlinear structural model produced the limit cycle oscillation with relatively smaller amplitudes, which was closer to that observed in the experiment. The higher-order terms in the strain-displacement relationship gave less significant influence for the wing response over the present range of deformation. The present results indicated that the nonlinear structural model should be applied for the aeroelastic computation of the wing response with large deformation.

1. はじめに

遷音速空力弾性解析における非線形空力モデルの重要性は、現在まで数多くの解析例を通して示されてきた。遷音速ディップにおける衝撃波の振る舞いなど、非線形空力モデルの重要性は広く認識されているといえる。¹⁾²⁾ 一方で、構造非線形性に関しては、比較的低速や2次元モデルでの解析を通して、その重要性が指摘されてきた。³⁾ フラッター解析などでは、微小振幅の仮定でフラッター判別することがほとんどであるため、空力モデルに比べると、構造モデルの非線形性に関する議論は少ないといえる。空力、構造ともに非線形性が重要になると予想される遷音速かつ大変形がともなう領域での解析例はほとんど見られない。

近年、米国 Air Force のグループ⁴⁾⁶⁾が、Shairerらが行った大振幅を伴う遷音速デルタ翼の実験⁷⁾に対して、高次物理モデルを用いた数値解析を行っている。しかし、Shairerらの実験に対する解析例が少ないこともあり、我々が遷音速かつ大変形を伴う翼解析を行う場合、どのような物理モデルを選択すべきで、そのモデルによりどのような結果が得られるのかということが不明確なままである。そこで本研究では、空力モデルは Navier-Stokes 方程式に固定し、構造モデルに焦点を当てる。Shairerらが行った大振幅を伴う遷音速デルタ翼に対する数値解析を通して、使用すべき構造モデルの基準を明確にすることが目的である。

2. 解法

2-1 流体の支配方程式と数値解法

流体の支配方程式として、以下に示す一般曲線座標系における3次元圧縮性薄層近似 Navier-Stokes 方程式を用いた。

$$\partial_t \hat{Q} + \partial_\xi \hat{E} + \partial_\eta \hat{F} + \partial_\zeta \hat{G} = Re^{-1} \partial_\zeta \hat{S}_v \quad (1)$$

方程式中の各物理量は、主流密度、主流音速、そして代表長（翼根の翼弦長）で無次元化されている。

式(1)の時間積分は LU-SGS 陰解法⁸⁾により行い、本計算では内部反復を用いていない。対流項の離散化には AUSM 系のスキームである SHUS⁹⁾を用い、MUSCL 法で高次精度化を行った。乱流モデルには Baldwin-Lomax 代数モデル¹⁰⁾を適用した。また、幾何学保存則 (GCL) を満足するように評価したメトリクスとヤコビアン¹¹⁾を用いた。

流入境界は、指定する一様流条件で固定した。流出境界では、一様流静圧固定、その他の物理量は外挿した。壁面上では、密度は外挿、速度には計算格子の移動速度が代入される。壁面上圧力は、壁面に垂直方向の運動量方程式を解くことで求められ、その際に物体加速度運動の効果が考慮される。

2-2 構造の支配方程式と数値解法

Hamilton の原理により導かれる運動方程式を構造の支配方程式として用い、有限要素により離散化を行うと次のようになる。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Q(u) = F \quad (2)$$

M は質量マトリクス、 C は減衰マトリクス、 Q は内力ベクトル、そして F は空気が代入される外力ベクトルである。 u は節点変位ベクトルであり、上付きのドット ($\dot{\cdot}$) は時間微分を表す。

本研究では、野口らが提案した有限回転増分を考慮する4節点 MITC シェル要素¹²⁾を用いた。この要素において、変位ベクトルは次のように表される。

$$\mathbf{u} = \sum_{k=1}^4 h_k(r_1, r_2) \mathbf{u}^k + \frac{r_3}{2} a \sum_{k=1}^4 h_k(r_1, r_2) (-{}^t\mathbf{V}_2^k \boldsymbol{\alpha}^k + {}^t\mathbf{V}_1^k \boldsymbol{\beta}^k) \quad (3)$$

$$+ \frac{r_3}{2} a \sum_{k=1}^4 h_k(r_1, r_2) \frac{-1}{2} \left\{ (\boldsymbol{\alpha}^k)^2 + (\boldsymbol{\beta}^k)^2 \right\} {}^t\mathbf{V}_3^k$$

ここで、 ${}^t\mathbf{V}_3^k$ は各節点で定義される時刻 t のディレクター、 ${}^t\mathbf{V}_1^k$ と ${}^t\mathbf{V}_2^k$ は正規直交ベクトルである。 $\boldsymbol{\alpha}^k$ と $\boldsymbol{\beta}^k$ は、幾何学的に ${}^t\mathbf{V}_3^k$ の ${}^t\mathbf{V}_1^k$ と ${}^t\mathbf{V}_2^k$ 周りの回転をそれぞれ表し、 h_k は形状関数、 r_i は自然座標系成分、そして a は要素の肉厚である。式(3)の右辺第3項が、有限回転増分を考慮する項となる。この要素を用いた場合、式(2)における変位ベクトルの成分は、 $\mathbf{u} = \{u \ v \ w \ \alpha \ \beta\}^T$ となる。

式(2)の時間積分には Newmark- β 法を用いた。時刻 $t + \Delta t$ での運動方程式に対して、内力ベクトルを線形化すると、 $\Delta \mathbf{u}$ を未知変数とする以下の連立方程式が得られる。

$$\left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{C} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(k-1)} \right) \Delta \mathbf{u}^{(k)}$$

$$= {}^{t+\Delta t} \mathbf{F} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{Q}^{(k-1)} - \mathbf{M} {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k-1)} - \mathbf{C} {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}}^{(k-1)} \quad (4)$$

where, $\Delta \mathbf{u}^{(k)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k)} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k-1)}$

右肩符号 (k) は、 k 回目の反復を示しており、この式(4)に基づいて Newton-Raphson 法により反復計算を行う。本計算では、 $\gamma = 0.5$ 、 $\beta = 0.25$ とした。

剛性マトリクス \mathbf{K} の計算には、Total-Lagrange 法¹³⁾に基づき、第2Piola-Kirchhoff 応力と Green-Lagrange 歪みを用いた。また、集中質量マトリクスを使用し、減衰項は考慮しなかった。

本研究では大回転・微小歪みを仮定し、構成則として第2Piola-Kirchhoff 応力と Green-Lagrange 歪みの間に線形弾性体の構成式が成立するものとしている。

また、式(2)中の物理量を、材料密度、主流音速、そして代表長（翼根の翼弦長）により無次元化した上で計算を行った。

2-3 流体と構造の連成手法

連成手法として、流体と構造方程式を交互に解き進める Loosely Coupling 法を採用した。Loosely Coupling 法では 1step の時間誤差が生じてしまうが、これまでの翼フラッター解析の経験上、反復型連成による結果と大きな違いが無かった¹⁴⁾ので、本研究では Loosely Coupling 法を用いた。

変位の伝達には Goura らが提案した Constant Volume Tetrahedron Transformation(CVT)法¹⁵⁾を用いた。この方法は、流体格子1点とその近傍にある構造格子3点で4面体を形成し、構造格子の移動に対して、その4面体の体積が保存されるよう流体格子点を移動させるものである。CVT法では、並進運動だけでなく大変形解析で重要となる回転運動も考慮されるので、変形後の翼表面形状を精度良く再現できる。また、計算量や使用するメモリー量も少ないので、大規模非定常連成解析に有効な方法といえる。

しかし、Sadeghi ら¹⁶⁾も指摘していることだが、CVT法を使用して変位伝達を行うと、流体格子点と構造格子点の解像度が大きく異なる場合に、構造変位から伝達された流

体表面格子において滑らかさが保障されない。この問題を回避するため、Sadeghi らは、得られた構造変位をより密な構造格子に内挿し、その上で CVT 法を適用させた。本研究においても、Fig. 1 に手順を図示するように、1) 構造格子とは別に流体格子の解像度に見合った中間構造格子

(virtual mesh) を用意、2) 実際に構造解析を行った格子からこの中間構造格子に変位を補間、3) 中間構造格子と流体格子との間で CVT 法による変位伝達を行う、という手順を踏むことによって、表面格子の滑らかさを維持している。

一方、力の伝達には Bhardwaj らのマッピング法¹⁷⁾を用いた。この方法では、各表面格子を任意の2次元空間にマッピングし、その間で内挿を行い力のやり取りを行う。

空間格子の再生成には、Melville らが提案した表面の並進と回転運動を考慮した手法¹⁸⁾を用いた。各時間ステップで、データ交換や再生成を行う必要があるが、要した時間は流体解析の約5%程度である。

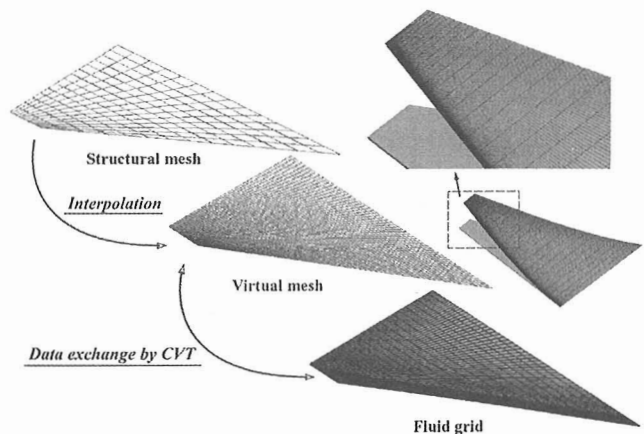


Fig. 1 Data exchange by using the virtual mesh and CVT

2-4 比較する構造モデルの設定

大振幅を伴う遷音速翼フラッター解析における構造モデルの影響を調べるため、以下に示す4種類の構造解析を試みた。

- (1). モード解析 (6, 12モード)
- (2). 全モードを考慮した線形解析
- (3). 非線形解析 (高次歪み項を無視)
- (4). 非線形解析 (幾何学非線形解析)

モード解析は、フラッター解析によく用いられ、フラッターを判別する目的に限れば、十分な近似である。式(2)をモード空間に分解するため、方程式が簡略化される。大振幅を伴う場合、適用範囲外ではあるが、どのように振振うか調べるため用いた。全モードを考慮した線形解析は、低次で打ち切るモード解析の影響を調べるため、また線形解析の限界を調べるために行った。式(2)の内力ベクトルが変位に依らず一定となる。

非線形解析では、高次歪み項の影響を調べるため、2種類の解析を行った。これには、Gordnier によって行われた von Kármán plate equation を用いた解析⁹⁾と Attar らによって行われた ANSYS による幾何学非線形解析⁶⁾で計算結果に

大きな違いが見られたことを確かめる意味もある。例えば、Green-Lagrange 歪みの関係式として、

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (5)$$

を挙げると、式(5)の第一項のみを考慮するのが、高次歪み項を無視した非線形解析、全て考慮するのが幾何学非線形解析とする。ちなみに、von Kármán plate equation では式(5)の第一項と第四項が考慮される。

3. 結果および考察

3-1 計算条件と格子

計算対象は、Schairer ら⁷⁾が行った遷音速流中（マッハ数 0.87 程度）に置かれた後退角 47.8(deg)のデルタ翼である。Fig. 3 にモデル形状を示す。このモデルは、厚さが 0.035 (in) (=約 0.9 (mm)) の鉄板で、実験では厚さの 2~40 倍の振幅が観察されている。主流条件は、Schairer らの条件に基づき、Table 1. のように設定した。実験では、翼の破壊が予想されたため、動圧 $q = 3.88[\text{psi}]$ 以上の条件では実施されず、それ以降の条件は Gordnier の設定⁵⁾に従っている。

流体計算の初期条件は、迎え角 0[deg]における定常解を用い、構造計算の初期条件は、1次モードに対して無次元微小速度 0.0001 を初期擾乱として与えた。また、無次元時間刻み幅は $\Delta t = 0.001$ に設定し、最大 CFL 数は約 30 である。これは、一周を 12,000 回で積分することに相当する。事前の確認計算で、設定した時間刻み幅が翼の時間応答を得るのに十分であることを確認している。

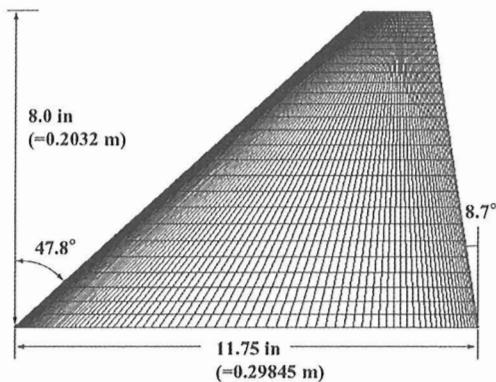
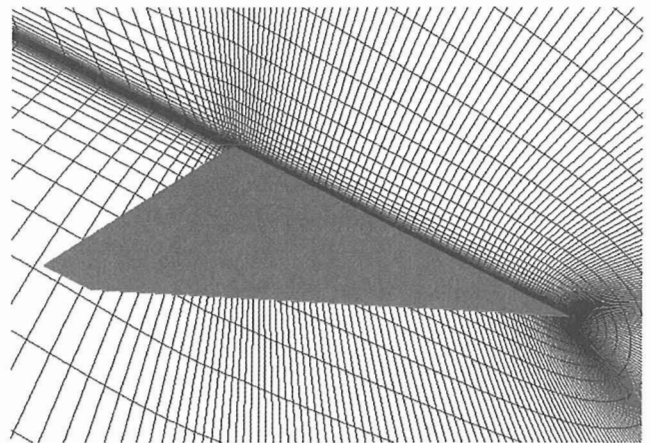


Fig. 3 Geometry of Schairer's delta wing model

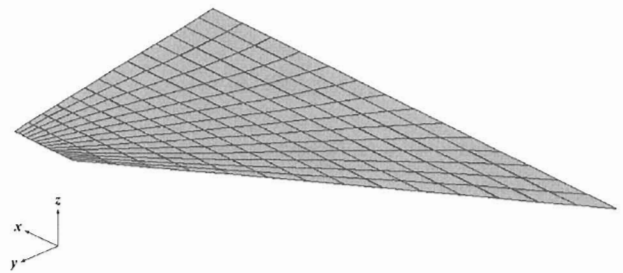
Table 1 Flow conditions ^{(2),(3)}

Dynamic pressure, psi	Mach number	Density, kg/m ³	Velocity, m/s	Reynolds number × 10 ⁶
2.78	0.878	0.5486	264.35	2.531
2.98	0.874	0.5905	263.81	2.719
3.33	0.869	0.6688	262.02	3.059
3.45	0.860	0.7089	259.06	3.205
3.88		0.7973		3.605
4.41	0.860	0.9062	259.06	4.097
4.93		1.0130		4.580
5.46		1.1219		5.073

Fig. 4 (a) に示すように、流体解析で使用した格子は C-H タイプで、格子点数は 273×53×51 の約 70 万点、翼面上に 211×34 点を配置した。前縁は丸みを持ち、後縁と翼端は尖った形状である。また、Fig. 4 (b) に構造解析で使用した格子を示す。4 節点シェル要素で、要素数 196 で構成した。



(a) Fluid grid (CH-type, 273×53×51)



(b) Structure grid (MITC4, 196 elements)

Fig. 4 Computational grid

3-2 振動特性

Fig. 5 に、デルタ翼の振動特性を Schairer らの計算結果と併せて示す。この計算には、モード解析での使用、翼の振動特性確認とともに、Schairer らの文献⁷⁾では模型の材料物性値が明記されていなかったため、本計算で設定した材料物性値が妥当なものかを確認する意味もある。本計算で設定した物性値は、ヤング率 $E = 2.0 \times 10^{11} [\text{Pa}]$ 、ポアソン比 0.33、密度 $\rho_s = 7.86 \times 10^3 [\text{kg/m}^3]$ である。

振動数 f とモード形状（黒点線は変位がゼロであるノード線を表す）は Schairer らの計算結果と良く一致しており、設定した材料物性値が適当であることが確認できた。また、1次モードが1次曲げ、2次モードが1次捻り、そして3次モードが2次曲げとなっており、このデルタ翼が一般的な片持ち板と同じような振動特性を有することがわかる。

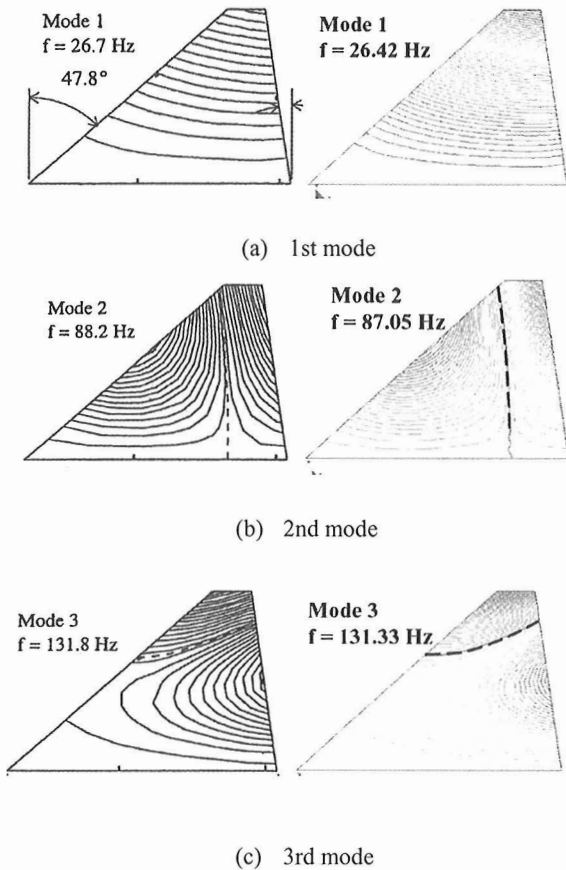


Fig. 5 Comparison of displacement contours of first three modes (left: Schairer' results ⁷⁾, right: present results)

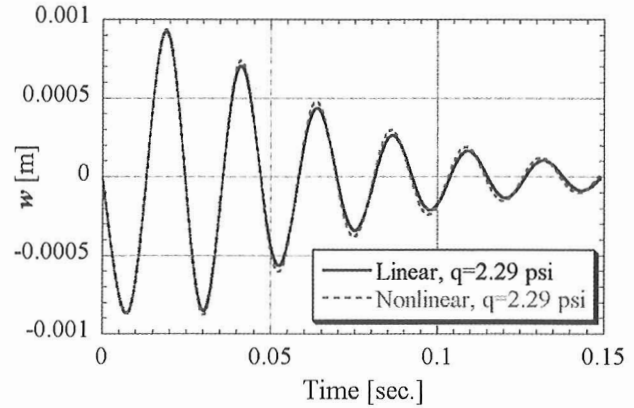
3-3 計算結果

まず、フラッター判定時における構造モデルの影響を調べた。Figure 6 (a) (b) に2つの主流動圧における翼端後縁垂直変位の時間応答を示す。2-4で説明した構造モデル全てで、計算を行ったが、選択モード数による違い、非線形解析における高次歪み項有無の違いは見られなかったため、代表として線形解析（全モード）と非線形解析（高次歪み項無し）の結果をそれぞれ1つずつプロットしている。

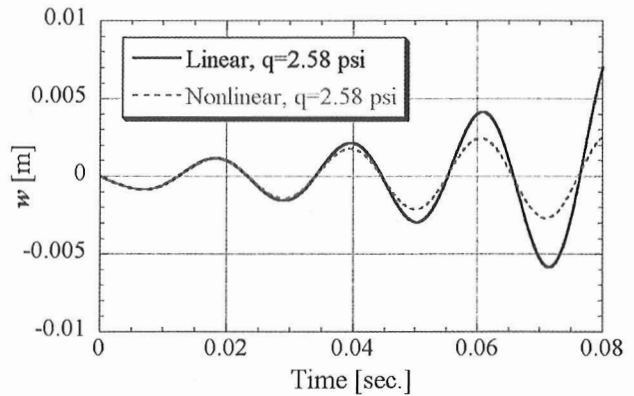
2つの図から、フラッター動圧が2.29 [psi]~2.58 [psi]の間の値をとることがわかる。実験ではフラッター動圧が2.4 [psi]と報告されており、本計算の妥当性が証明されている。フラッターの発生を調べるとい目的に限れば、線形解析と非線形解析の違いはほとんど無い。変位が大きくなるにつれ、両者の時間応答に違いがみられるが、線形解析、特にモード解析で十分にフラッター予測が可能であることが確認された。

今述べたように、Fig. 6 (b)における時間応答を見ると、変位が大きくなるにつれて、線形解析と非線形解析の結果の間に違いが確認できる。この後の時間応答がどのようなになっているのか確認するため、Fig. 7に時間軸を伸ばした際の時間応答を示す。この図の縦軸は、翼端後縁垂直変位を半スパン長で無次元化した値となっている。また、線形解析では、大振幅を伴う場合の選択モード数の影響を調べ

るため、6次モード解析、12次モード解析、そして全モードを考慮する線形解析を行い、それぞれプロットした。非線形解析に関しては、高次歪み項無しの結果のみをプロットしている。



(a) Dynamic pressure = 2.29 [psi]



(b) Dynamic pressure = 2.58 [psi]

Fig. 6 Time responses near the flutter onset point

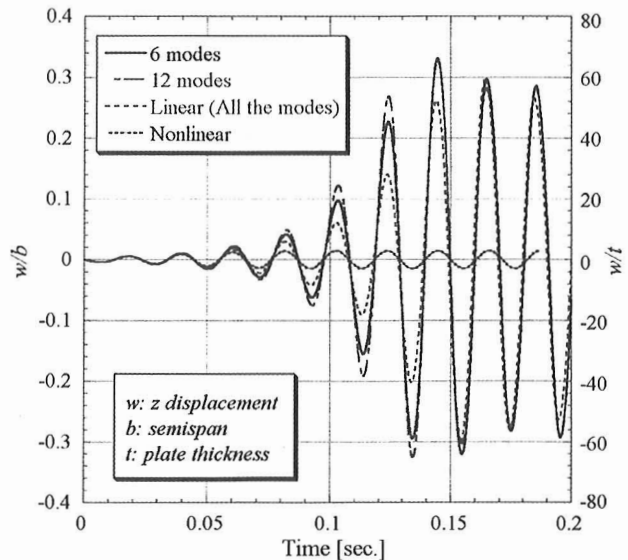


Fig. 7 Time responses with large amplitudes using various structural models at dynamic pressure = 2.58 [psi]

フラッター判別に使用する時間範囲内 (Fig. 6) では、線形解析と非線形解析の結果の間にほとんど違いが見られなかったが、その後の時間応答では大きな違いが生じていることがわかる。非線形解析では、翼の時間応答は初期段階では発散傾向を示すものの、その後振幅が一定となり、そのまま振動を維持する Limit Cycle Oscillation (LCO) となる。振幅は板厚の 5 倍弱程度である。一方で、線形解析の結果を見てみると、翼の時間応答は大きく発散し、非常に大きな振幅で LCO となる。振幅は板厚の 60 倍程度と非線形解析に比べ非常に大きい。後で示すように、線形解析で得られた LCO の振幅は、実験値に比べて遥かに大きい。また、選択モード数の影響はほとんど無く、大振幅を伴う場合、いずれの線形解析手法も非現実的な翼応答を示すことがわかった。

線形解析においても非線形解析と同様に LCO に入るが、これは、Fig. 8 に示すように、翼の大変形に伴い翼端付近で発生する渦が原因といえる。⁴⁾ 一方で、非線形解析の結果では翼の変形は非常に小さく、線形解析で見られるような渦は LCO 中不存在しない。すなわち、LCO 発生メカニズムは両解析で大きく異なっており、特に線形解析を用いて LCO に関する流れ場や翼応答の議論する際には注意が必要である。

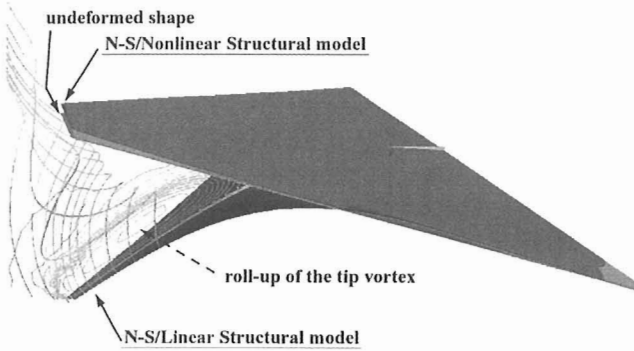


Fig. 8 Flow fields and deformed shapes using linear and nonlinear structural model (surface: pressure distributions, space: stagnation pressure contours and stream lines)

各主流動圧に対する翼端後縁垂直変位 (LCO 振幅) と LCO 中の振動数をまとめたものを Fig. 9 に示す。まず、線形解析の結果から見ていくと、同じ主流動圧における実験結果に比べ、非常に大きな振幅で LCO になっていることがわかる。振動数もやや大きめの値をとる。いずれにせよ、フラッターの発生を調べる場合には、線形解析で十分であるが、その後の発散傾向を示す翼応答を計算するには、線形解析では不十分である。また、選択モード数の影響は大振幅を伴った場合でもほとんど無いといえる。

一方、非線形解析の結果を見ると、変位に応じた適切な剛性が見積もられたことから、LCO 振幅は抑えられ、線形解析に比べ実験結果の傾向に近くなっているといえる。しかしながら、その傾向を精度良くとらえるには至っていない。LCO 振動数に関しても同様である。また、今回行った

計算の振幅範囲内 (最大で翼厚 100 倍程度) の翼変形に関しては、高次歪み項はほとんど影響していない。以上の結果から、フラッター判定後の発散傾向を示す翼応答を計算するには、少なくとも変位に応じた非線形な剛性を見積もらなければいけないが、高次歪み項は影響しないことがわかった。

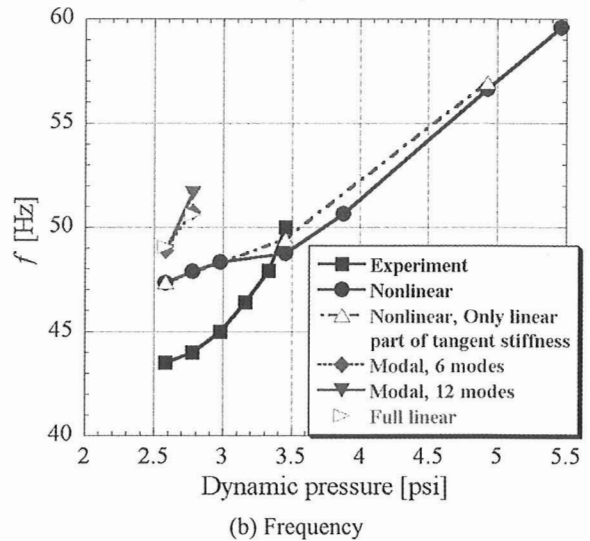
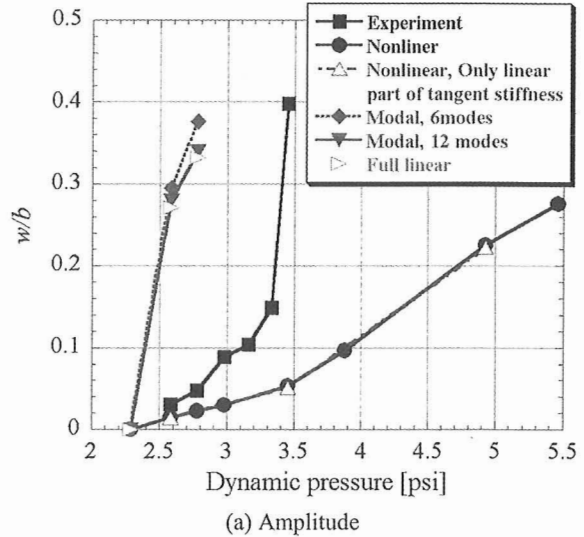


Fig. 9 Comparison of various structural models

最後に、Fig. 10 に他の計算結果との比較を示す。主流動圧値 4.0 [psi] 以下では、いずれの計算結果 (Melville の線形解析は除く) もほぼ同じ LCO 振幅を示しているが、実験の傾向を正確にとらえるには至っていない。ただし、本計算結果が、他の計算結果とほぼ同様の結果であることは、大振幅領域における本計算の妥当性を示しているといえる。主流動圧値 4.0 [psi] 以上では、LCO 振幅値にばらつきが見られるようになる。本計算で使った物理モデルは、Attar らの計算⁶⁾ とほぼ同じといえ (Euler と Navier-Stokes の違いはあるが、我々が行った空力モデルの比較計算ではそれらの結果に違いは見られなかった)、両者の違いの原因は、格子密度や連成手法にあるのではないかと考えている。ま

た、von Kármán plate equation を用いた Gordnier の結果⁵⁾との違いにおいても、本計算結果からは、歪みと変位の関係は結果に影響を及ぼさないことが示されており、この差も同様に物理モデル以外の計算要素にあると考えている。このように、大振幅を伴う場合、異なる実験に対する解析を含め、更なる検証計算が必要である。

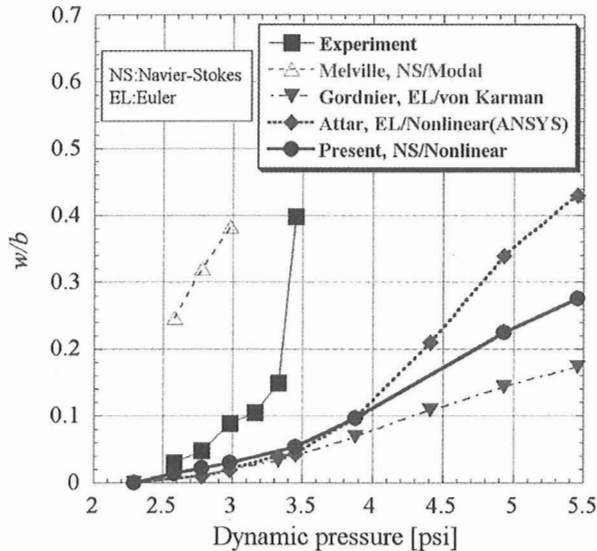


Fig. 10 Comparison of amplitude with other computed results

4. 結論

遷音速デルタ翼の大振幅 LCO シミュレーションを行い、構造モデルの影響について調べた。空力モデルは Navier-Stokes 方程式とした。モード解析を含め線形解析では非現実的な大振幅で LCO になることがわかった。線形解析でも LCO はとらえられるが、その発生メカニズムは非線形解析と異なるため、線形解析を用いた LCO の議論には注意が必要である。今回行った変形範囲（最大で翼厚 100 倍程度の翼端変位）では、変位に応じた非線形剛性を求めることが重要な点であり、高次歪み項の影響は小さい。フラッター境界の判定に関しては、構造モデルの影響はほとんどなく、線形解析で十分であることが改めて確認できた。

謝辞

研究の一部は、新エネルギー・産業技術総合開発機構 (NEDO) の平成 16 年度産業技術研究助成事業の補助を受けています。慶應義塾大学の野口裕久教授には、シェル要素の非線形構造解析コードと非線形有限要素法に関する有益な助言をいただきました。心より感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Isogai, K., "Numerical Study of Transonic Flutter of a Two-Dimensional Airfoil," NAL TR-617T, July 1980.
- 2) Bohbot, J. et al., "Computation of the Flutter Boundary of an Airfoil with a Parallel Navier-Stokes Solver," AIAA-Paper 2001-0572, 2001.

- 3) Sheta, E. F. et al., "Computational and Experimental Investigation of Limit Cycle Oscillations in Nonlinear Aeroelastic Systems," AIAA-Paper 2000-1399, 2000.
- 4) Melville, R. B., and Gordnier, R. E., "Numerical Simulation of Large Amplitude Aeroelastic Wing Response," AIAA-1988-2657, 1998.
- 5) Gordnier, R. E., "Computation of Limit-Cycle-Oscillation of a Delta Wing," *Journal of Aircraft*, Vol. 40, No. 6, 2003, pp. 1206-1207.
- 6) Attar, P. J. and Gordnier, R. E., "Aeroelastic Prediction of the Limit Cycle Oscillations of a Cropped Delta Wing," AIAA 2005-1915.
- 7) Schairer, E. T. and Hand, L. A., "Measurement of Unsteady Aeroelastic Model Deformation by Stereo Photogrammetry," *Journal of Aircraft*, Vol. 36, No. 6, 1999, pp. 1033-1040.
- 8) Yoon, S. and Jameson, A., "Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 9, 1988, pp. 1025-1026.
- 9) Shima, E. and Jounouchi, T., "Role of CFD in Aeronautical Engineering (No.14) – AUSM type Upwind Schemes," *Proceedings of the 14th NAL Symposium on Aircraft Computational Aerodynamics*, SP-34, Jan. 1997, pp. 7-12.
- 10) Baldwin, B. S. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257, Jan. 1978.
- 11) Tamura, Y. and Fujii, K., "Conservation Law for Moving and Transformed Grids," AIAA paper 93-3365-CP, 1993.
- 12) Noguchi, H., et al., "Sensitivity Analysis in Post-Buckling Problems of Shell Structures," *Computers and Structures*, Vol. 47, No. 4/5, 1993, pp. 699-710.
- 13) Bathe, K. J., et al., "Finite Element formulations for Large Deformation Dynamic Analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 9, 1975, pp. 353-386.
- 14) Terashima, H. and Fujii, K., "Numerical Estimations of Transonic Flutter Calculation with the Fluid/Structure Coupling Method," *Proc. of the Second International Conference on Computational Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, 2002, pp. 355-360.
- 15) Goura, G. S. L., et al., "A Data Exchange Method for Fluid-Structure Interaction Problems," *The Aeronautical Journal*, Vol. 105, 2001, pp. 215-221.
- 16) Sadeghi, M., et al., "Application of Three-Dimensional Interfaces for Data Transfer in Aeroelastic Computations," AIAA Paper 2004-5376, 2004.
- 17) Bhardwaj, M.K., et al., "Computational Fluid Dynamics/Computational Structural Dynamics Interaction methodology for Aircraft Wings," *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 12, 1998, pp. 2179-2186.
- 18) Melville, R. B., et al., "Implementation of a Fully-Implicit, Aeroelastic Navier-Stokes Solver," AIAA Paper 97-2039, 1997.