

## BAMR 法による LES 解析の高解像度化の試み

松尾裕一<sup>1</sup>, 中森一郎<sup>2</sup><sup>1</sup>宇宙航空研究開発機構, <sup>2</sup>アドバンスソフト株式会社

## On the Resolution Enhancement of LES Analysis with a Blocked Adaptive Mesh Refinement Method

by

Yuichi Matsuo and Ichiro Nakamori

## ABSTRACT

In order to accurately solve the unsteady fluid motion by large eddy simulation, we have to use a grid-resolution as uniform as possible for the whole flow field. It is often the case that the grid-resolution is deteriorated far from the wall when the structured grid system such as an O-type is employed. There have been many researches on the adaptive mesh refinement (AMR) since 1980s. Note, however, that we should take advantage of the knowledge acquired in the structured grids in the AMR code. Then, we employ the blocked adaptive mesh refinement (BAMR) to remain the grid-resolution to be preferably unchanged in the computational domain. In this study, we develop an algorithm to generate the blocks with the finer mesh automatically, and apply the BAMR code to the viscous flow analyses around a 2-dimensional cylinder, the NACA0012 airfoil configuration, and a 3-dimensional cylinder. These test cases show feasible resolutions with the limited CPU resources.

## 1. はじめに

LES においては、格子自体が SGS 渦粘性モデルのパラメータとなるため、捉えるべき現象に対し空間格子解像度をできるだけ一定に保つ必要がある[1]。しかし、物体に対して単一の O 型格子を使うような場合には、遠方で解析の解像度が劣化し、特にウエークなどを精度良く捉えることが困難となる。このような場合に、マルチブロック格子法や非構造格子法とともに、適合格子 (Adaptive Mesh Refinement; AMR) 法が有効である。AMR については、1980 年代から現在に至るまで様々な手法が提案されているが、これらは主に、①直交デカルト格子系を基盤として局所的に細分化する方法と、②構造格子上にブロック領域を定義し、その領域内を細分化する方法(Blocked Adaptive Mesh Refinement; BAMR)の 2 種類に大別される。

前者の AMR は、Berger と Olinger の研究[2]にまで遡ることができ、諸量の空間変化や時間変化に応じてセルベースで随時、分割 (refinement) と結合 (coarsening) を繰り返す行いを行うものであり、主に火炎や噴流、自由界面の解析に効果的な手法であるが、Aftosmis[3]や Wang[4]による航空宇宙分野への応用も盛んである。しかし、物体壁面を含む解析には、カットセルや境界層専用格子を使うなどの工夫が必要となり、データ構造や前後処理についても独自の開発が必要となる。

一方、後者の BAMR は、AMR を点単位ではなくブロック単位で行うものであり、ブロックの中では既存のソルバーが使える可能性があるため、その場合には比較的簡単に AMR のメリットを享受できる。翼周りの遷音速非粘性流れに適用した構造格子の例として Dudek ら[5]の計算が、NS 方程式を支配方程式として翼まわりと鈍頭物体まわりの圧縮性流れを計算した Steinhilber らの例[6]がある。これは Berger ら[7]によって開始された AMR の流れを汲むものであり、定常衝撃波をシャープに解像することに特化している。しかし、これらにおいてブロック化の自動選別法についての詳細は述べられていない。

本研究では、LES 解析における格子解像度の影響を改善することを視野に、BAMR 法を用いて自動的に格子解像度を計算領域内なるべく一定に保つような手法を考案したので、その内容について報告する。ここでは、Berger ら[8]の方法を参考に、単一格子上の数値解を基に、分解能の不足しているポイントを検索し、それらの情報を基にブロックに整形する方法を用いた。また、これまで使用してきた構造格子ベースの差分コードで培われてきた技術を活かし

ながら、複雑形状や局所的に急峻な変化を伴う流れに適応可能とするようなステップアップを施すという意味において、BAMR 法の LES を含む非定常 NS 解析への適用可能性について検証した。

## 2. 解法

## 2.1 流れの数値解析法

本解析においては、支配方程式として保存型で与えられる圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いた。解ベクトル成分は密度、運動量、全エネルギーである。これをセル中心型有限体積法で離散化し、セル境界の対流項に対する数値流束は、Flux difference splitting により決定している。また、対流項の高精度化には MUSCL 型 3 次精度内挿補間を用い、内挿量には保存量の跳躍量を使用した。また、標準的な minmod 関数を併用することにより数値解の単調性を維持した。粘性項の構築にはガウスの発散定理により得られる一階微係数を用いる。粘性係数の評価にはサザランドの式を使用し、熱伝導係数  $\kappa$  の算出に際して Prandtl 数は 0.72 で一定とした。なお、本計算の時間進行法に関しては、陰解法と陽解法とを併用した。陰解法は LU-ADI 法を使用し、陽解法としては 4 次精度ルンゲクッタ法を使用した。物体の壁面を構成する境界を含む格子に陰解法を使用することにより、物体表面近傍においてアスペクト比の高い格子に拠る数値解の硬直性を緩和しながら、物体壁面を含まない計算ブロックにおいてはルンゲクッタスキームを使用することにより時間方向における非定常解の精度を向上させた。これに関連して、時間刻みは物体壁面を含まない陽解法が適用されるブロックにおいては、クーラン数  $CFL = 0.9$  の制約を課すことにより決定した。したがって、用いた時間刻みは、流速と代表長で決定されるフロータイム  $T = D/U$  の 0.001 倍程度であり、これを全ての計算格子で等しく用いた。結果的に、物体近傍の格子上の境界層内部での CFL は局所的に数 100 のオーダーとなる。

## 2.2 ブロック化

ブロックの生成手順を以下の 2 次元円柱まわりの計算を例に示す。まず、単一の基本格子 (128×128) 上で計算を行なう。無次元時間刻みは 0.01 とし、4000 ステップ程で解が落ち着いた時点で一旦計算を終了させる。基本格子が細かければ後流に渦列が生成されるが、その場合の手順は分解能の評価を時間方向に積算し、時間平均を取れば解決できる。図 1(a)は、この基本格子で得られた密度コンターで

ある。次に数値解の格子による分解能の評価を行なう。文献[9]に拠れば、1次元においては、次式で表わされる量が一定に近いほどクオリティの高い格子とされる。

$$\varepsilon = \left| h^p \frac{\partial^p q}{\partial h^p} \right| \quad (1)$$

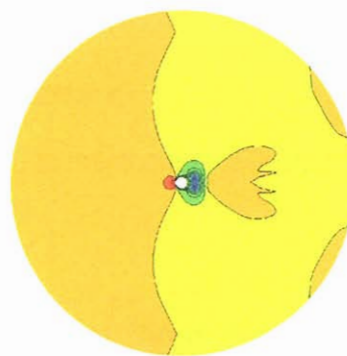
ここで、 $h$  は格子幅、 $q$  は物理量であり、 $p=2$ とした。着目した物理量が空間的に歪んだ分布を有し、曲率半径が定義できる場合、各々の格子要素内の曲率半径に格子幅の2乗値が反比例していることが最適状態ということになる。誤差インディケータに関しては既に様々な提案がなされてきており、非構造格子に対して高度に発展した誤差インディケータの形式[10]等が提案されているが、本研究では構造格子上で格子による分解能が不足している箇所を探索できれば良いので、ここでは基本に立ち返り、より単純なインディケータを用いることとする。着目すべき諸量の候補としては、密度、総エンタルピー、局所マッハ数等が考えられる。ここで取り上げている流れは全般的に比較的低マッハ数域にあり、密度の変化は僅かであることからこれは候補から外した。また、流れに顕著な温度変化や熱源が存在せず、総エンタルピーは流線に沿ってほぼ一定であるため、ここでは局所マッハ数を採用した。式(1)により表わされる量の評価するうえで、構造格子のデータ配列を活かしながら、2次元的なマッハ数分布に対応させるため、実際には次式のように再定義した量で評価を行なった。

$$\varepsilon = \max \left( \left| M_{i+1,j} - 2M_{i,j} + M_{i-1,j} \right|, \left| M_{i,j+1} - 2M_{i,j} + M_{i,j-1} \right| \right) \quad (2)$$

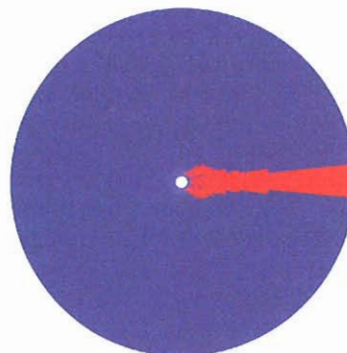
格子幅の最低値の閾値を設定した。円柱直径で無次元化された格子幅のうち  $\xi$  線と  $\eta$  線で最小値となる方を選択し、これを  $h$  とした。細分化のストッパーとして、 $h$  が 0.01 より大であることを制約条件として課し(問題による)、かつ、(2)式で評価された量  $\varepsilon$  が閾値  $\varepsilon_0$  ( $=0.001$ )より大であるときにそのセルに印を付け、それらを可視化した結果を図1(b)に示す。次に、これらの印を基に四つの頂点を有する四辺形ブロックを定義する。具体的には、着目したセルの周囲に存在するセルのうち、辺を共有するもので印が付けられているものの総和が2個以上のとき、着目したセルは印の有無に拘わらず印を付けなおす。この手順を繰り返すことにより、印を付けられた要素を内包するブロックが生成される。生成されたブロック内で上記の手順を再度用いることにより、さらに高次のレベルのブロックを生成することができる。ただし、格子幅  $h$  に対する閾値はレベルが1段階向上する毎に半値とした。この手順を表1にまとめて示す。一連の手順を一括してコード上で行なわせることにより得られたブロック全てを図1(c)に示す。この手順では複数のブロックが生成されることもあり、その場合にはブロック間のデータ依存関係は tree 状のデータ構造となるが、ここで得られたブロックは直鎖状のデータ構造となる。

表1 ブロックの生成手順

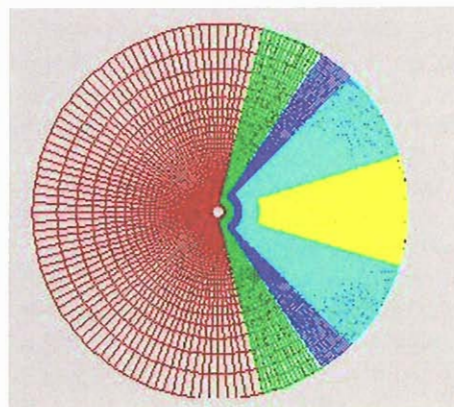
1. 基本格子で流れを計算 (図1(a))
2. 計算格子幅  $h$  での変動量が閾値  $\varepsilon_0$  を超過した箇所を候補セルとして特定 (図1(b))
3. 孤立した候補セルを削除
4. 候補セル情報からブロック領域を成型
5. 親ブロック番号、自ブロック頂点と格子解像度レベル等々の情報を適宜格納
6. 一つ高次のレベルのブロック内で2-5の手順を反復
7. 指定したレベルに到達した時点でブロック生成を終了 (図1(c))



(a)基本格子上の密度分布



(b)再分割候補セルの抽出

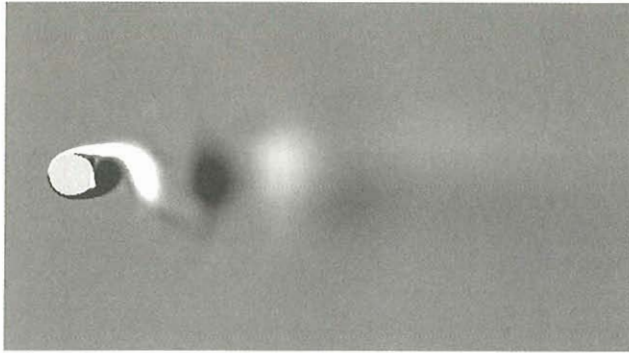


(c)候補セルから段階的にブロックへ成型

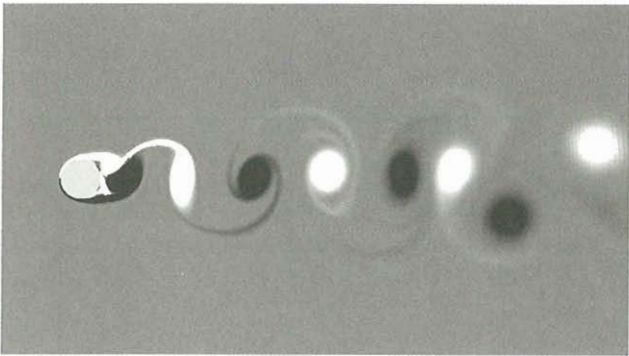
図1 ブロック生成手順説明図

なお、各ブロックの格子要素数は元になった解像度の低いブロックから順に、 $(128 \times 128 = 16,384)$ ,  $(108 \times 140 = 15,120)$ ,  $(160 \times 164 = 26,240)$ ,  $(256 \times 232 = 59,392)$ ,  $(192 \times 288 = 55,296)$ であった。これらを計算上必要な要素数に換算しなおせば、それぞれ $(12,288)$ ,  $(8,560)$ ,  $(11,392)$ ,  $(45,568)$ ,  $(55,296)$ 個であり、演算量の観点からすれば、これらの総計である要素数 133,104 個の計算と同等となる。最も細かい格子レベルで計算領域全域をカバーしようとする単純に見積もった場合の格子要素数は(ベース格子  $128 \times 128$  に  $4^4$  倍し)419万要素数程であり、したがって演算量は31分の1に節約できたことになる。これらのブロックを使用した場合としない場合について、流れの計算を実行した結果を過渡で可視化し比較したものを図2に示す。ブロックを用いた場合、流出境界に至るまで渦列の様子が格子による拡散が非常に少ないまま精度良く解かれている様子がみてとれる。





(a) 単一格子



(b) 5段階のBAMR格子

図2 円柱後方の渦列の比較

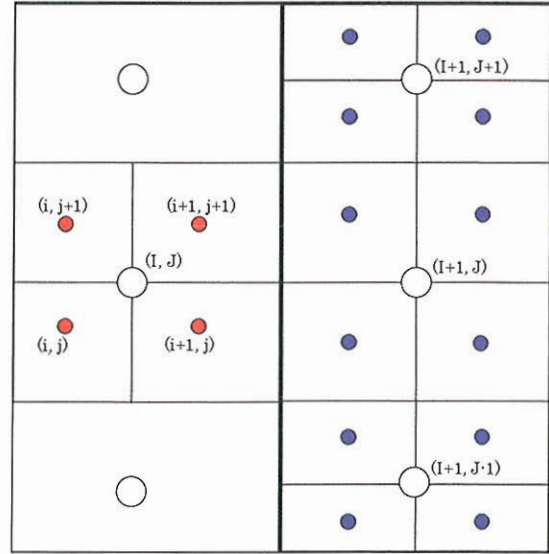
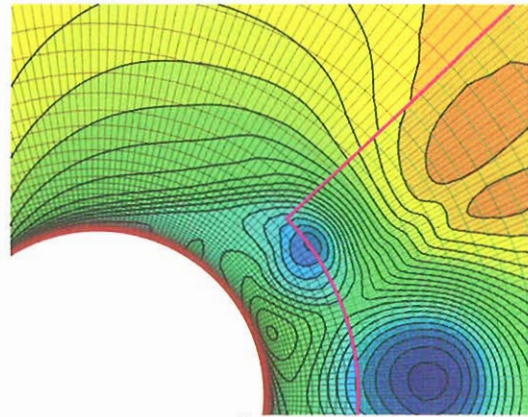
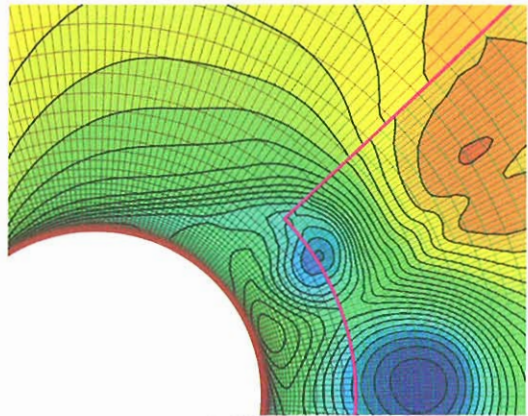


図3 異なるレベルのブロック間の接続境界



(a) 線形補間



(b) 零次補間

図4 密度コンター線によるブロック接続境界の比較

### 2.3 ブロック接続境界の扱い

ブロック境界における情報伝達の際に、線形補間[11]に単調性の維持を組み込む方法（方法①）と零次補間（方法②）について調査した結果を示す。図3では、格子解像度が高い格子のセル中心  $i, j$ 、粗いほうが  $I, J$  と番号を打っている。図3のようにブロック境界（図3中の太線）を挟んで仮想セルが左側、流体セルが右側に仕切られている配置関係にある場合、線形補間法では以下のようにして細かい格子ブロックの仮想セル上の補間値が定義される。

$$\begin{aligned} Q_{i+1,j+1}^{l+1} &= Q_{I,J}^l + 0.25\Delta_\xi + 0.25\Delta_\eta, \\ Q_{i+1,j}^{l+1} &= Q_{I,J}^l + 0.25\Delta_\xi - 0.25\Delta_\eta, \\ Q_{i,j+1}^{l+1} &= Q_{I,J}^l - 0.25\Delta_\xi + 0.25\Delta_\eta, \\ Q_{i,j}^{l+1} &= Q_{I,J}^l - 0.25\Delta_\xi - 0.25\Delta_\eta. \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Delta_\xi &= 0.5(\text{sign}(\Delta_\xi^+) + \text{sign}(\Delta_\xi^-)) \min\left(|\Delta_\xi^+|, |\Delta_\xi^-|\right), \\ \Delta_\eta &= 0.5(\text{sign}(\Delta_\eta^+) + \text{sign}(\Delta_\eta^-)) \min\left(|\Delta_\eta^+|, |\Delta_\eta^-|\right), \\ \Delta_\xi^+ &= Q_{i+1,j}^l - Q_{i,j}^l, \Delta_\xi^- = Q_{i,j}^l - Q_{i-1,j}^l, \\ \Delta_\eta^+ &= Q_{i,j+1}^l - Q_{i,j}^l, \Delta_\eta^- = Q_{i,j}^l - Q_{i,j-1}^l. \end{aligned} \quad (4)$$

零次補間では、(3)式の  $\Delta_\xi, \Delta_\eta$  をゼロとおく。

上記の方法を図4で示される薄赤色の境界線（ $\xi$ 一定の直線）上のみ適用し、それぞれの効果を検証することとした。初期値として、方法①により得られた非定常解を出発値とし、そこから各々フロータイム  $T$  の5倍だけ時間を進め、同時刻での等密度コンターで比較したものが図4である。密度分布には顕著な差異がみとめられる。これは、マッハ数が  $0 \sim 0.16$  まで分布し、一様流マッハ数  $M_\infty = 0.1$  に対する率は  $-100\% \sim 160\%$  と広範な変化を示すのに対し、

密度は一様流密度に比して  $98.7\% \sim 101.2\%$  と非常に小さな変動しかしないため、総合的な打ち切り誤差の影響を強く受けるためと考えられる。また、図4(b)の密度コンターから、零次補間は明らかに接続情報を大きく損ねているのが見てとれる。なお、低マッハ数では方法①のような制限関数を使用することは必ずしも必要ではないが、遷音速や超音速領域においては必要となるため、本稿では方法①を採用している。

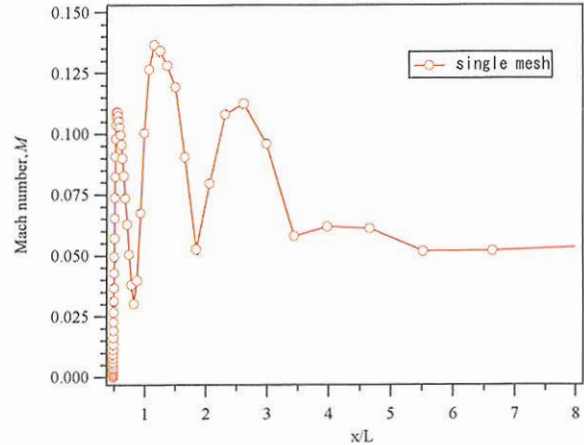


2.4 BAMRによる解像度向上の検証計算

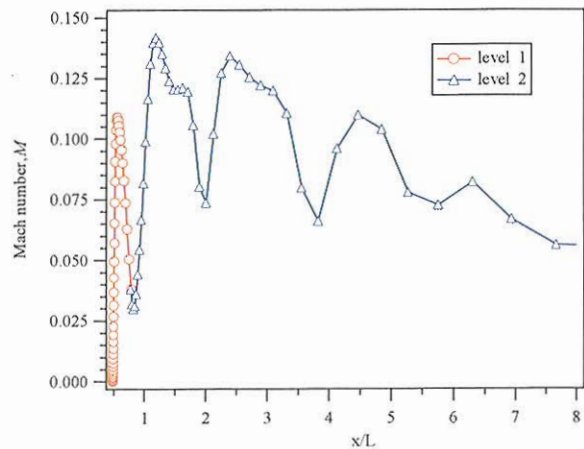
最も簡単な例として、2種類の異なる階層レベルを円柱まわりの流れに適用した。LU-ADI 陰解法を使用し、CFL=10 で決定された時間刻みはフロアタイム  $T$  の約  $1/10,000$  であり、到達時刻は  $2T$  である。格子数はベース格子の要素数が  $256 \times 64$ 、それよりも解像度を倍に向上したメッシュの要素数は  $112 \times 48$  とし、後流の領域のメッシュが再分割されている。また、一様流マッハ数は  $M=0.1$ 、レイノルズ数は  $Re=1000$  と設定した。図5はマッハコンターによる可視化結果の比較図であり、渦の放出が若干鮮明に捉えられていることが見てとれる。また、図6からは、センターライン上のマッハ数分布の解像度にも BAMR の効果が顕著に表われていることがわかる。

3. 結果および考察

翼周りの2次元流れ (NACA0012, 一様流マッハ数 0.1, レイノルズ数 1000, 迎角  $20^\circ$ ) を例にとり、上記で述べた手順により自動的に生成された BAMR 格子上で得られた数値解を図7に示す。基本単一格子でまず時間平均解を求め、そこで得られた情報を基にブロックを成型する。さらに、単一格子の解を補間してこれを初期値とし用い、計算を継続して得られた瞬時解が図7(b)に示されている。基本格子では、遠方での渦構造が急激に減衰しているが、BAMR では連続と続く渦列が捉えられていることがわかる。図8に揚力・抗力係数の比較を示す。BAMR 格子では渦列に応じた滑らかな変動が得られているが、単一格子の方がややいびつな分布となっている。これは、TVD の制限関数による差分の採り方の切換えが大きな擾乱源となり数値解に影響を与えているためと考えられる。つまり、BAMR 格子上では格子解像度が向上しているため、制限関数が作用しても差分の切換えに依存するそのような影響がほとんど現れず、それほどに諸量の1格子当たりの変化量が少なく、比較的滑らかな抗力係数分布が得られたと考えられる。

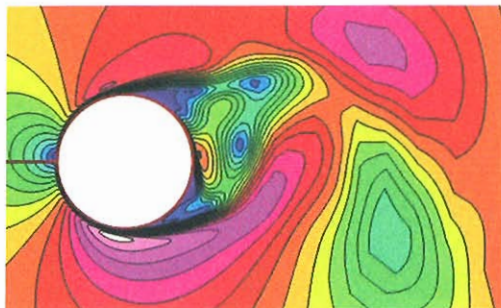


(a) 単一格子

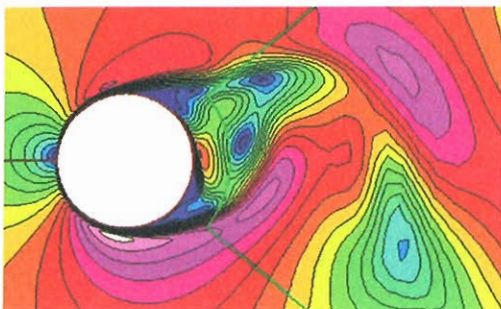


(b) 2段階のBAMR格子

図6 円柱後方におけるマッハ数分布



(a) 単一格子



(b) 2段階のBAMR格子

図5 円柱周りの等マッハコンター線

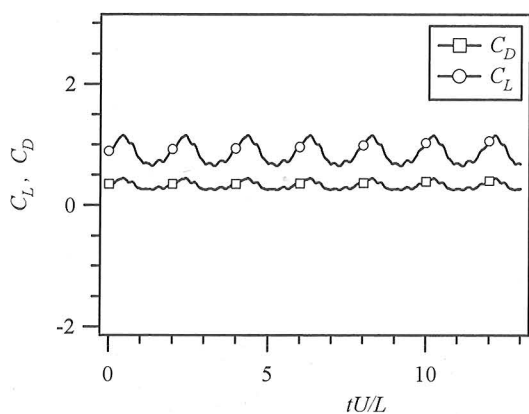


(a) 単一格子

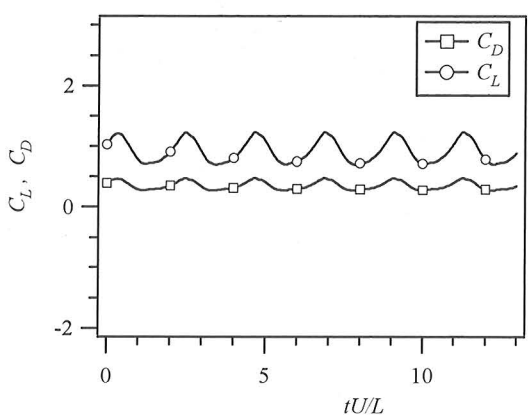


(b) BAMR格子

図7 翼型後方における渦度

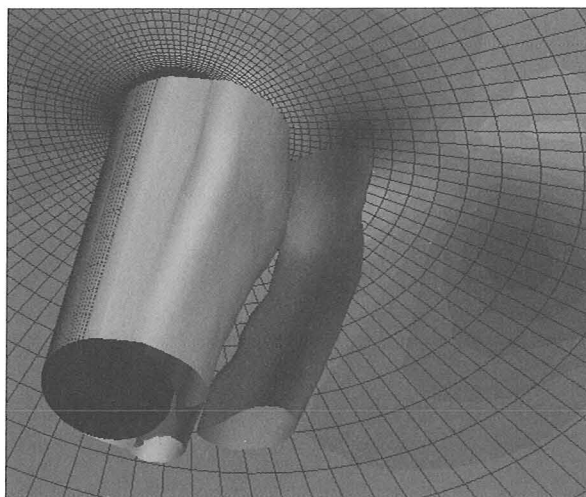


(a) 単一格子

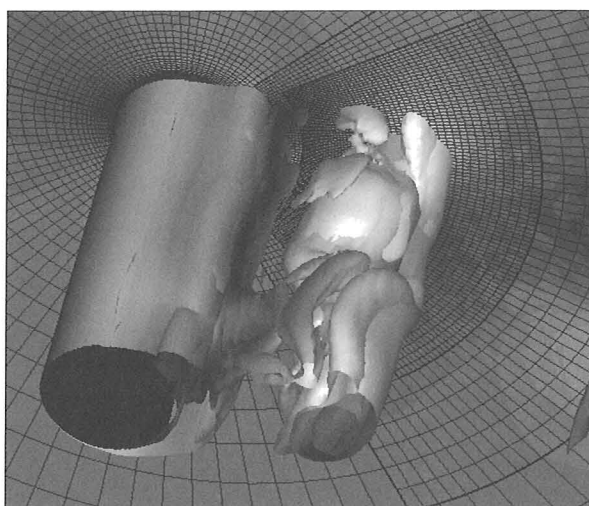


(b) BAMR 格子

図8 翼に加わる揚力・抗力係数



(a) 単一格子



(b) BAMR 格子

図9 円柱後方における渦度の等値面

また、本方法は3次元流れへの適用も容易に行なうことができる。ここでは円柱周りの流れ（一様流マッハ数 0.1、レイノルズ数 10 万）に適用した3次元非定常流れの解析例を図 9 に示す。流れの様相としては、ドラッグクライシスの手前であり、層流剥離後に後流で剥離渦が3次元的な構造に分裂する。BAMR を用いた場合には、総格子点数は 23 万点程であるものの、ウェークにおける大渦混合の様相の一端を伺うことができる。また、円柱に加わる平均的な抵抗係数（図 10）は単一格子と BAMR 格子の場合においてそれぞれ  $C_D = 1.20$ 、および  $C_D = 1.34$  である。また、抵抗振動数  $f$  は渦放出のその 2 倍であるため、ストローハル数  $St = fD/2U$  は  $St = 0.200$ 、および  $St = 0.215$  となった。ただし、BAMR の場合には、図 11 からわかるように高周波領域において不規則な乱流成分を観測できており、また、標準的な 3 次精度 TVD スキームという決して人工的な散逸が少ないとは言えない解法を使用しているにも拘らず、 $St = 0.5$  や  $St = 1.1$  といった周波数まで解像していることもわかる。本方法は、構造格子系のソルバーへ比較的容易に組み込むことが可能であり、LES 解析との併用によりその予測性能を向上させることが期待できる。

#### 4. 結論

本研究では、BAMR 法を用いて LES における格子解像度を計算領域内で自動的に一定に保つような手法を提案するとともに、BAMR 法の LES を含む非定常 NS 解析への適用可能性検証を行ない、ブロック成型方法や接続境界条件の課し方などについて具体的な知見を得た。その結果、BAMR は、LES や非定常解析における格子解像度の向上と解の高精度化に有効であること、また、ブロック接続境界は、本研究のような線形補間程度でも十分に機能するということがわかった。ただし、境界における物理量の保存性とか、境界を通して時空間的に急激な変化が起こる場合のロバストネスや収束性などについては、より詳細な検討が必要である。今後は得られた知見を活かしながら並列計算上での負荷バランスも考慮した方法に発展させていきたいと考えている。従来の方では最初の分割がその後の分割数に最後まで影響するため、均等な割り当てを目標として別のアプローチを採る。例えば、図 12 のように予め格子数が等分割となる区切り方を指定し、これらのブロック内で漸次分割を進めながら格子解像度を向上させる方法が考えられる。この場合には、本研究の場合にはなかった格子解像度のレベルが大きく異なるブロックが接続する場合が生じる可能性があるが、接続境界にバッファ領域を設定することにより滑らかな諸量の接続が達成できると考えている。

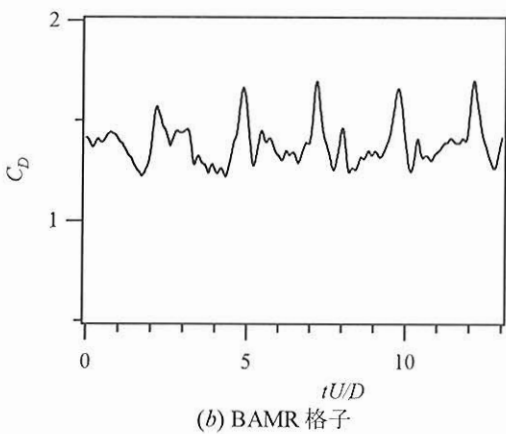
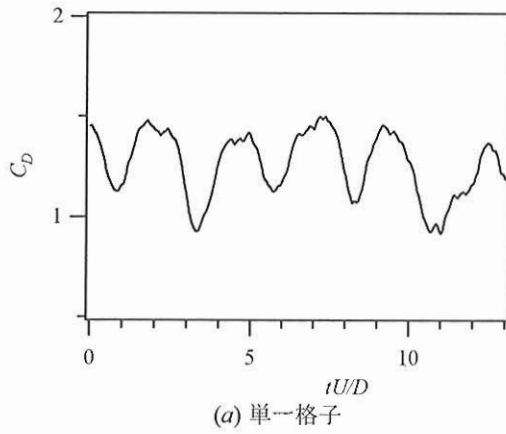


図 10 円柱に加わる抵抗係数

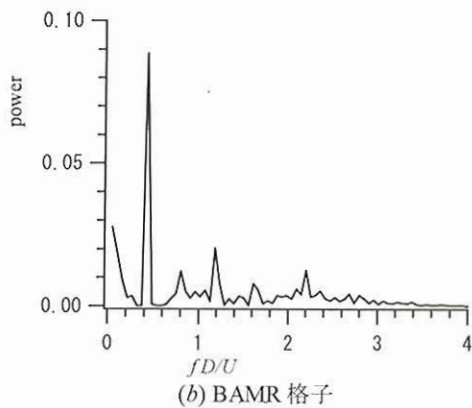
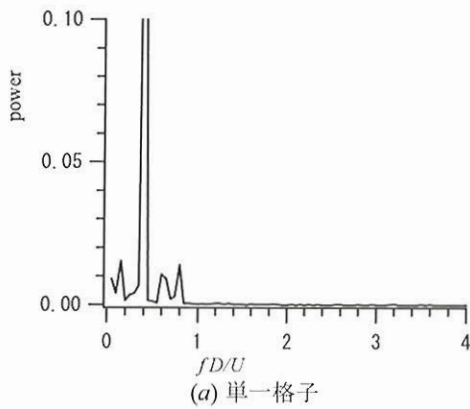


図 11 抵抗の振動数

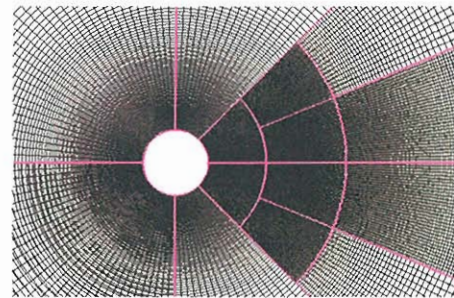
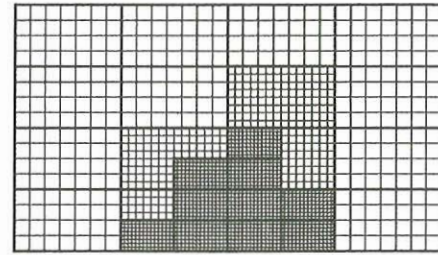


図 12 並列化に適させたブロック化の例

参考文献

- 1) P. R. Spalart ; International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 21, pp.252-263(2000).
- 2) M. J. Berger, et al.; J. Comput. Phys. Vol. 53, pp. 484-512(1984).
- 3) M. J. Aftosmis, et al. ; AIAA Paper 2000-0808.
- 4) Z. J. Wang, et al. ; AIAA Paper 2000-0395.
- 5) S. Dudek, et al.; AIAA Paper 98-0543.
- 6) E. Steinhilber, et al.; NASA TM 10674.
- 7) M. J. Berger, et al., AIAA J., Vol. 23., No. 4, pp. 561-568(1985).
- 8) M. J. Berger, et al.; J. Comput. Phys., Vol. 82, No. 1, pp. 64-84(1989).
- 9) R. Löhner; John Wiley & Sons Ltd., West Sussex, 2001.
- 10) R. Löhner, "An Adaptive Finite Element Scheme for Transient Problems in CFD," Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. Vol. 61, pp. 323-338(1987).
- 11) J. Bell et al.; Proc. 9th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 1989, pp. 471-479.