

宇宙航空研究開発機構特別資料

JAXA Special Publication

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2005論文集

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム運営委員会

2006年2月

宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency

宇宙航空研究開発機構特別資料

JAXA Special Publication

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2005 論文集

Proceedings of Aerospace Numerical Simulation Symposium 2005

開催日：平成17年6月23日（木）～24日（金）

開催場所：宇宙航空研究開発機構 航空宇宙技術研究センター

23June～24June, 2005

Japan Aerospace Exploration Agency

2006年2月

February 2006

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

まえがき

平成17年6月23日、24日の二日間にわたり、航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2005を開催いたしました。本シンポジウムは前身の「航空機計算空気力学シンポジウム」から数えて23回目となり、この間、大型計算機及び高精度流れ解析技術の飛躍的進歩に伴い、CFD技術は航空機、宇宙機、エンジン等の空力予測のみならず、構造や熱との連成解析、CFD応用の設計技術としての逆問題・最適化技術等にも発展し、さらなる高度化に向けた研究開発が各方面で進められております。また、2003年10月の宇宙航空研究開発機構(JAXA)の発足以来、CFDなどのシミュレーション技術が、風洞試験や飛行試験とあいまって産業界を含むJAXA内外のシステム開発・運用の基本技術として活用されることが強く期待されるようになっております。本シンポジウムはこれらの動向を受け、空気力学に加え、構造、熱、飛行力学等、広く航空宇宙分野全体に関わる最新の数値シミュレーション技術を中心に、これまで以上に複合的な技術と、その将来について、深くかつ、幅広い技術討論を目的としました。

今回は前回に比べ、会場を飛行場分室から再び本所で開催することとなり、多くの方々のご参加を得て活発な議論ができ極めて実り多い会議となりました。主催者としてご参加いただいた皆様に心より御礼申し上げます。

恒例の特別講演では、NASAよりMichael J. Aftosmis氏を招聘し「Parameter studies, time-dependent simulations and design with automated Cartesian methods」と題するご講演をいただき、直交格子自動生成法、データベース構築、複雑な非定常流れ解析、デザインへの適用等、様々な応用例について最新のNASAの研究成果が紹介されました。特別企画では、JAXA情報化委員会スーパーコンピュータ分科会より、今後のJAXAスーパーコンピュータセンターの方向性について報告され、計算科学の拠点としてJAXAの技術の横糸となる、という方針が表明されました。さらに、高揚力装置に関してCFDワークショップの提案もなされましたが、意欲的な方々が多く、今後の成果が大いに期待されます。また一般講演では、宇宙、燃焼・宇宙推進、高揚力装置、連成解析、音、格子、大規模計算等に関するセッションで計41件のご発表をいただきました。

本論文集は上記の第8回シンポジウムの講演内容をまとめたものですが、これを通してシンポジウムの成果をできるだけ広く活用していただければ大変幸いです。内外からご参加いただき、論文をご提出いただいた著者の方々に心より感謝申し上げますとともに、私どもJAXA総研関係者として、今後も皆様と共に航空宇宙分野のシミュレーション技術の先導役として、技術のさらなる発展に結びつけていきたいと考えておりますので、今後とも関係各方面の方々のご協力をよろしくお願いいたします。

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2005

運営委員会委員長 坂田公夫

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2005 運営委員会委員

坂田公夫(委員長)、野崎 理(研究幹事)、吉田正廣(総務幹事)、山本一臣、高木亮治、松尾裕一、山根 敬、佐藤 茂、小寺正敏、少路宏和、黒滝卓司、青山剛史、溝渕泰寛、才木一寿、清水太郎

目 次

1. Parameter Studies, Time-Dependent Simulations and Design with Automated Cartesian Methods	1
Michael J. Aftosmis (NASA)	
2. UPACS に組み込まれた乱流モデルの検証計算	11
○伊藤良三(大興電子通信)、今村太郎(JAXA)	
3. 抵抗要素分解を用いた遷音速流れ空力解析	17
○山崎渉、松島紀佐、中橋和博(東北大学)	
4. 低速における超音速機形態の RANS 数値シミュレーション	23
雷忠(JAXA)	
5. Comparison of Structured and Unstructured Grids on Generic Helicopter Fuselage With a Rotor	29
○Choongmo Yang、Takashi Aoyama、Shigeru Saito(JAXA)	
Hwajin Nam、Ohjoon Kwon(KAIST)	
6. 高精度マルチブロック計算のための一般化インターフェイス条件	35
○住隆博、黒滝卓司(JAXA)、桧山淳(三向ソフト)	
7. Robustness Study on Automatic Hexahedra Grid Generation	41
Paulus R. Lahur(JAXA)	
8. 航空機高揚力装置周りの三次元流れ場解析の精度検証	47
○村山光宏、山本一臣(JAXA)、小林邦彦(菱友システムズ)	
9. 翼端近傍流れ場の流速および迎角依存性に関する CFD 解析	53
○今村太郎、榎本俊治、加藤裕之、横川譲、山本一臣(JAXA)	
10. Kriging 法を用いた 3 要素翼配置の多目的最適化	59
○金崎雅博(JAXA)、鄭信圭(東北大)、田中健太郎(菱友システムズ)	
山本一臣(JAXA)	
11. ロケットエンジン同軸型噴射器まわりの燃焼シミュレーション	65
○松山新吾、新城淳史、溝渕泰寛、小川哲(JAXA)	
12. 希薄予混合燃焼器内の燃焼挙動に関する数値解析	71
○新城淳史、松山新吾、溝渕泰寛、小川哲(JAXA)	
13. 2 次元スクラムジェットエンジン・インレットの数値解析	76
長谷川進(JAXA)	
14. マッハ 10 以上の超高速域スクラムジェット作動特性に関する数値解析	82
○高橋政浩、小寺正敏、小室智幸、佐藤和雄、伊藤勝宏(JAXA)	
15. アブレータ供試体周りの流れ場とアブレータ熱応答との連成解析	88
○鈴木俊之、山田哲哉(JAXA)	
酒井武治(名古屋大)、山本行光(JAXA)	
16. 曲げ・振り梁構造モデルと非構造 CFD による三次元翼フラッタ解析	94
○町田健太郎、宮路幸二(横浜国大)	
17. 慣性飛行時の軸対称物体の流体解析	100
○西川進栄、海田一哉、孫娟(千葉大)、石出忠輝(木更津高専)	

18.	気象の高解像度数値予報	106
	○中山寛、藤田司 (気象庁)	
19.	曲がりダクト内圧縮性流れに及ぼす曲率の影響	112
	○尾崎幸玄、前川博(広島大)、松尾裕一(JAXA)	
20.	並列システムにおける実効性能推定法について	118
	○松尾裕一(JAXA) 末安直樹、稲荷智英、小林穰(富士通)	
21.	$Re_\tau=1020$ の平行平板間乱流の DNS に見る階層的な乱流構造	124
	○阿部浩幸、松尾裕一 (JAXA)、河村洋(東京理科大)	
22.	超音速二枚翼型における衝撃波の CFD 解析	126
	○山下博、米澤誠仁、後藤悠一郎、大林茂、楠瀬一洋(東北大)	
23.	衝撃波の干渉を利用した低ブーム・低抵抗超音速機の空力設計	132
	○丸山大悟、中野智晴、松島紀佐、中橋和博(東北大)	
24.	低レイノルズ数流れにおける二次元翼型の空力特性解析	138
	高木亮治(JAXA)	
25.	ストローハル数遷移領域における円柱後方の縦渦構造のシミュレーション	144
	○黒滝卓司、住隆博(JAXA)、桧山淳(三向ソフト)	
26.	上流ウェークの影響を受けるタービン翼面境界層の剥離一再付着現象の LES 解析	150
	○大庭芳則(石川島播磨重工)、荒川忠一(東京大)、松尾裕一(JAXA)	
27.	低速流れの非定常計算における人工粘性の影響	156
	向井純一(JAXA)	
28.	ヘリコプタの騒音を低減するアクティブ・フラップの数値解析	162
	○青山剛史、梁忠模、齊藤茂(JAXA)	
29.	圧縮性境界層の遷移に伴う音波発生機構の研究	168
	○渡辺 大輔、前川 博(広島大)、松尾 裕一(JAXA)	
30.	初期データに起因するスプリアス解について	173
	○岸恭子、高橋匡康(JAXA)	
31.	圧縮性 Euler 方程式の差分近似の不安定性と線形場	179
	○相曾秀昭(JAXA)、ABOUZIAROV Moustafa(ニジニノヴゴロド大)	
32.	Spectral Volume 法による高次精度非構造格子法の構築	185
	○芳賀臣紀、澤田恵介(東北大)	
33.	直交基底関数を用いる高次精度 Discontinuous Galerkin 法の検討	191
	○保江かな子、澤田恵介(東北大)	
34.	陰的 Discontinuous Galerkin 法による高次精度非構造格子法の検討	197
	澤田恵介(東北大)	
35.	微小重力実験機の空力特性に関する数値シミュレーション	203
	○坪井伸幸(JAXA)、宮路幸二(横国大)	
	藤田和央、澤井秀次郎、小林弘明、小島孝之、山川宏、橋本樹明(JAXA)	
36.	フィルム冷却を考慮した液酸・液水ロケットエンジン性能解析	209
	坪井伸幸、○伊藤隆、宮島博(JAXA)	
37.	ロケットエンジン開発における CFD	215
	○山西伸宏、清水太郎、根岸秀世、清水和弥、谷直樹(JAXA)	
38.	CFD によるスクラムジェット飛行実験の事前解析	221
	○小寺正敏、須浪徹治、伊藤勝宏(JAXA)	

Parameter Studies, Time-Dependent Simulations and Design with Automated Cartesian Methods

Michael J. Aftosmis

NASA Advanced Supercomputing Division
NASA Ames Research Center
Moffett Field, CA, 94404, USA
aftosmis@nas.nasa.gov

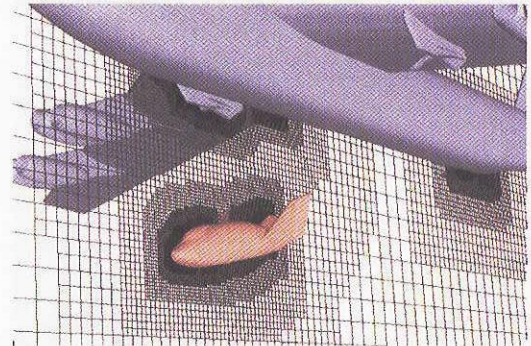
OVER the past decade, NASA has made a substantial investment in fully-automatic, adaptive Cartesian-based methods for aerodynamic simulation. These methods have matured to become the mainstay of preliminary aerodynamic analysis within much of the agency. After briefly reviewing the underlying approaches for automated surface modeling, mesh generation and massively parallel simulation, we present an overview of recent technological developments enabling the generation of large-scale aerodynamic databases, automated CAD-based design, and time-dependent simulations with of bodies in relative motion.

Automation, scalability and robustness underly each of these application areas. Cartesian methods were developed with the goal of automating the tasks of mesh generation and surface modeling which traditionally bottleneck the simulation process. When these human-driven tasks are removed, the entire CFD process can be fully automated, and we recapture the speed advantages of modern processors and machine architectures.

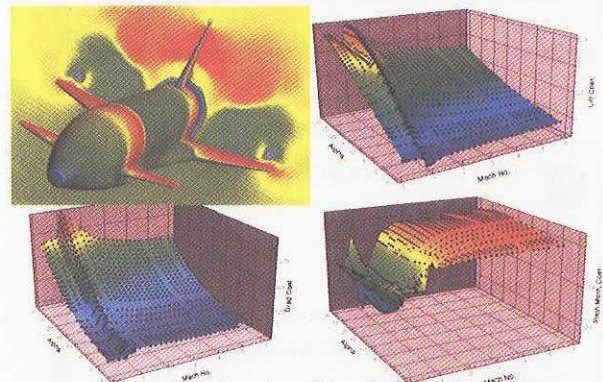
With the possibility of fully-automated simulations comes the desire to perform high-fidelity, autonomous parameter studies. These include varying not only simple wind parameters like Mach or angle-of-attack variation, but also varying geometric parameters such as control surface deflection or wing shape. Such studies enable the generation of large-scale aerodynamic databases and design sensitivity/optimization studies. Research in both of these areas will be presented.

Recent progress with time dependent simulations will be presented both for static geometry and moving bodies in relative motion. Analyses such as these played an important role in the Space Shuttle Columbia accident investigation and continue to be

important for analyzing debris-transport in the Return to Flight effort.



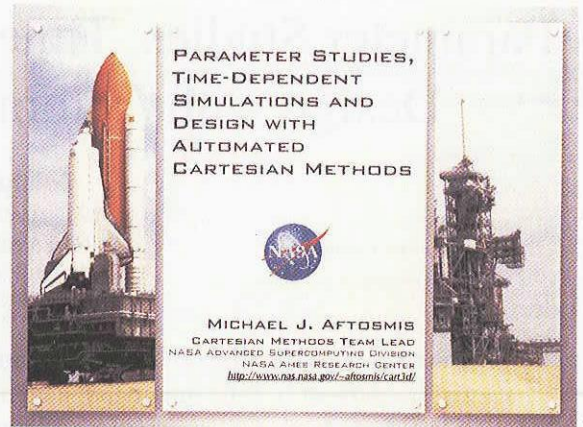

Automatically generated Cartesian mesh around X-38 and B-52 in support of X-38 drop-tests.



Parametric study showing lift, drag and pitching moment variation with angle-of-attack and Mach number.



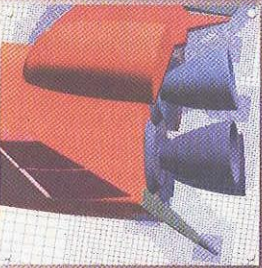

Time-dependent, moving-body simulation of foam debris impacting orbiter wing leading-edge.

MOTIVATION

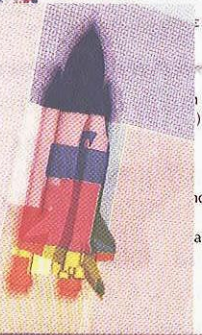

CAPITALIZING ON CPU SPEED
REQUIRES AUTOMATION

- Interactivity is **not** automation
- Human time **does not** decrease with CPU speed
- Increasing interest in trend analysis requires automation of complete process
- Hardware now permits thousands of CFD simulations per hour!
- Automation requires robustness


NAS COLUMBIA SYSTEM

PROCESSOR ALTIX SUPERCLUSTER


CART3D SCALABILITY

2000
1000
500
0
of CPUs



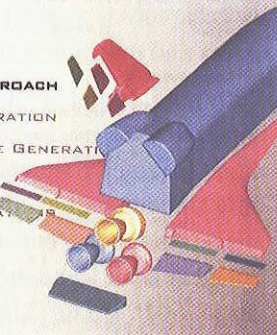

OVERVIEW

- COMPONENT BASED APPROACH
- AUTOMATIC MESH GENERATION
- AERODYNAMIC DATABASE GENERATION
- CAD-BASED DESIGN
- TIME-DEPENDENT SIMULATIONS





OVERVIEW

- COMPONENT BASED APPROACH
- AUTOMATIC MESH GENERATION
- AERODYNAMIC DATABASE GENERATION
- CAD-BASED DESIGN
- TIME-DEPENDENT SIMULATIONS

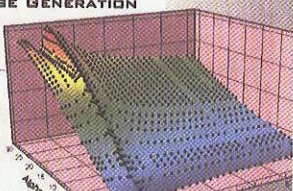
OVERVIEW

- COMPONENT BASED APPROACH
- AUTOMATIC MESH GENERATION
- AERODYNAMIC DATABASE GENERATION
- CAD-BASED DESIGN
- TIME-DEPENDENT SIMULATIONS


OVERVIEW

- COMPONENT BASED APPROACH
- AUTOMATIC MESH GENERATION
- AERODYNAMIC DATABASE GENERATION
- CAD-BASED DESIGN
- TIME-DEPENDENT SIMULATIONS



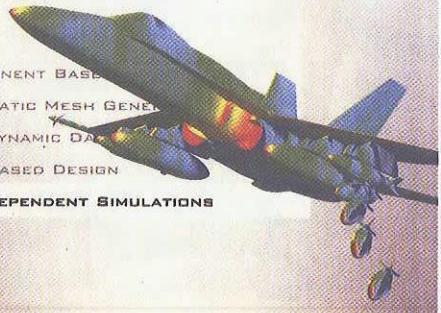
OVERVIEW

- COMPONENT BASED APPROACH
- AUTOMATIC MESH GENERATION
- AERODYNAMIC DATABASE GENERATION
- CAD-BASED DESIGN
- TIME-DEPENDENT SIMULATIONS



OVERVIEW

- COMPONENT BASED APPROACH
- AUTOMATIC MESH GENERATION
- AERODYNAMIC DATABASE GENERATION
- CAD-BASED DESIGN
- TIME-DEPENDENT SIMULATIONS



COMPONENT-BASED APPROACH
KEY TO AUTOMATIC SURFACE MODELING

- Each solid is its own component
- Automatically triangulate native CAD solids
- Move/deform/add/replace solids on-the-fly
- Automatically extract wetted surface




COMPONENT-BASED APPROACH
KEY TO AUTOMATIC SURFACE MODELING

- Each solid is its own component
- Automatically triangulate native CAD solids
- Move/deform/add/replace solids on-the-fly
- Automatically extract wetted surface



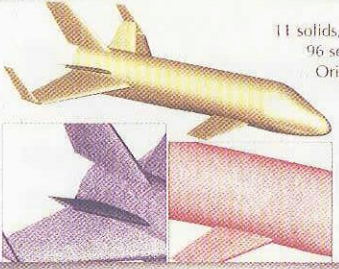
COMPONENT-BASED APPROACH
CAD-BASED SURFACE MODELING

- Access geometry through CAPRI
- Automatically triangulate native CAD solids
- Two Approaches
 1. Quad-based:
 - Uses auto-blocking of common CAD faces
 - Supports anisotropic triangulations
 - See: IMR13 Sept 19-22, 2004
 2. Quality-triangulation:
 - See: AIAA 99-0776 & NASA TM 1999-208782 (Aftosmis & Haimes)
- Currently support ProE, IDEAS, Parasolid, Catia, etc..



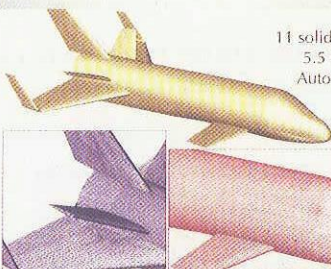
COMPONENT-BASED APPROACH
CAD-BASED SURFACE MODELING

11 solids, 750k triangles
96 sec. on 2Ghz P4
Original algorithm
RLV geometry
Pro/E native




COMPONENT-BASED APPROACH
CAD-BASED SURFACE MODELING

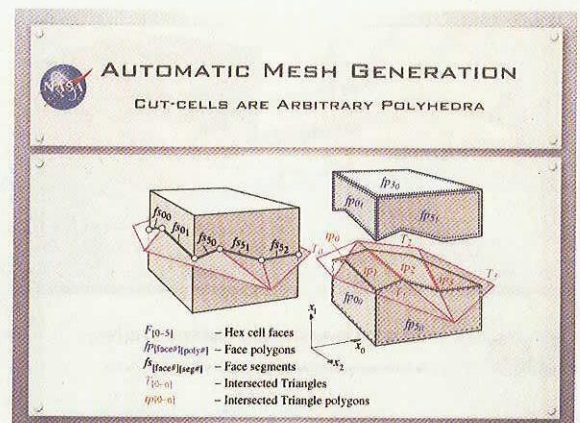
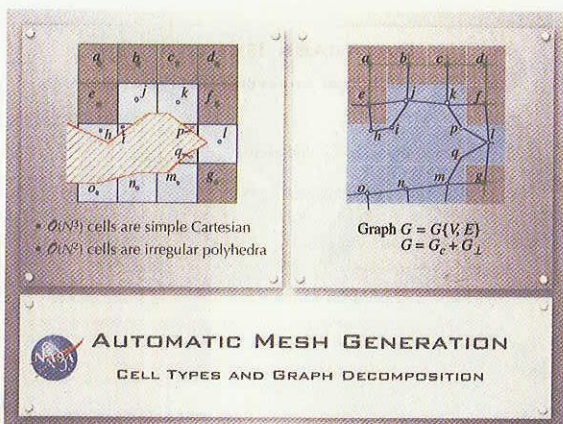
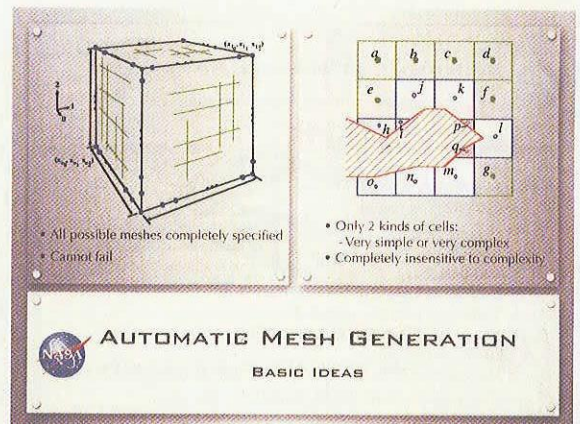
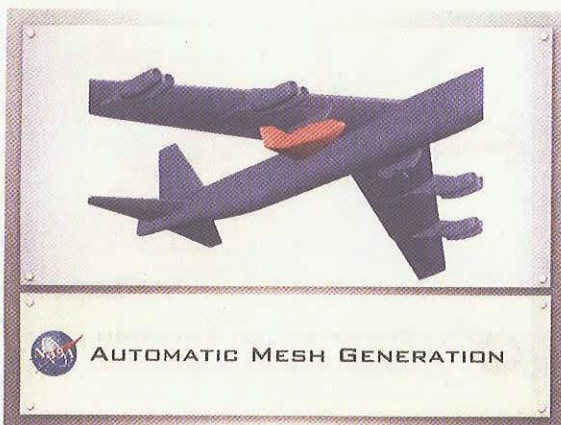
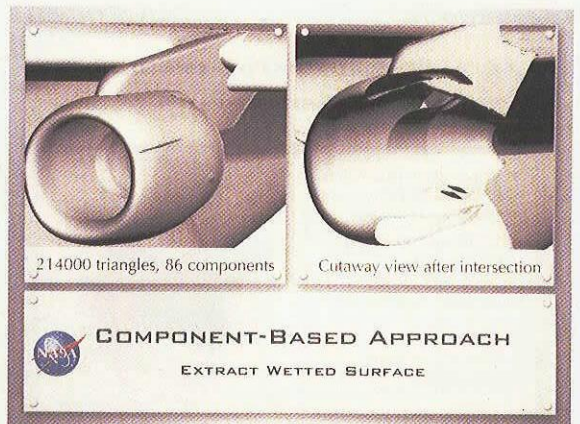
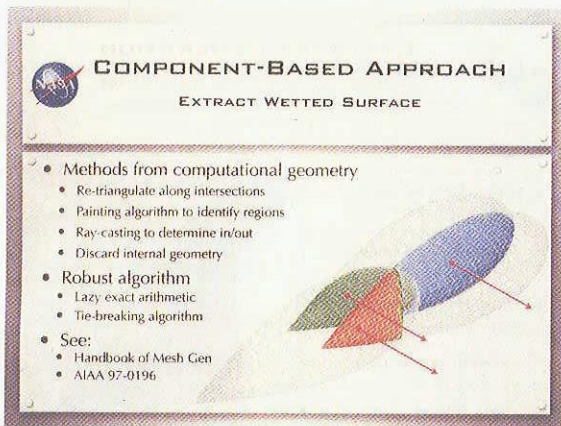
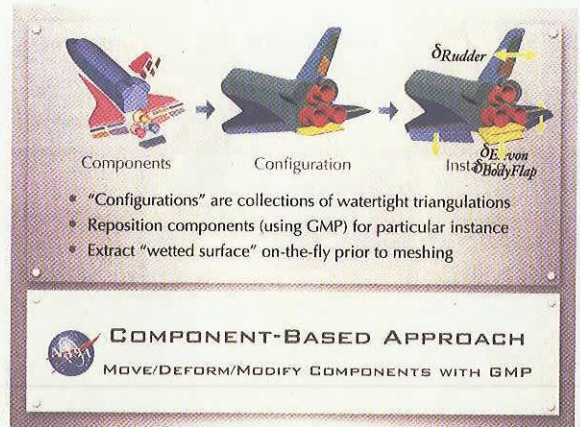
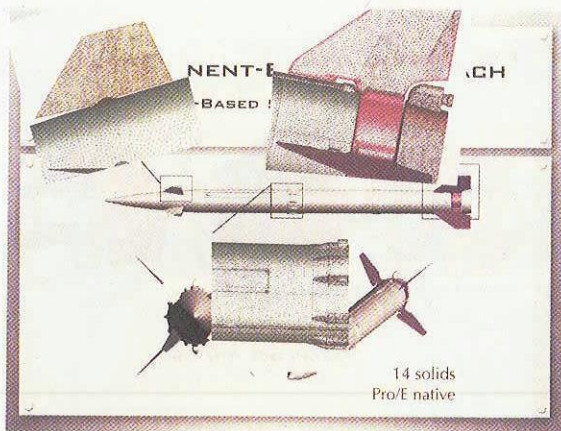
11 solids, 310k triangles
5.5 sec. on 2Ghz P4
Auto-block algorithm
RLV geometry
Pro/E native

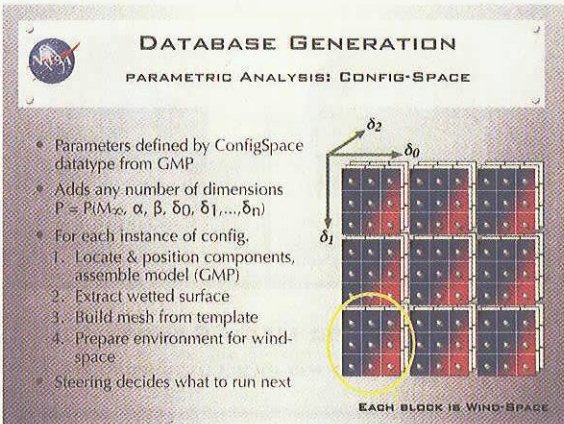
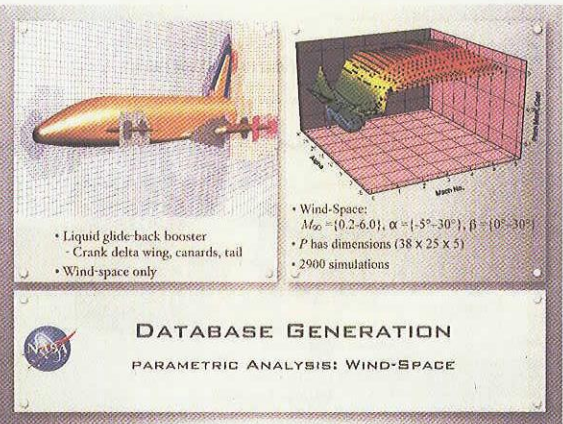
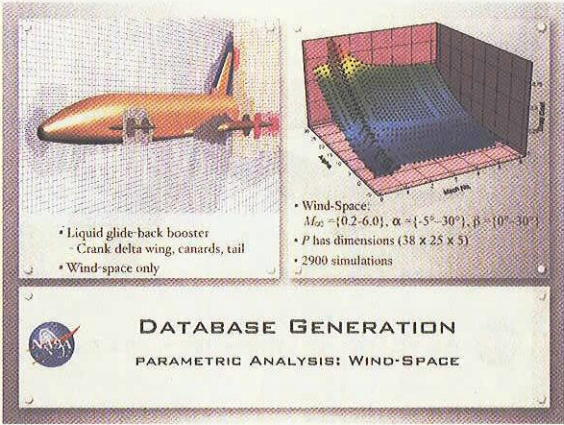
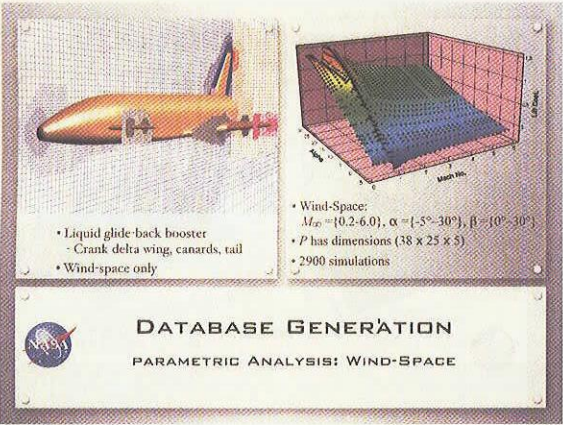
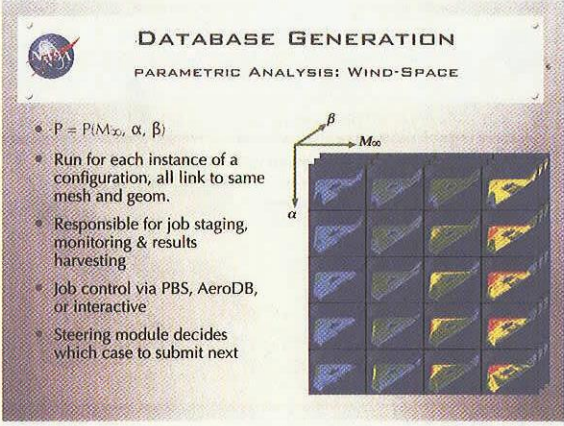
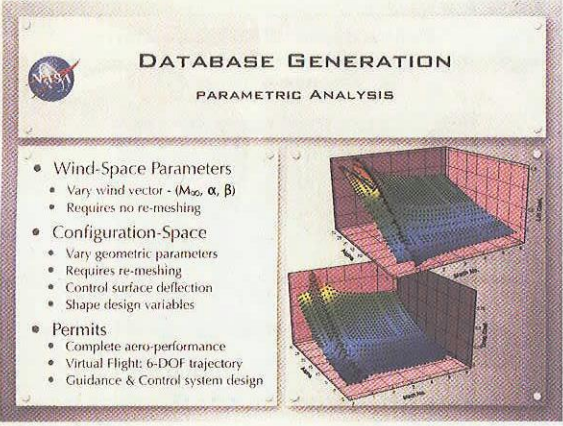
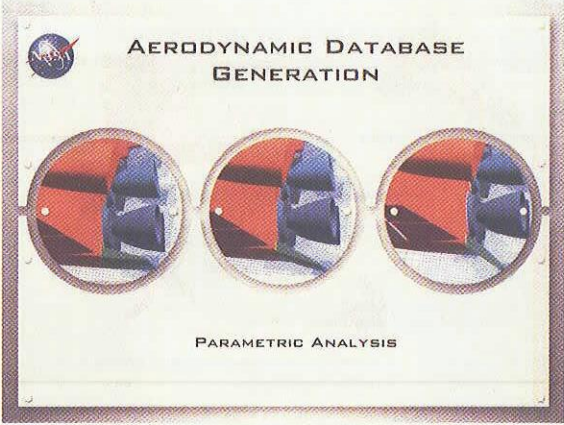
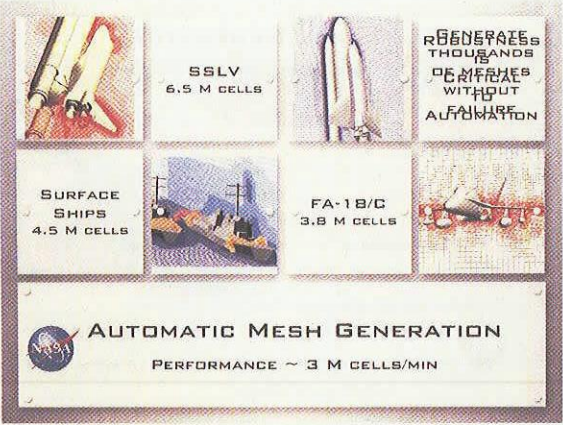


COMPONENT-BASED APPROACH
CAD-BASED SURFACE MODELING

Shuttle bipod and debris








DATABASE GENERATION
PARAMETRIC ANALYSIS: CONFIG-SPACE

- 1 Config-space modifies geometry
- 2 Cart3D extracts wetted surface
- 3 Remesh new instance of geometry
- 4 Wind-space run for each instance of geometry & mesh


- All meshes from same template
- Highly parallelizable



DATABASE GENERATION
PARAMETRIC ANALYSIS: CONFIG-SPACE

- 1 Config-Space modifies geometry
- 2 Cart3D extracts wetted surface
- 3 Remesh new instance of geometry
- 4 Wind-space run for each instance of geometry & mesh


- All meshes from same template
- Highly parallelizable



DATABASE GENERATION
PARAMETRIC ANALYSIS: CONFIG-SPACE

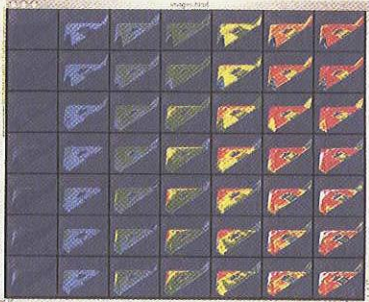
BIO-INSPIRED ENGINEERING OF EXPLORATION SYSTEMS (BEES)

- Considered for autonomous exploration of Mars environment (JPL/NASA Ames)
- Aero-database needed for development of neural-network-based adaptive flight control system
- $P = P(M_\infty, \alpha, \beta, \delta_{Lelevon}, \delta_{Relevon})$
- $M_\infty = (0.2 - 0.8)$, $\alpha = (-5^\circ - 15^\circ)$, $\beta = (0^\circ - 4^\circ)$, $\delta_L/Re_l = (-10^\circ - 20^\circ)$
- P is $(8 \times 6 \times 2 \times 7 \times 7) = 4704$ cases
- Nominal mesh produced by Config-Space has 1.4 M cells





~1.4 M cells

DATABASE GENERATION
BEES FLYER: WIND-SPACE
ELEVONS NEUTRAL



DATABASE GENERATION
BEES FLYER: CONFIG-SPACE
At $M_\infty = 0.6$, $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 0^\circ$

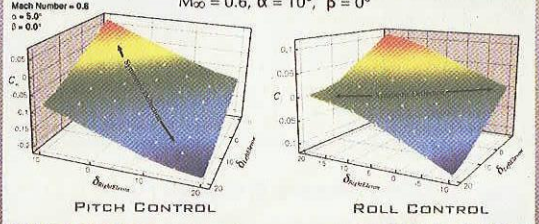
Right Elevon deflection

DATABASE GENERATION
BEES FLYER CONFIG-SPACE:
ELEVON CONTROL AUTHORITY

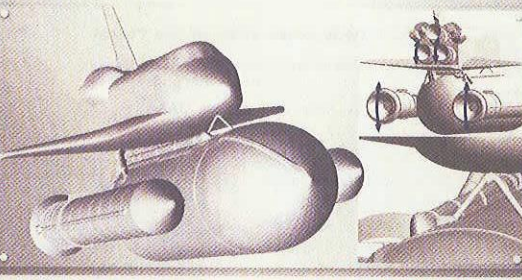
Mach Number = 0.8
 $\alpha = 5.0^\circ$
 $\beta = 0.0^\circ$

$M_\infty = 0.6$, $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 0^\circ$



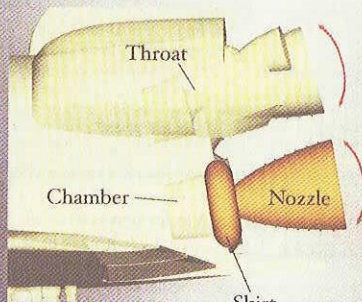
PITCH CONTROL

ROLL CONTROL



DATABASE GENERATION
SSLV CONFIG-SPACE:
NOZZLE GIMBAL AUTHORITY

DATABASE GENERATION
SSLV NOZZLE GIMBAL CONTROL
AUTHORITY



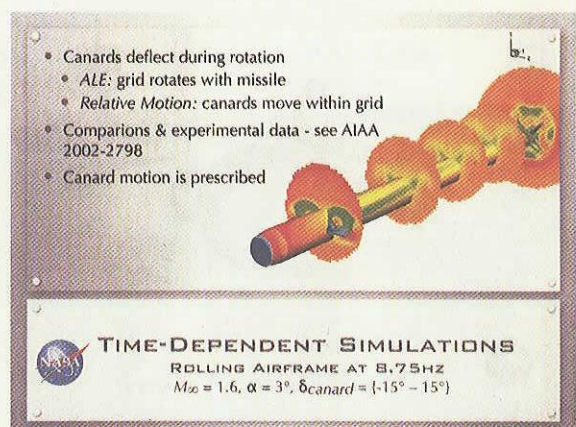
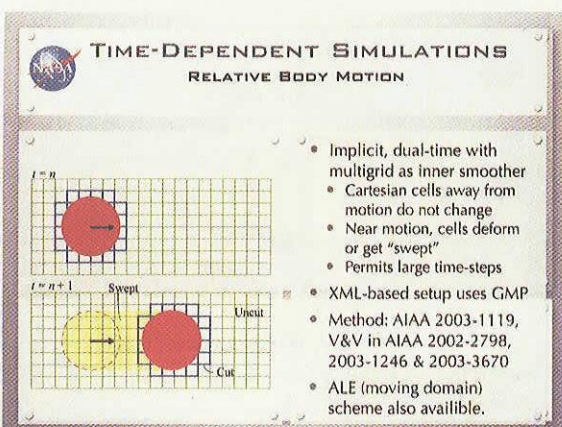
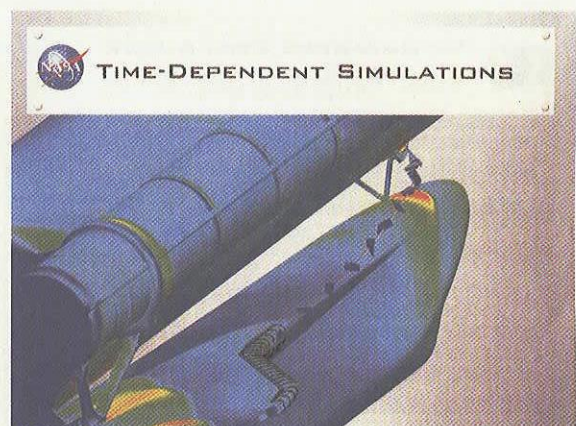
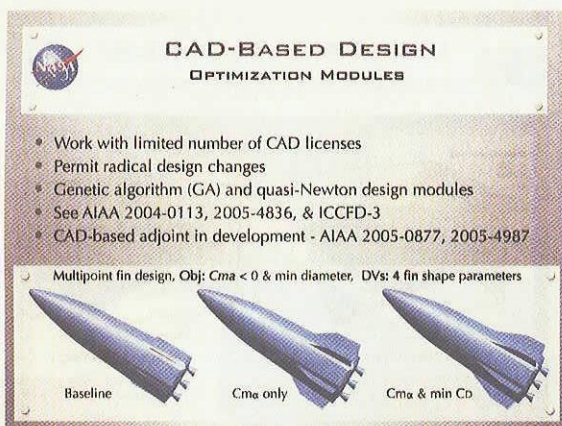
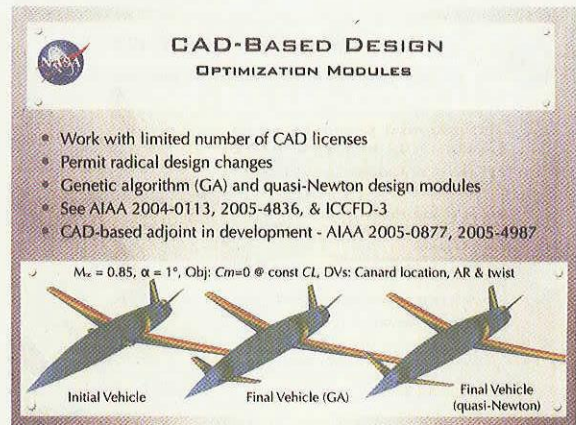
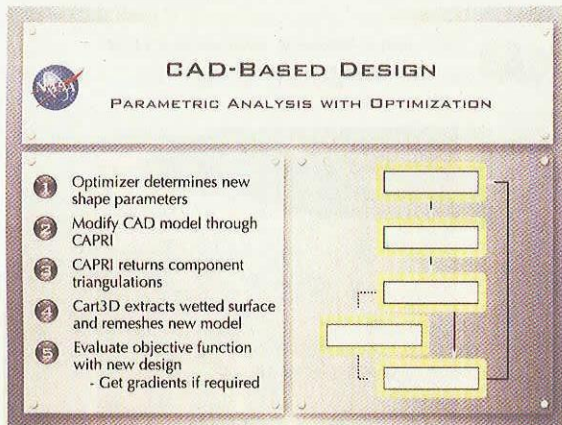
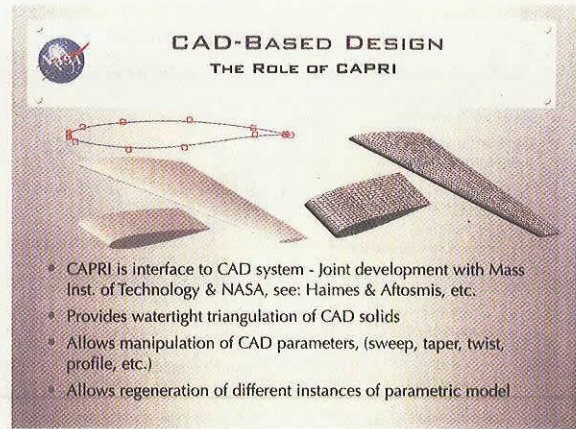
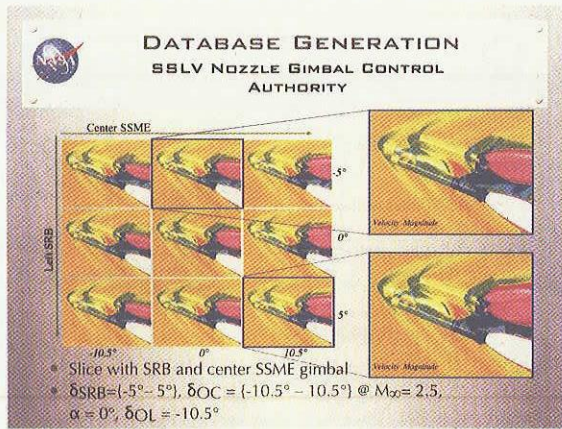
- Engines Modeled to chamber
- Chamber stagnation conditions provided by MSFC using finite-rate code
- Power BCs use stagnation conditions in chamber

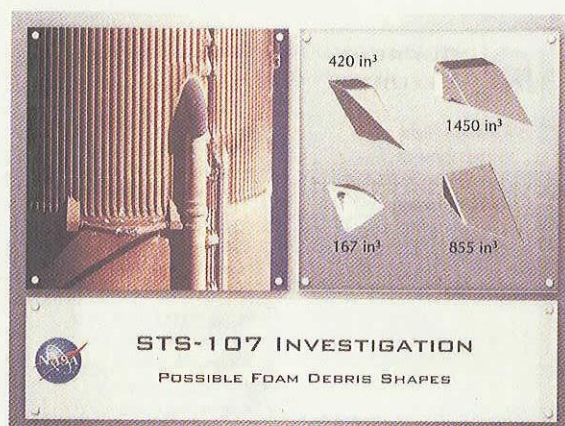
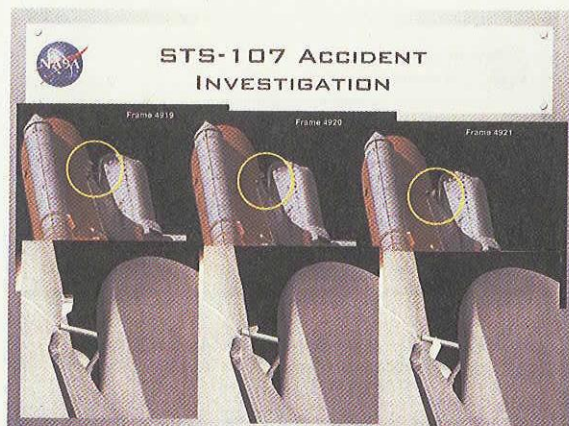
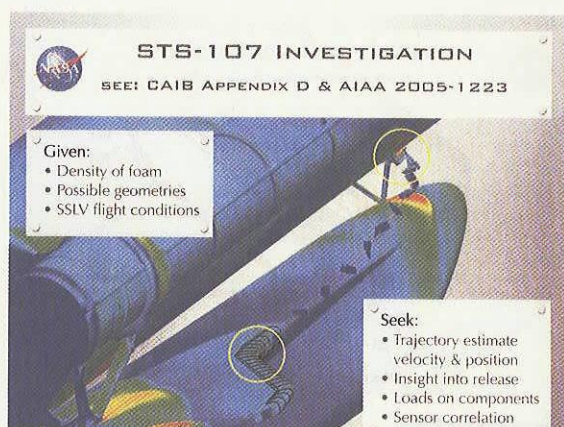
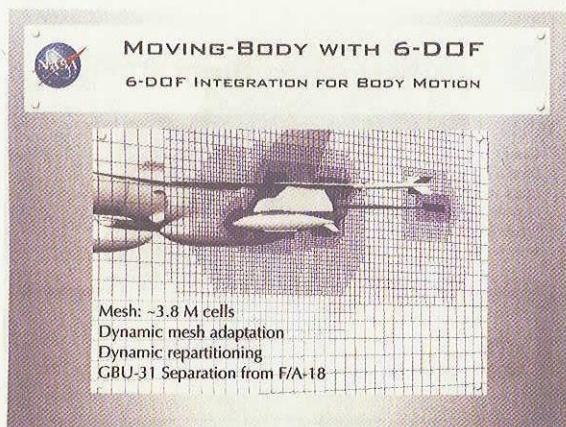
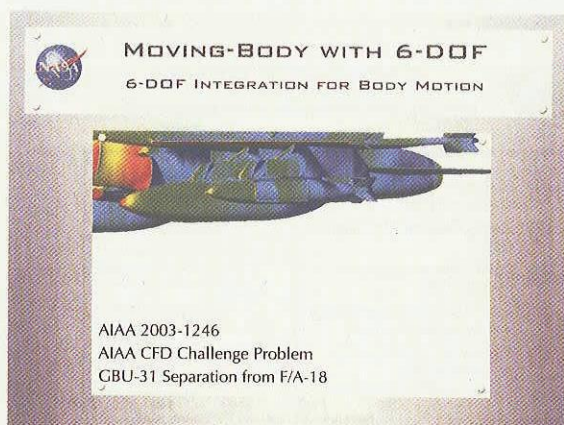
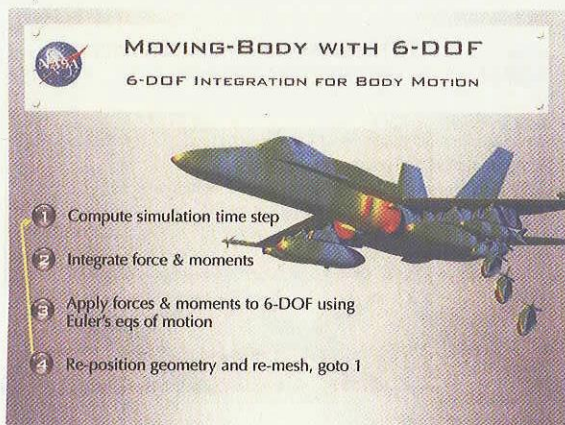
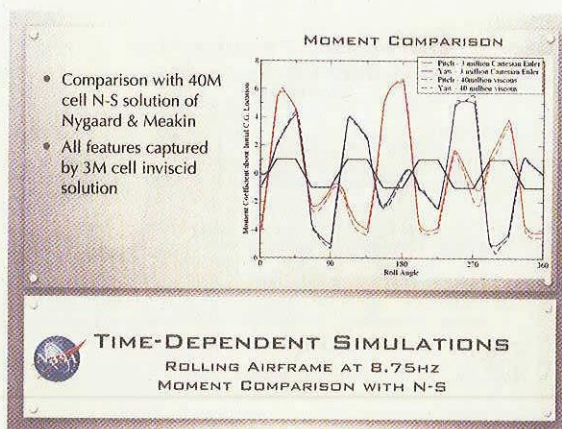
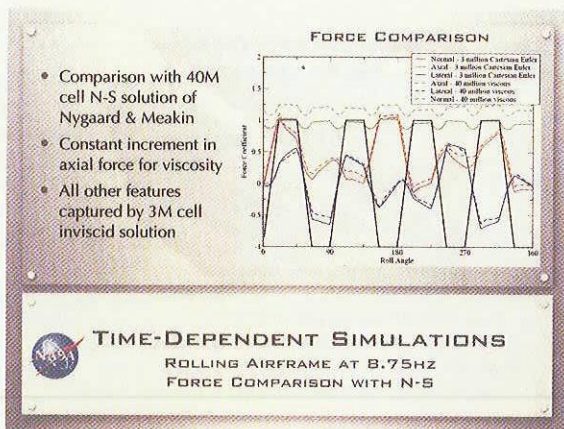
Throat

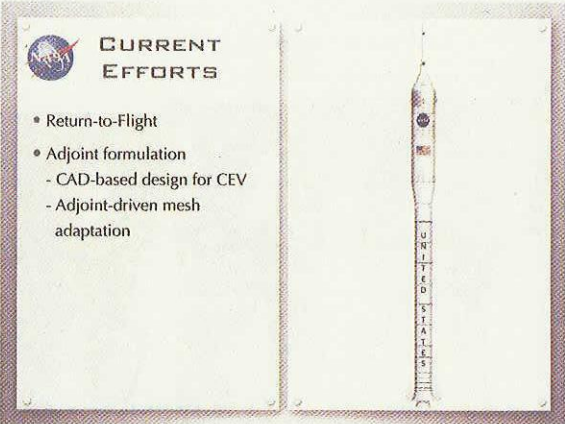
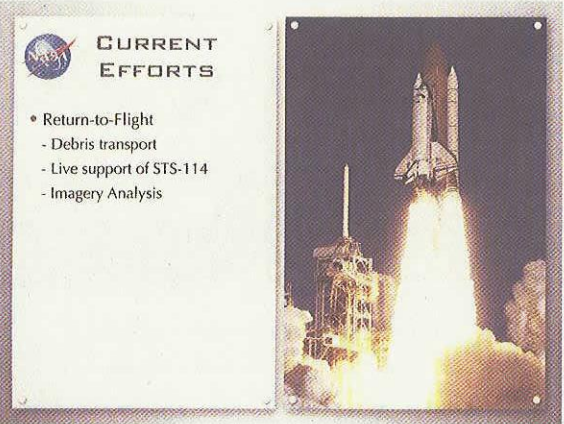
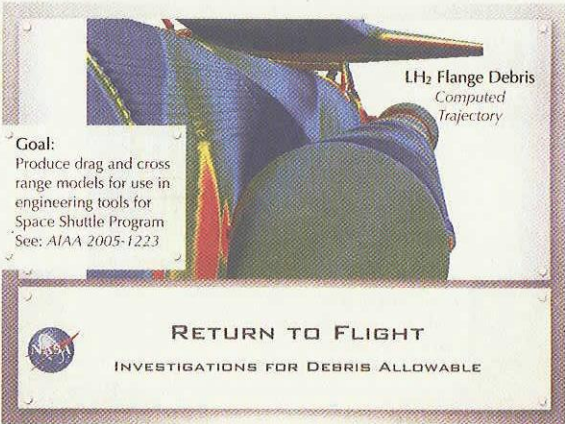
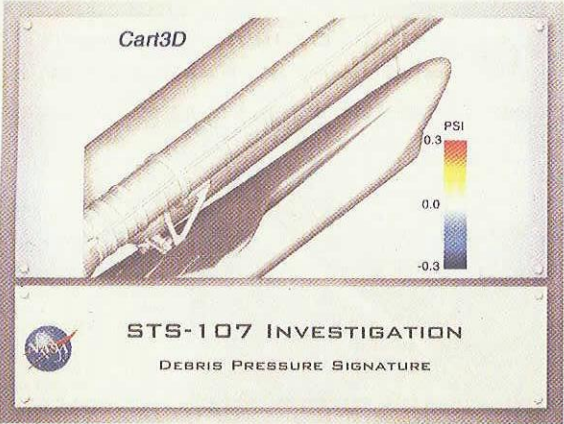
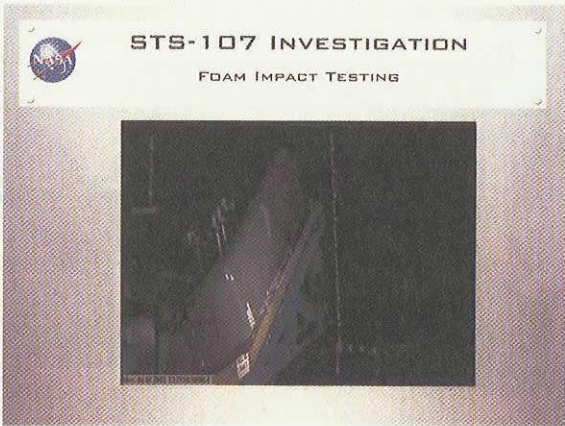
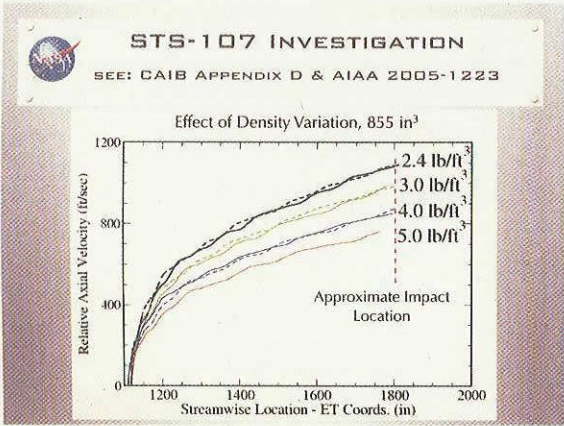
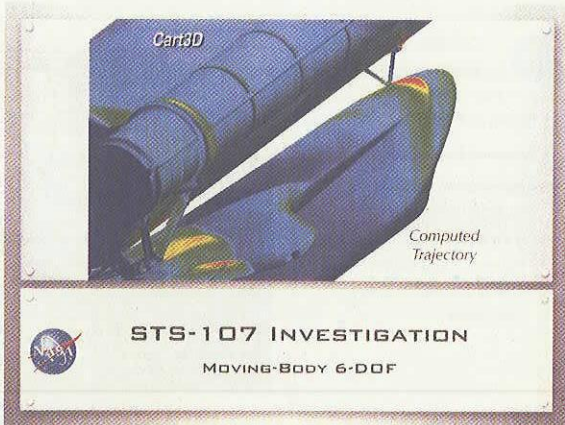
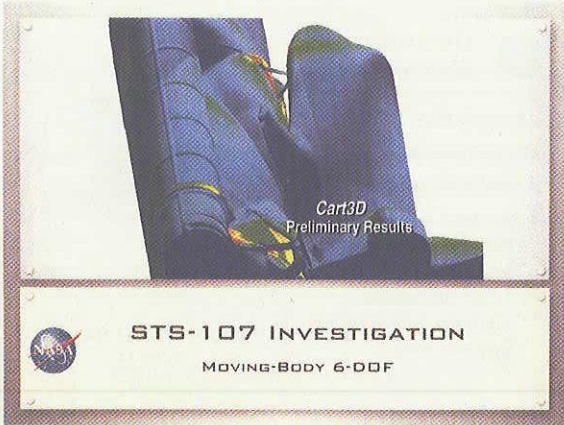
Chamber


Nozzle

Skirt



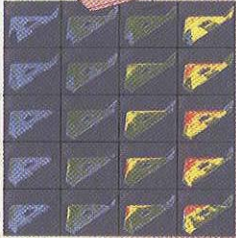








**CURRENT
EFFORTS**

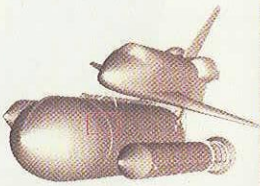
- Return-to-Flight
- Adjoint formulation
- Aerodynamic databases
 - Stability derivatives
 - 6-DOF database fly-through
 - Guidance and control
 - Linear dynamic stability derivatives

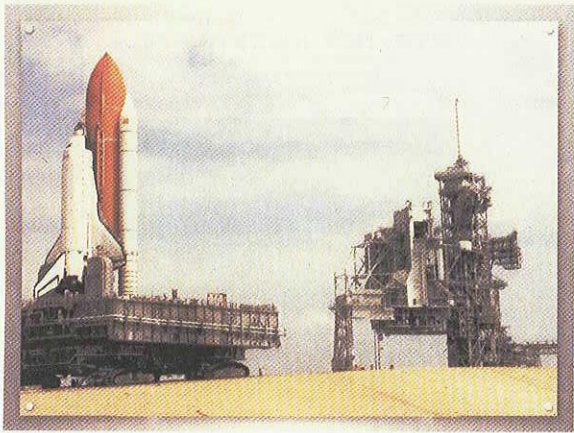




**CURRENT
EFFORTS**

- Return-to-Flight
- Adjoint formulation
- Aerodynamic databases
- Time-dependent
 - Databases of scenarios
 - Moving-body
 - 6-DOF moving-body
 - Non-linear dynamic stability
 - Frequency-domain





UPACS に組み込まれた乱流モデルの検証計算

伊藤良三
大興電子通信株式会社
今村太郎
宇宙航空研究開発機構

Validation Study for Turbulence Models Implemented in UPACS

by
Ryozo ITO
DAIKO DENSHI TSUSHIN, LTD.
Taro IMAMURA
Japan Aerospace Exploration Agency

ABSTRACT

The SST (Shear-Stress Transport) turbulence model has been implemented in UPACS, a CFD platform developed in JAXA. Four test cases with increasing level of difficulty were used to validate the present implementation. Three basic test cases included flat plate, backward-facing step, and transonic airfoil RAE2822. For more practical application, the flow simulation around the DLR-F6 transport aircraft was performed. Validations were carried out by comparing the present numerical results with those of other numerical methods and experimental method. Numerical results obtained from the computations above show that the present implementation is valid. We believe that this effort has extended UPACS's applicability to more complicated flow fields.

1. はじめに

JAXA では 1998 年(当時は NAL)より CFD 共通基盤ソフトウェア“UPACS”(Unified Platform for Aerospace Computational Simulation)の開発が進められており[1], 設計計算にも役立てられている。UPACS でこれまで利用されてきた乱流モデルは、Baldwin-Lomax モデル, Spalart-Allmaras(S-A)モデルだが, さまざまな流れ場の解析を行うにはこれらのモデルだけでは不十分な場合がある。そこで実用的な乱流モデルの中では剥離流れに対して S-A モデルよりも良い結果を示すといわれている [3]Shear-Stress Transport(SST)モデル[2]を UPACS に組み込んだ。ここでは, SST モデルの検証計算の結果を中心に報告する。

2. 計算手法

支配方程式はレイノルズ平均の圧縮性 full Navier-Stokes 方程式で, セル中心有限体積法により離散化される。対流項の計算には Roe スキームを用いた二次精度風上法, 時間積分には陰解法を用いた。また複雑形状に対応するためマルチブロック構造格子を用いた。乱流モデルは全域乱流を仮定している。SST モデルとは, F.R.Menter[2]が構築した2方程式系乱流モデルで, 壁近傍の流れ場には $k-\omega$ モデルが, それ以外の場所には $k-\epsilon$ モデルが適用されるように輸送方程式のモデル定数が設定される。そのため, 「逆圧力勾配のある流れ場の計算に適し, また, 粘性底層での定式化が簡単」という前者の長所と, 「一様流中の ϵ に依存しない」という後者の長所を併せ持っている。

3. 計算対象

コードの基礎的な検証のために乱流平板境界層[4]の計算, Backward-facing Step(以下バックステップ)[4]の計算, RAE2822 翼型[5,6]の計算を行った。更に実用問題への適用例として DLR-F6 輸送機形状[7]の計算を行った。

4. 計算結果と考察

平板境界層

はじめに乱流平板境界層の計算を行った。図 1 の模式図に示すように矩形領域の一边の境界条件を, 滑り条件と, 平板に相当する滑り無し条件に分けてあり, ここに $M_\infty=0.2$ の一様流が流入する。平板の全長を代表長さとしたときのレイノルズ数は

1.03×10^7 である。図 2 に計算格子を示す。図 3 に境界層内の速度プロファイルを示す。UPACS SST の結果を UPACS S-A および Wiegardt らによる実験値[4]と比べると対数領域で勾配が大きくなっているが, WIND SST[4]の結果とは良く一致している。ここでは実験結果と合わせることが目的ではなく SST モデルが正しく実装されたかどうかを調べるのが目的なので, その意味では良好な結果であるといえる。ここで, “WIND”とは NASA Glenn Research Center などにより開発された CFD コードの名称であり[4], “WIND SST”は「乱流モデルとして SST モデルを用いた WIND コードによる計算」を意味する。図 4 にレイノルズ数に対する摩擦係数の変化を示す。UPACS SST の結果は WIND SST の結果とよく一致している。

図 5 に SST モデルを用いて計算したときの, 平板に隣接した格子点までの無次元化距離である最小 y^+ の依存性を調べた結果を示す。SST モデルでは, 最小 y^+ が大きい場合には, 対数領域での傾きが大きくなる傾向にあることがわかる。従って, 高精度な計算を行う場合には, 最小 y^+ が 1 以下になるように計算することが望ましい。

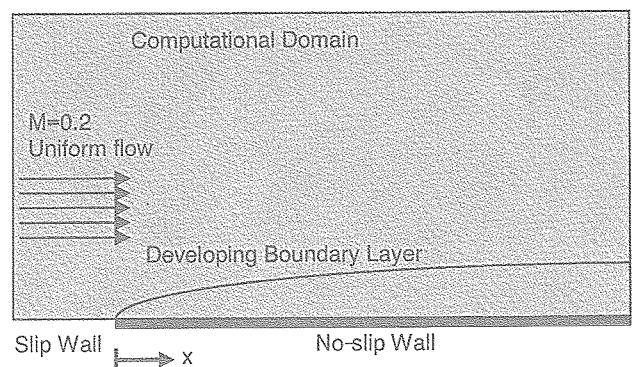


図 1 平板境界層の流れ場の模式図

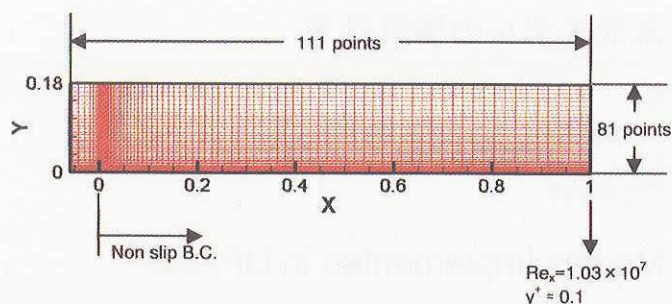


図2 平板境界層の計算格子

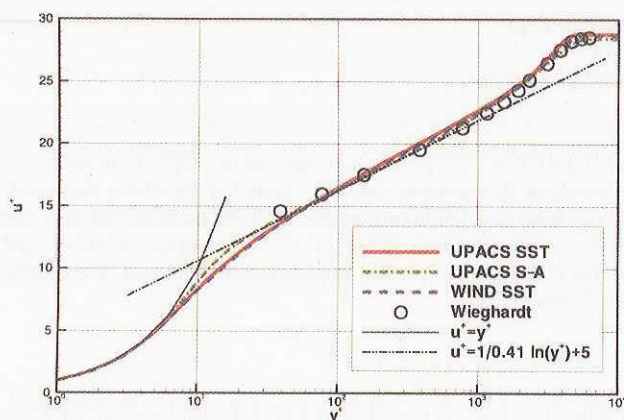


図3 平板境界層の速度プロファイル

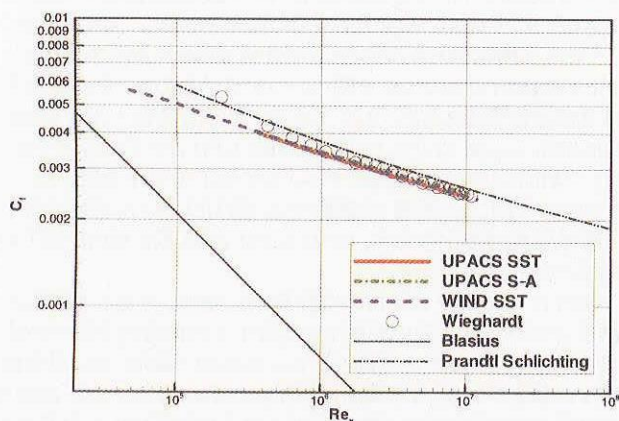


図4 平板境界層の摩擦係数

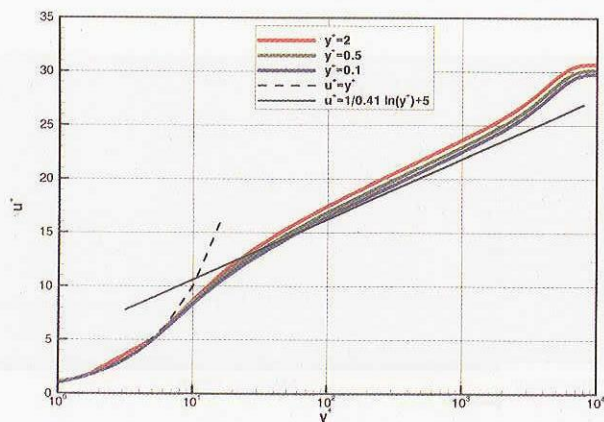


図5 速度プロファイルの最小 y 依存性

バックステップの流れは、図6に示すステップの高さHと出口の高さの比が1:9の流路を流れる、 $M=0.128$, $Re_{H1}=3.3e+04$ の内部流であり、ステップから4H上流の境界層厚を実験での測定値(約1.5H)と合わせるため、ステップから94H上流まで流路を延長してある。計算格子(図7)は総セル数約40000のマルチブロック構造格子で、流れ場を二次元と仮定したので、流路の奥行き方向のセル数は1である。ステップから4H上流の流路中央の参照点(図6の★)でのマッハ数が0.128になるように流路出口の静圧を調節し、これを代表速度 u_{ref} とした。

UPACSの計算結果から可視化されたステップ近傍の流線を図8に示す。乱流モデルによって渦中心の位置が大きく異なり、SSTモデルの一次渦の中心はS-Aモデルより1.5倍ほどステップの下流に位置している。また一次渦の全長に対する渦中心の位置はSSTモデルではほぼ中央なのに対しS-Aモデルでは上流側に偏っている。ステップ側の壁の摩擦係数分布を図9に示す。ステップ下流の逆流領域において、UPACS SSTの結果は、UPACS S-Aの結果と比べて、WIND SSTの結果[4]及び実験結果[4]とよく一致している。同じ壁の静圧分布(図10)においてもS-Aモデルと比較して実験結果とよく一致している。これは図8に示すように、UPACS SSTがUPACS S-Aに比べて、一次渦の渦中心の位置をより下流に捉えていることに対応している。図10に4箇所での、代表速度(u_{ref})で規格化された主流方向速度プロファイルを示す。流れが剥離している $x/H=1.5$ において、UPACS SSTの結果は、WIND SSTと実験のどちらの結果ともよく一致している。 $x/H=6.0$ ではUPACS, WINDのどちらのSSTモデルの結果も実験結果とあまりよく一致していない。これは、この場所が再付着点に近いため、再付着点位置(表1)が実験結果と僅かにずれただけで速度プロファイルの形が大きく変わってしまうことが原因であろう。図11に、 u_{ref}^2 で規格化されたレイノルズ応力($-uv$)プロファイルを示す。UPACS SSTの結果はWIND SSTの結果とよく一致している。

表1 ステップから再付着点までの距離(x_r/H)の比較

Model	x_r/H
UPACS SST	6.59
UPACS S-A	6.12
WIND SST	6.43
Experiment(Driver et al.)	6.26

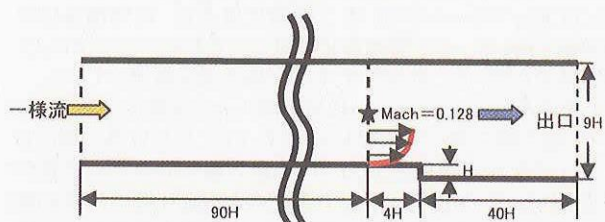


図6 バックステップの流れ場の模式図

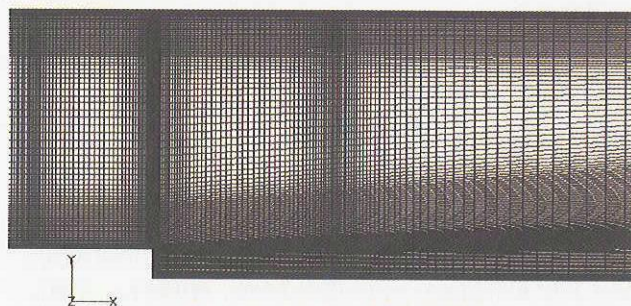


図7 バックステップの計算格子

バックステップ

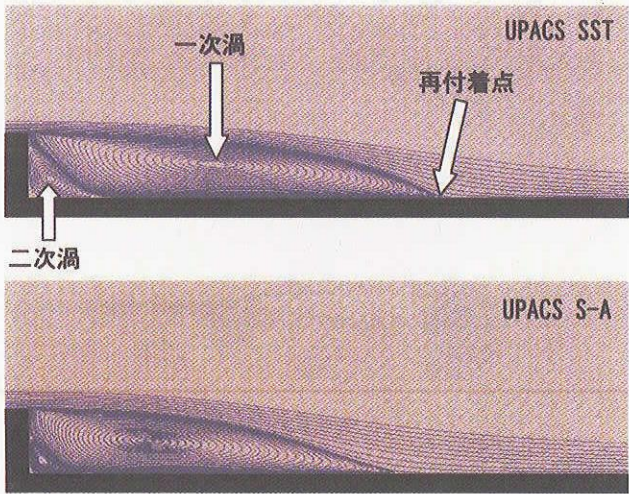


図8 バックステップを過ぎる流線

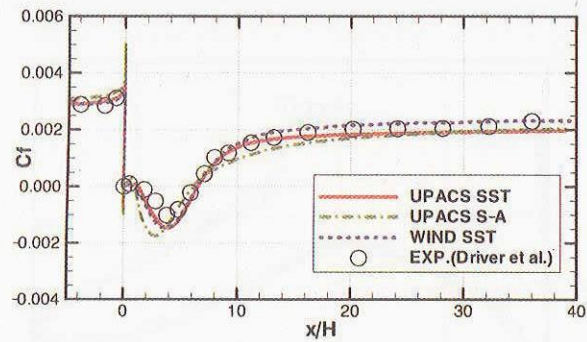


図9 バックステップの摩擦係数分布
(ステップ位置は $x/H=0$)

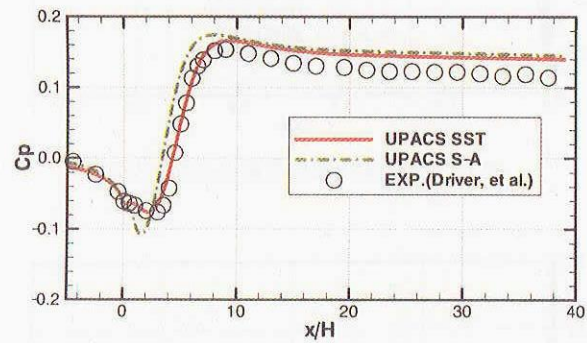


図10 バックステップの静圧分布

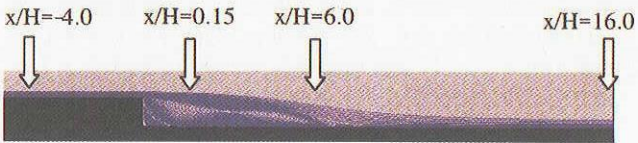
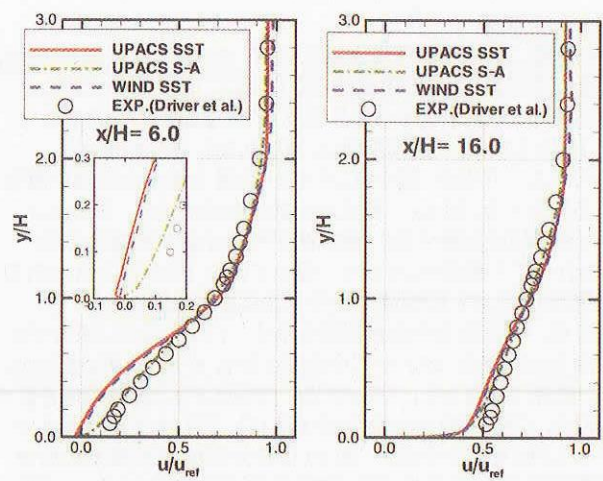
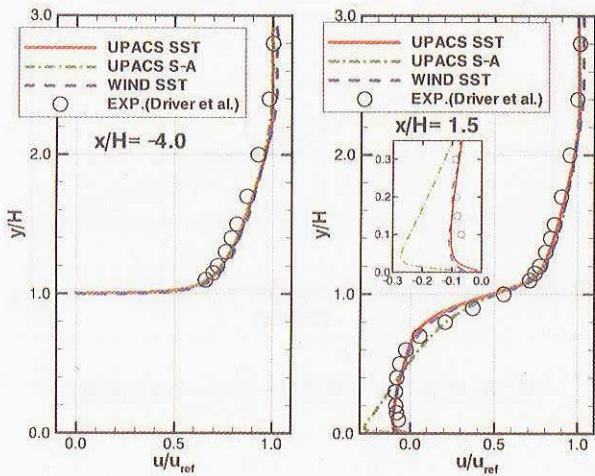


図11 バックステップの主流方向速度プロファイル
(最下段にプロファイルの位置を示す)

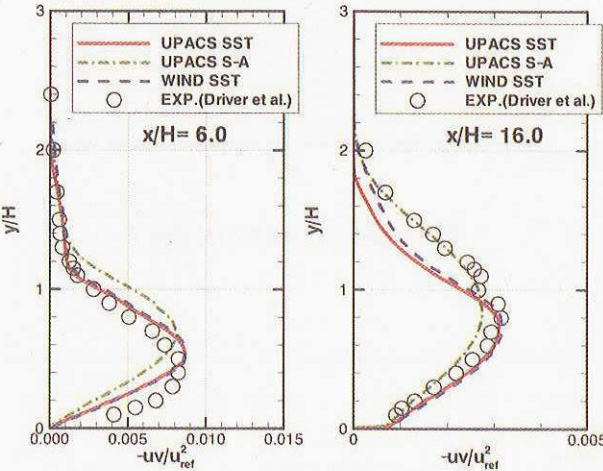
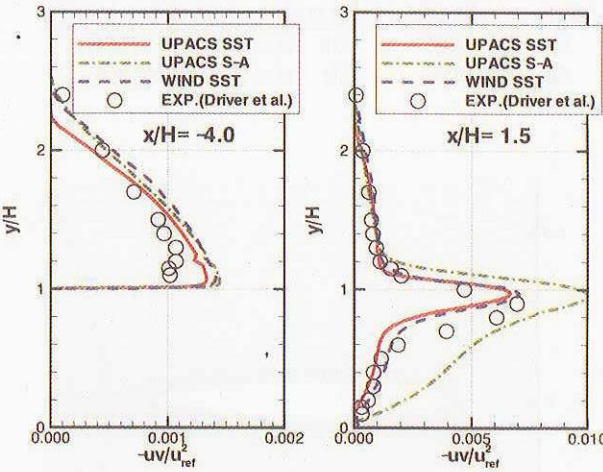


図12 バックステップのレイノルズ応力プロファイル

RAE2822 翼型

流れ場に衝撃波が発生する例として、RAE2822翼型周りの遷音速流を計算した。計算格子(図13)はC型のマルチブロック構造格子で、翼表面から外部境界までの距離はコード長(c)の約15倍である。一様流条件は、 $M_\infty=0.729$, $Re_c=6.5e+06$, $AoA=2.31^\circ$ である。図14に示すように翼上面中央に強い衝撃波が発生する。図15に翼表面の静圧分布を示す。Cookらの行った実験[5]と比較すると、衝撃波がやや上流に位置するが、WIND SSTの結果[6]とはよく一致している。UPACS S-Aの計算結果と比較しても衝撃波はやや上流に捉えられている。

図16, 17に残差の収束履歴を示す。イタレーション回数で比較すると(図16), SSTモデルの方がS-Aモデルより収束が速いが、前者は後者より1ステップ当たり15%ほど多く計算時間を要するので、CPU時間で比較すると(図17), SSTモデルはS-Aモデルより収束がやや遅い。図18に揚力係数, 抵抗係数の収束履歴を示す。この計算ではほぼ20000回のイタレーションで収束していることがわかる。表2にUPACSによる計算結果から得られた空力係数を示す。SSTモデルによる値はS-Aモデルによる値より小さい。これは図15の静圧分布を見てわかるようにSSTモデルでは衝撃波が上流側で立ち上がるため、S-Aモデルに比べて上面側の圧力の低い領域が小さくなるためだと考えられる。摩擦抵抗 Cdf の値はほぼ同じである。

表2 UPACSによるRAE2822翼型の空力係数

	Cl	Cdp	Cdf	Cd
SST	0.687	0.0075	0.0056	0.0131
S-A	0.708	0.0080	0.0058	0.0138

Cl: 揚力係数

Cdp: 抵抗係数の圧力成分

Cd: 抵抗係数

Cdf: 抵抗係数の摩擦成分

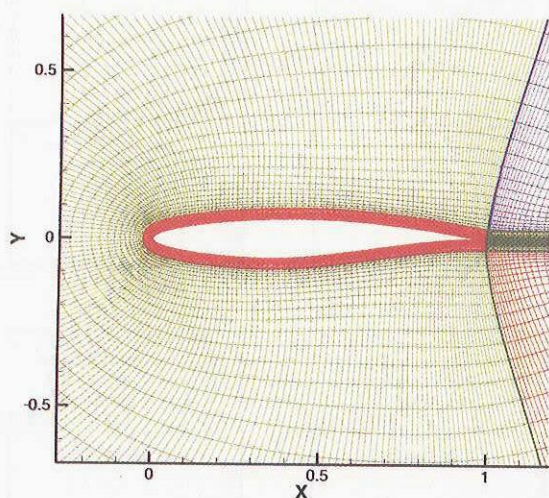


図13 RAE2822翼型の計算格子

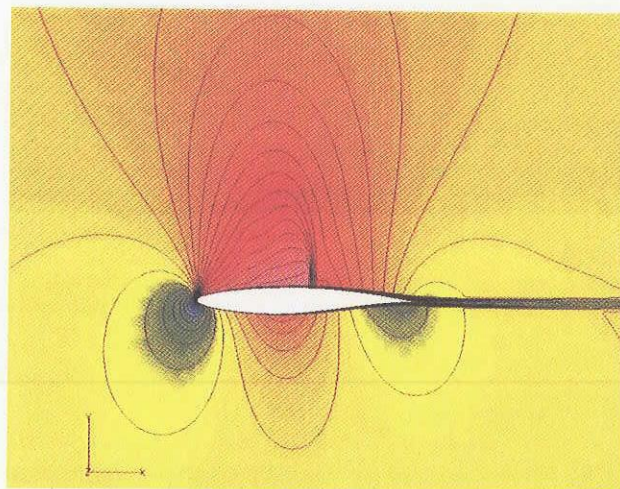


図14 RAE2822翼型周りのマッハ数等高線

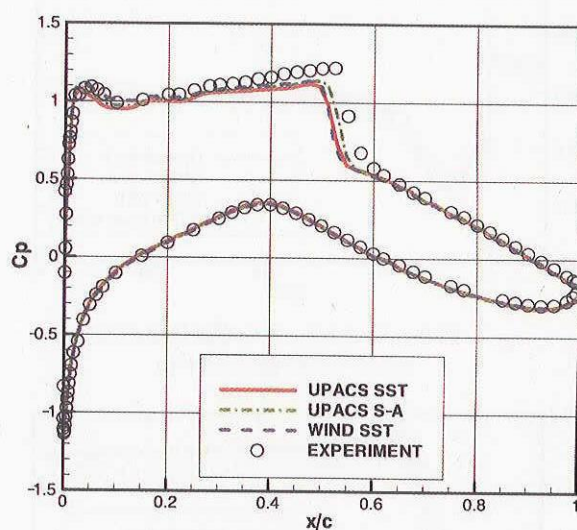


図15 RAE2822翼型の翼表面静圧分布

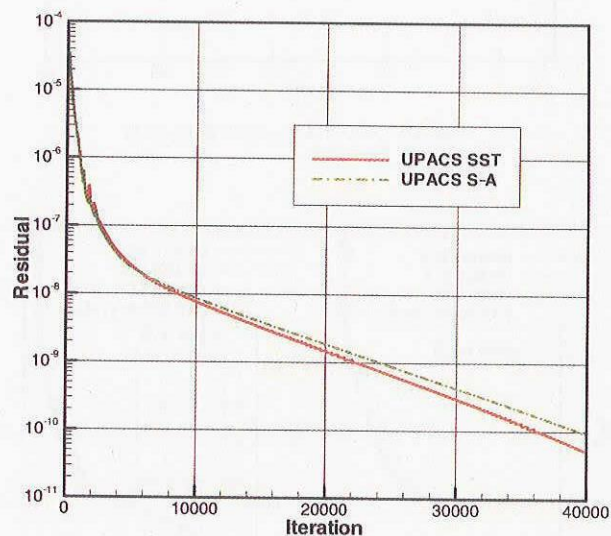


図16 残差の収束履歴(対イタレーション回数)

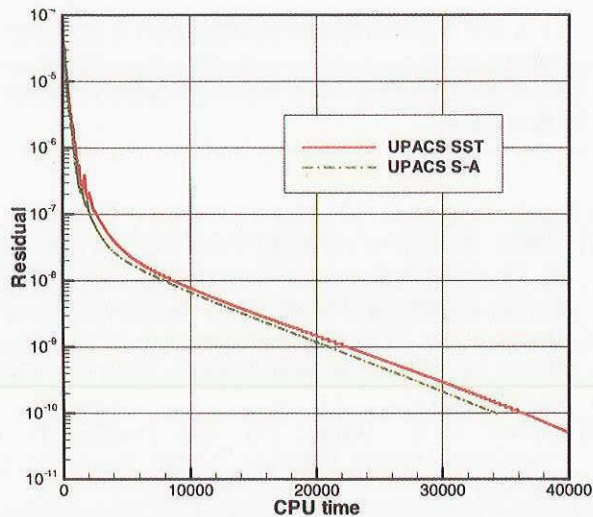


図 17 残差の収束履歴(対 CPU 時間)

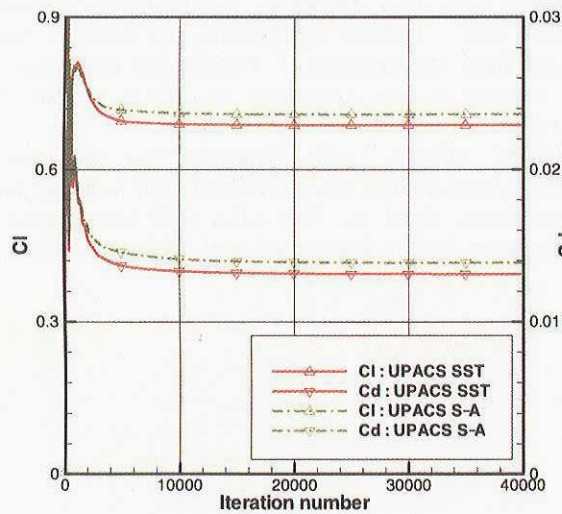


図 18 空力係数の収束履歴

DLR-F6 輸送機形状

実用問題への適用例として、主翼、胴体、ナセル、パイロンからなる DLR-F6 輸送機形状周りの遷音速流を計算した。この形状は AIAA の抵抗予測ワークショップ[7]において課題として取り扱われた形状である。一様流条件は $M_\infty=0.75$, $Re_{MAC}=3.0e+06$, $AoA=1^\circ$, 計算格子(図 19,20)は 226 個のブロックと約 1400 万のセルからなるマルチブロック構造格子であり、機体表面から外部境界までの距離は MAC の約 100 倍である。

この計算は、JAXA/ISTA に設置されている並列計算機システム“CeNSS”の CPU100 台を用いて行われ、収束には 20000 回のイテレーションを要し、これは CPU 時間にすると約 40 時間に相当する。機体表面の静圧等高線を図 21 に示す。また、主翼表面のうち、流れが剥離しやすい翼根の近傍での静圧分布を図 22 に示す。ここでは、上面側の後縁付近に発生する剥離渦を過大に捉えてしまい、計算結果は風試結果と比べて低圧になる傾向があるが、SST モデルでは S-A モデルよりは若干圧力を高めに算出しており、この傾向が改善されていることを示している。翼胴結合部のコーナー付近の表面流線(図 23)を見ても、SST モデルでは S-A モデルに比べて剥離渦の発達はやや抑えられていることがわかる。表 3 に全機空力係数を示す。前述の

RAE2822 と同様に、SST モデルによる空力係数は S-A モデルに比べてやや小さめの値になっている。

表 3 UPACS による DLR-F6 の全機空力係数

	Cl	Cdp	Cdf	Cd
SST	0.481	0.0192	0.0149	0.0341
S-A	0.503	0.0200	0.0153	0.0352

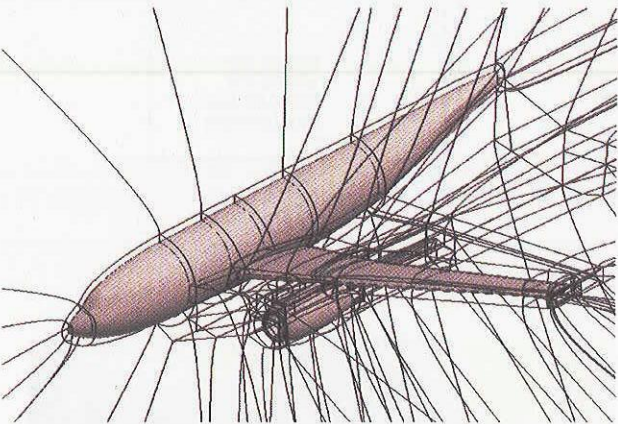


図 19 DLR-F6 輸送機形状の計算格子のブロック境界線

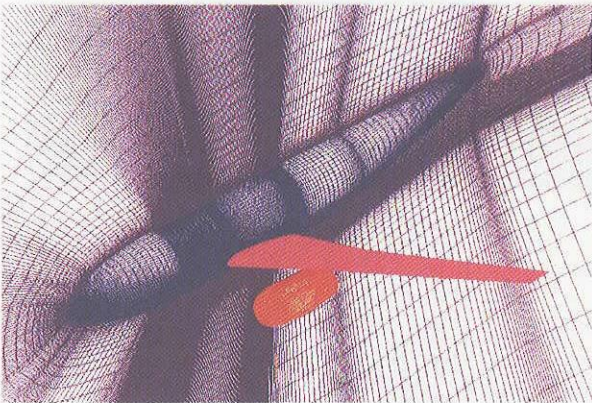


図 20 DLR-F6 輸送機形状の計算格子

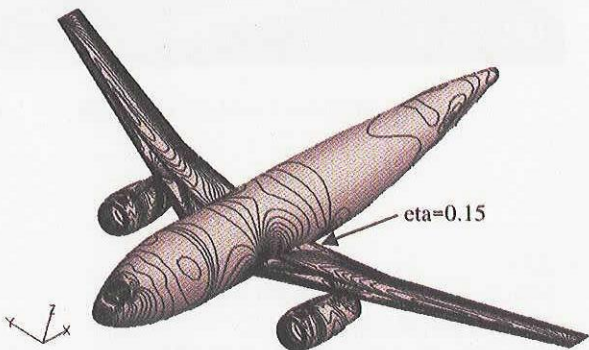


図 21 機体表面静圧等高線
(矢印は図 22 のスパン位置を示す)

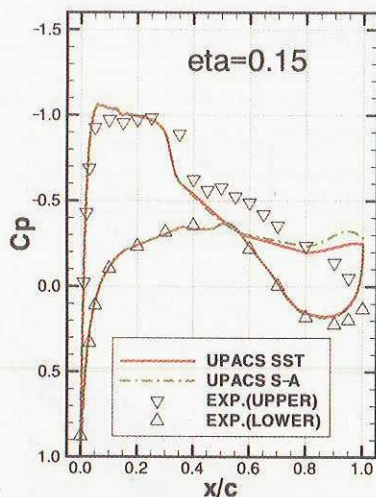


図 22 翼表面の静圧分布

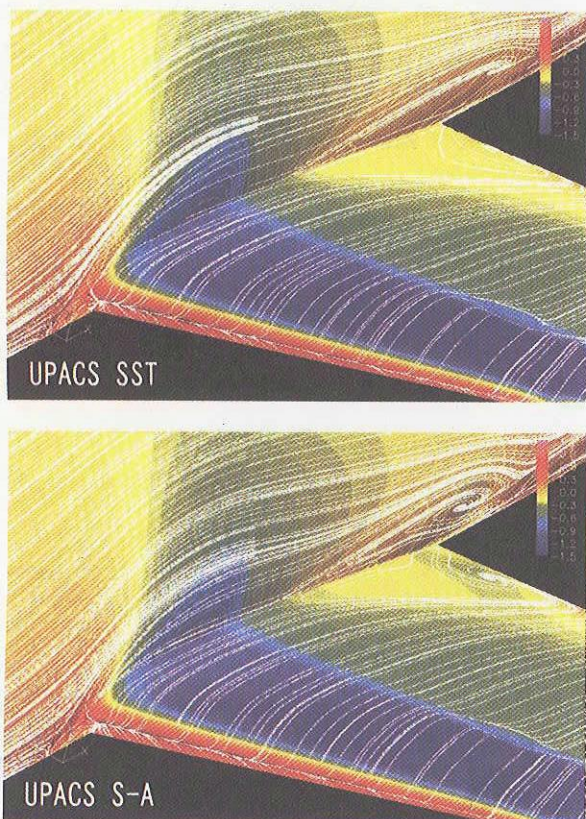


図 23 翼胴コーナー付近の表面流線

- S-A モデルとほぼ同じ時間で計算が収束する(RAE2822 翼型).

・実用問題に適用し安定に計算できることが確認された(DLR-F6 輸送機形状).

参考文献

- [1] 山根敬, 他“CFD コード共通化プロジェクト UPACS の現状,”航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2000 論文集, 航研特別資料 SP-46, pp.45-50, 2000.12.
- [2] Menter, F. R., “Two-Equation Eddy Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications,” *AIAA J.*, vol.32, pp.1598-1605
- [3] Bardina, J. E., Huang, P.G. and Coakley, T. J., “Turbulence Modeling Validation,” *AIAA Paper 97-2121*, Jun. 1997.
- [4] Yoder, D. A., Georgiadis, N. J., “Implementation and Validation of the Chien $k-\epsilon$ Turbulence Model in the WIND Navier-Stokes Code,” *AIAA Paper 99-0745*, Jan. 1999.
- [5] Cook, P.H., M.A. McDonald, M.C.P. Firmin, “Aerofoil RAE 2822 - Pressure Distributions, and Boundary Layer and Wake Measurements,” *Experimental Data Base for Computer Program Assessment*, AGARD Report AR 138, 1979
- [6] NPARC Alliance, “CFD Verification and Validation,” <http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/homepage.html>
- [7] Yamamoto, K. et al., “2nd AIAA CFD Drag Prediction Workshop Results obtained with NAL UPACS,” , 2003.

5. まとめ

- ・UPACS-1.5 に SST 乱流モデルを組み込んだ.
- ・基本的な流れ場の解析結果より,
 - 他者の SST モデルの結果、及び、風試結果とよく一致する (平板境界層).
 - S-A モデルに比べて剥離流れをよく模擬できている (バックステップ).

抵抗要素分解を用いた遷音速流れ空力解析

山崎 渉, 松島 紀佐, 中橋 和博
東北大学大学院 航空宇宙工学専攻

Analysis of Transonic Flow Using Drag Decomposition Method

by

Wataru YAMAZAKI, Kisa MATSUSHIMA, Kazuhiro NAKAHASHI

ABSTRACT

In this paper, advanced drag prediction method based on the momentum conservation theorem was applied to CFD computational results of transonic flows. This method can decompose total drag into drag components such as wave, profile, induced and spurious drag which is due to the effect of the numerical diffusion and error. In this method, drag components are computed by the volume integration of entropy production or vorticity terms in the flow field around the aircraft. Therefore, wave / profile drag can be computed by the partial volume integration of the entropy terms around the shock waves / boundary layer and wake, respectively. Then, spurious drag can be computed by the volume integration of the entropy terms at the remaining flow field. It is because the entropy production in the flow field should occurred within shock, wake and boundary layer regions from the viewpoint of physics. Induced drag can be computed by the integration of the vorticity terms related to the wingtip vortex. This drag decomposition method was applied to structured / unstructured mesh computational results. The computational results showed that the drag decomposition method had good capability of the drag prediction and meaningful drag decomposition. Moreover, the more accurate drag prediction was realized by the elimination of the spurious drag component from the total drag.

1. はじめに

航空機の空力性能を決定する最も重要なパラメータとして巡航状態、一般には遷音速域での揚・抗力値があげられる。近年、計算機性能の目覚ましい発達と計算手法の成熟により CFD は著しい進歩を遂げた。しかしながら AIAA Drag Prediction Workshop の開催等からもわかるように、格子依存性等の諸問題により、未だ抗力値を十分な精度で予測するには至っていないのが現状である¹⁾。

従来、CFD 計算結果から抗力値を算出する際には、物体表面での圧力と粘性応力テンソルの面積分による‘Near-Field Method’ (Surface Integration) が用いられてきた。この手法は適用が容易であるものの、格子の粗さや質に付随した数値拡散効果が与える抗力値への誤差影響を除去できないという欠点が指摘されている。そこで近年、新たな抵抗予測手法として‘Far-Field Method’ (Wake Integration)^{2,4)}や‘Mid-Field Method’ (Flow Field Integration)⁵⁻⁸⁾が注目されている。前者は物体後流に検査面を取りその面における面積分から抵抗値を算出する手法であり、後者は前者を物体周囲の空間積分の形に変換したものである。Mid-Field Method においては、数値拡散効果が生み出す非物理的な Entropy 生成による Spurious Drag を除去できるという長所から、CFD への適用がより有用であると考えられる。

また、近年 CFD を用いた空力最適設計が盛んに行なわれているが、その空気抵抗低減効果の詳細な検証が設計者にとって非常に重要視されている。Fig.1 に示したように、従来の Near-Field Method においては、抵抗値は圧力抵抗 (Pressure Drag) と摩擦抵抗 (Skin Friction Drag) とに分かれて算出される。しかし抵抗低減効果の検証においては更に詳細な要素に分解する必要がある、空気抵抗を形状 (Profile Drag) ・造波 (Wave Drag) ・誘導抵抗 (Induced Drag) の各成分に分解する事は設計者にとって有用であると考えられる。Mid-Field Method には各抵抗成分への分解が可能であるという利点もあり、その空力解析や空力最適化への応用も期待できる。

そこで本研究では、遷音速域での CFD 計算結果に対して Mid-Field Method を適用し、抵抗要素分解手法の有用性について検証を行った。

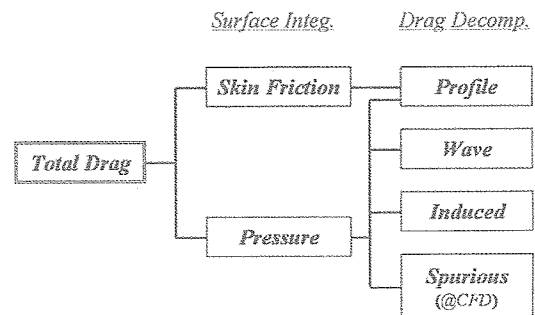


Fig.1 Drag Components & the Classification

2. 抵抗予測手法

本章では各抵抗予測手法について概説する。

2.1 Near-Field Method

Near-Field Method において、抵抗値は以下の式で導出される。

$$D = \iint_{Body} [-(P - P_{\infty})n_x + \vec{\tau}_x \cdot \vec{n}] ds \quad (1)$$

ここで P , τ , \vec{n} はそれぞれ圧力、粘性応力テンソル、積分面での単位法線ベクトルを表し、添字の ∞ , x は一様流条件と各ベクトルの一様流方向成分を示す。また積分領域‘Body’は物体表面である。(1)式の右辺第一項が圧力抵抗、第二項が摩擦抵抗に相当している。

2.2 Far-Field Method

物体を取り囲むように任意の閉曲面を定義し、その面上での運動量保存則から抵抗を算出する手法を‘Control Volume Method’と呼ぶ。この抵抗予測手法を基礎式とし微小擾乱近似を用いて変換する事により、以下のような抵抗算出式が得られる事が知られている⁹⁾。

$$D = \iint_{WA} P_{\infty} \frac{\Delta s}{R} ds + \iint_{WA} \frac{\rho_{\infty}}{2} (v^2 + w^2) ds + O(\Delta^2) \quad (2)$$

ここで Δs , R , ρ_{∞} , (u, v, w) はそれぞれ Entropy 変化、気体定数、密度、各速度成分であり、 Δ は微小擾乱項を示す。また積

分領域 'WA' は Fig.2 に示すように、物体背後に一様流と垂直方向に取った後流面を示す。ここで右辺第一項は Entropy 変化に基づく抵抗成分 (Entropy Drag) であり、Profile, Wave, Spurious Drag を含む。一方、第二項は渦に起因する項であり、誘導抵抗項に相当する。

2.3 Mid-Field Method

Mid-Field Method は Far-Field Method の後流面積分形式を、Gauss の発散定理を用い空間積分形式に変換する事により導出される。Entropy 項に関して示すと、

$$D_{Entropy} = \iint_{WA} \mathbf{F}_{(\Delta s)} \cdot \mathbf{n} ds = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{F}_{(\Delta s)} dv \quad (3)$$

ここで $\mathbf{F}_{(\Delta s)}$ は Entropy Drag 成分ベクトルであり、空間積分領域 'V' は物体周囲の空間を示す。この手法の利点として、Entropy 抵抗を造波・形状・数値拡散効果の各要素に分解できる事があげられる。抵抗値が流れ場における空間積分によって算出される事から、流れ場内から衝撃波領域 (V_{shock}) と境界層・後流領域 ($V_{profile}$) を選定し、その領域でそれぞれ部分的に空間積分を行なう事により、造波抵抗と形状抵抗を算出する事が可能である。更に物理的に、流れ場において Entropy が生成するのは衝撃波または境界層・後流領域を流れが通過した場合のみである。よって、それ以外の領域 ($V_{spurious}$) における Entropy 生成は数値拡散効果による非物理的な抵抗成分に相当すると考えることができる。この領域分割の概要は Fig.2 に加えて示した。本手法においては衝撃波領域や境界層・後流領域においても存在するであろう数値拡散効果まで除去する事はできない。しかしながら一般に、Spurious Drag は前縁周囲の $V_{profile}$ 外側の領域に主に発生する事が知られており、その影響を除去できる事は十分有用である。この有用性に関する議論は 4.2 節で行なっている。この手法の特徴をまとめると、Entropy Drag を更に詳細な要素に分解できる事、また(3)式における空間積分形式の被積分関数 $\nabla \cdot \mathbf{F}_{(\Delta s)}$ が単位体積当たりの Entropy 抵抗発生率であるため、Entropy 抵抗成分を空間に可視化できる事があげられる。

流れ場の領域分割は文献 7) に示されている関数を基に決定した。衝撃波領域の同定においては以下の衝撃波関数を基に決定する。

$$f_{shock} = (\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla P) / (a |\nabla P|) \quad (4)$$

ここで $\bar{\mathbf{v}}$, a , P はそれぞれ速度、音速、圧力である。 $f_{shock} > 1$ の領域が衝撃波上流領域に相当する。また境界層・後流領域の同定には以下の関数を用いる。

$$f_{profile} = (\mu_l + \mu_t) / (\mu_l) \quad (5)$$

ここで μ_l , μ_t はそれぞれ層流粘性係数、渦粘性係数である。境界層・後流領域は $f_{profile} > 1.1$ の領域として選定する。衝撃波と境界層の重なる領域においては、衝撃波領域を優先的に決定している。(Fig.2 参照) 領域の選定パラメータを変更する事により各抵抗成分の値も順次変化する訳であるが、文献 7) にも示されているように、この領域選定パラメータに対する各抵抗成分値の依存性は十分弱い事がわかっている。

誘導抵抗項に関しても同様に(2)式右辺第二項を基にして空間積分形式に変換し以下のように算出する。

$$D_{Induced} = \iint_{WA} \mathbf{F}_{ind} \cdot \mathbf{n} ds = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{F}_{ind} dv \quad (6)$$

ここで \mathbf{F}_{ind} は誘導抵抗成分ベクトルを示している。また翼端渦は後流領域において拡散し、等価に Entropy Drag に変換されるため、3次元計算においては後流領域での Entropy Drag 生成を誘導抵抗の付加的な項として取り扱う必要がある。

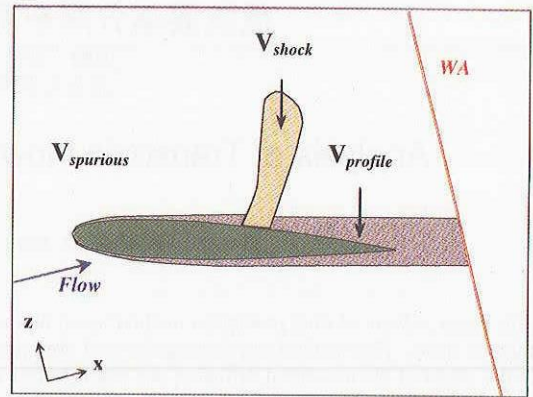


Fig.2 Schematic Sketch of Mid-/Far-Field Method

3. 数値計算手法

本研究では上記の抵抗予測手法を構造・非構造格子計算結果両者に適用した。構造格子計算においては翼周りの3次元粘性計算を行った。支配方程式に薄層近似 Navier-Stokes(NS)方程式を用い、格子トポロジは C-H 型格子である。粘性項に2次精度中心差分を、対流項には3次精度 MUSCL 法で高次精度化した TVD 差分を用いる。また時間積分に LU-SGS 陰解法⁹⁾を用い、乱流モデルには Baldwin-Lomax の代数モデル¹⁰⁾を適用する。

非構造格子計算においては翼・翼胴周りの3次元非粘性計算を行った。支配方程式には Euler 方程式を用い、非構造格子上でセル節点有限体積法を用いて離散化する。対流項の流束評価には HLLW 法⁹⁾を用い、時間積分には非構造格子用に拡張された LU-SGS 陰解法¹¹⁾を適用する。非構造表面格子生成には advancing front 法¹²⁾を、空間格子生成においては Delaunay 法¹³⁾を用いている。

4. 結果および考察

4.1 後退角効果に関する検証

本節では後退角効果に関する検証結果を示す。Fig.3 に示したように、アスペクト比、セミスパン長、テーパー比をそれぞれ 5.0, 2.5, 1.0 に固定した翼平面形状において、その後退角 Λ を $0 \sim 40^\circ$ まで順次変化させて構造格子 NS 計算を行った。翼断面形状は主流方向に NACA0012 を配し、計算格子点は $251 \times 70 \times 81$ に固定した。計算条件はマッハ数 0.825、レイノルズ数 8×10^6 、迎角は揚力係数が 0.25 となるように調整している。これらの計算対象・条件に関しては文献 14) を参考にした。

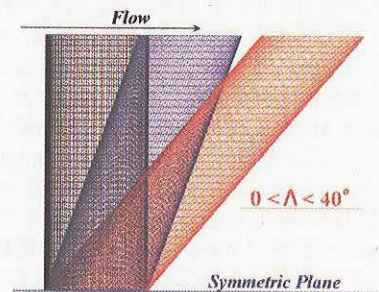


Fig.3 Swept Wing Analysis

Fig.4 に Near-Field Method による抵抗値予測結果を示した。Fig.5 には 20% セミスパン位置における C_p 分布の変化を示した。Fig.4 からは後退角の増加に伴い摩擦抵抗を一定に保ったまま全抵抗値が減少、すなわち圧力抵抗が減少していることが理解でき、かつ Fig.5 から衝撃波圧力勾配の減衰

が確認できる。よって従来知られているように、後退角効果によって造波抵抗が減少しているだろう事が推測される。

Fig.6には Mid-Field Method による抵抗値予測結果を示した。Near-Field Method による全抵抗値(NF_Total)と Mid-Field Method による全抵抗値(MF_Total)との良い一致が確認できる。その上で各抵抗成分について考察すると、造波抵抗の急激な低下と形状抵抗の緩やかな低下が確認できる。形状抵抗値の低減に関しては検証の結果、後退角効果により衝撃波が減衰する事の 2 次的な効果によるものである事が確認された。すなわち衝撃波の減衰に伴い、衝撃波位置における剥離の影響も次第に小さくなり、その事が形状抵抗値の低減に寄与していた。誘導抵抗に関してはほぼ一定であり、得られた誘導抵抗値を揚力線理論の値と比較した所、Oswald efficiency factor は 0.8~0.9 程度の値を取っていた。また本計算においては十分な格子点密度のため、Spurious Drag の影響は小さく、全てのケースで数 ct ($1ct = 1 \times 10^{-4}$) 程度であった。

Fig.7 には $\Lambda = 0, 10, 20, 30, 40^\circ$ における(4)式を用いた衝撃波可視化図と、Entropy 抵抗を空間に可視化したものを示した。図右側が翼根部に相当している。Entropy 抵抗が衝撃波・境界層・後流位置において発生している様子が見られ、かつ後退角効果によって衝撃波位置における Entropy 抵抗が減衰している様子も確認できる。更に Fig.8, 9 には造波抵抗と形状抵抗のスパン方向の分布を示した。造波抵抗の強い領域が外翼側に移動し、かつ大幅に減少している事や、剥離の影響が緩和される事により全域にわたって形状抵抗が低減している事が確認できる。本計算は C-H 型の格子を用いたため翼端付近における抵抗分布の信頼性に問題はあるが、本手法によってより詳細に抵抗低減効果を検証できる事は確認できる。

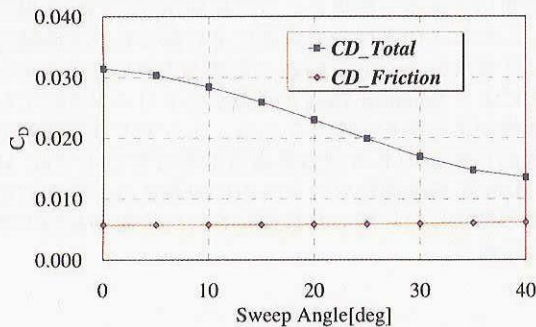


Fig.4 Near-Field Analysis

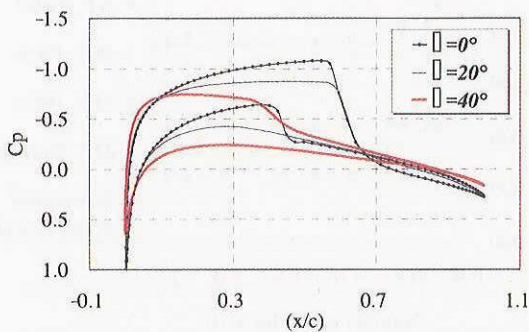
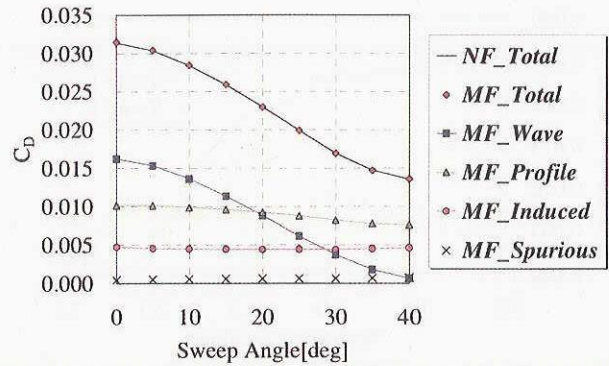
Fig.5 Comparison of C_p Distributions

Fig.6 Mid-Field Analysis

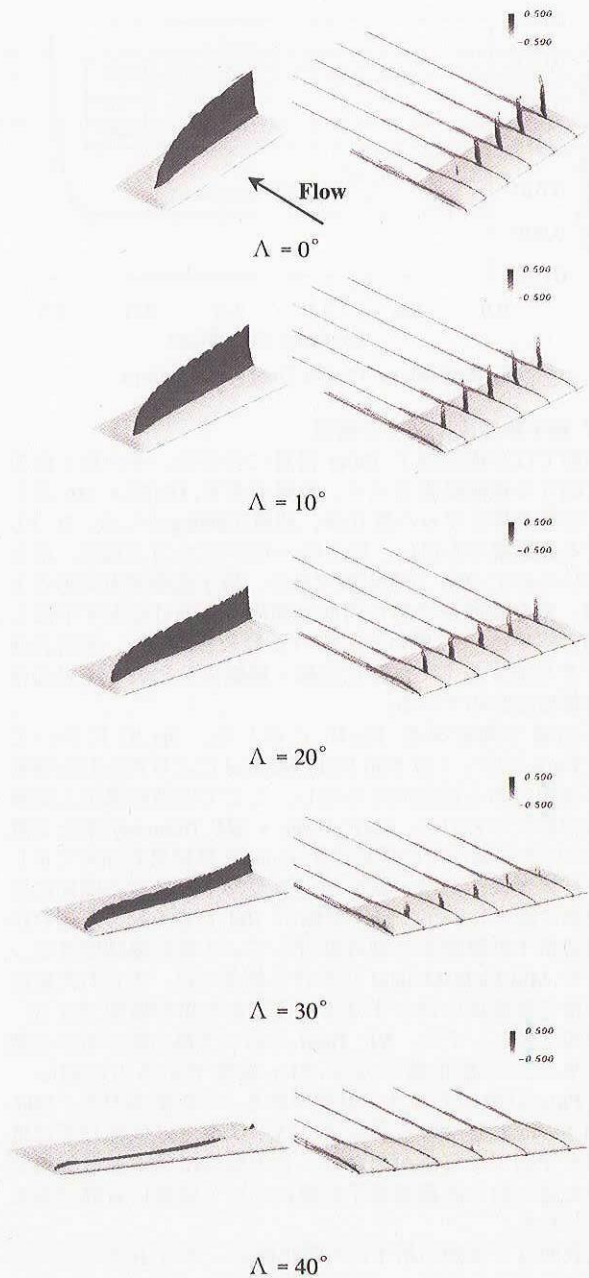


Fig.7 Shock & Entropy Drag Visualization

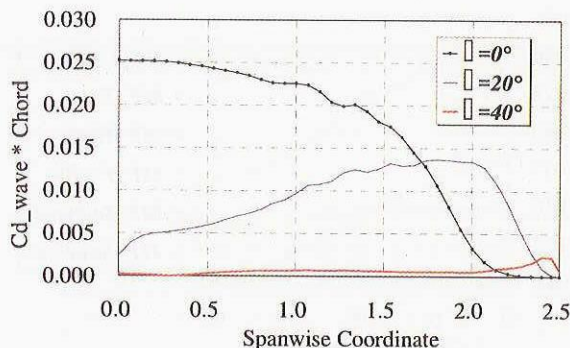


Fig.8 Spanwise Wave Drag Distributions

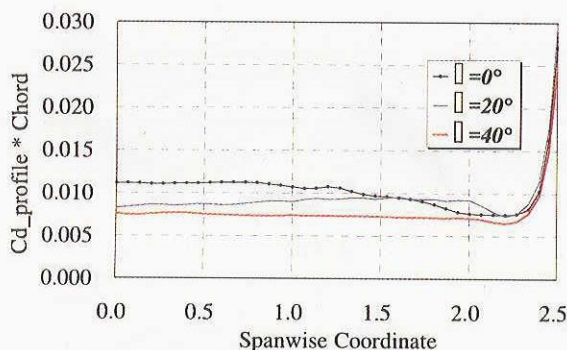


Fig.9 Spanwise Profile Drag Distributions

4.2 格子解像度に関する検証

本節では非構造格子 Euler 計算における、その格子解像度に関する検証結果を示す。計算対象を ONERA M6 翼とし、計算条件をマッハ数 0.84、迎角 3.06deg. とした。9つの異なる計算格子を用い、最も粗いもので 23 万点程度、最も細かいもので 250 万点程度である。格子解像度を高める上では、密な表面格子から再度空間格子を張りなおす手法と、解適合格子法¹⁵⁾を用いる手法の 2 種類を用いた。密な表面格子を生成する上では特に前縁・後縁周りにおいて表面格子解像度を高めている。

抵抗値予測結果を Fig.10 に示した。Fig.10 において MF_Pure プロットは Mid-Field Method により得られた物理的に価値のある抵抗成分を示し、ここでは造波抵抗と誘導抵抗の和で示される。(MF_Wave + MF_Induced) また文献 4) における同条件での構造格子 Euler 計算結果も加えて示した。計算結果からは、表面積分値が格子解像度の増加に伴い次第に減少し、かつ格子点数が 100 万点を越えた辺りから構造格子計算結果にほぼ漸近している事が確認できる。対して Mid-Field Method における結果では、得られた抵抗値が格子解像度に依らずほぼ一定である事が確認できる。具体的な値としては、NF_Total において最も粗いものと細かいものの抵抗値の差が 21ct 程度であるのに対し、MF_Pure においては 5ct 程度である。この結果から、Mid-Field Method を用いる事により格子解像度に依存せずに抵抗値を予測できる事がわかる。この特性は数値拡散効果が強いと言われる非構造格子計算においては特に有効であると思われる。

代表的な 3 種類の格子の可視化図と、その 10% セミパン位置における Entropy 抵抗可視化図を Fig.11 に示した。このスパン位置においては翼上面の $(x/c) = 0.7$ 付近に衝撃波が発生している。最も粗い格子の可視化結果から、翼の前縁・後縁周辺に Spurious Drag が発生している事が見て取れる。これはこの領域において物理量が急激に変化する事に対して格子点密度が不足している事や、格子のセル形状が

大きく歪んでいる事が強い数値拡散効果を生み出し、Spurious Drag の生成に影響しているものと思われる。解適合格子法を用いた格子での可視化結果からは、その十分な空間格子解像度により衝撃波位置における Entropy 抵抗が鮮明に可視化されている事が確認できる。しかしながらこの格子における表面格子解像度はかなり低いため、前縁・後縁周りにおける Spurious Drag の生成も顕著である。前縁・後縁周りの表面格子を十分細かくした 230 万点の格子での可視化結果からは、その領域における Spurious Drag がかなり低減されている様子が確認できる。

4.3 空力最適化結果への応用

過去に著者らにより、音速近傍で巡航する高遷音速航空機の空力最適化設計がなされている¹⁶⁾。非構造格子 Euler 計算を用い、主翼断面形状の最適化を遺伝的アルゴリズムにより行なった。計算条件はマッハ数 0.98、揚力係数 0.26 であり、目的関数は圧力抵抗値の最小化であった。最適化により 37ct の抵抗低減が達成されている。文献 16) においては翼断面での Cp 分布やスパン方向の揚力分布の比較から、造波抵抗が主に低減されたと考察を加えている。

本節では更なる最適化結果の検証を目指し、その初期形状 NEXST-I SST モデルと最適形状に Mid-Field Method を適用した。Fig.12 には衝撃波面上に Entropy 抵抗を可視化したもの、すなわち造波抵抗可視化図を示した。この図から最適形状においては、外翼における衝撃波の消失と内翼における造波抵抗の低減が確認される。抵抗成分を算出した所、25ct の造波抵抗低減、9ct の Spurious Drag の低減が確認され、誘導抵抗値はほとんど変化していなかった。

上記の結果は、この最適化によって達成された物理的に意味のある抵抗低減効果が 25ct である事を示している。一般に空力最適化においては、その計算コストとの兼ね合いから粗い計算格子を用いた空力評価が行なわれる場合が多い。しかしこの事は空力評価により得られた表面積分抵抗値に含まれる Spurious Drag の影響が大きいかを示し、最適化により Spurious Drag の低減がミスリードされてしまう可能性がある事を示唆している。よってより効率的でかつ物理的に価値のある空力最適化を行なう上では Mid-Field Method を最適化プロセス内に組み込み、物理的に価値のある抵抗成分に絞った最適化を行なう事が有効であると考えられる。

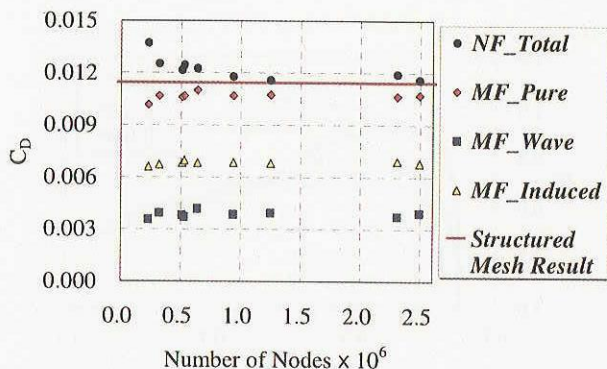


Fig.10 Mesh Resolution Effect on Unstructured Meshes

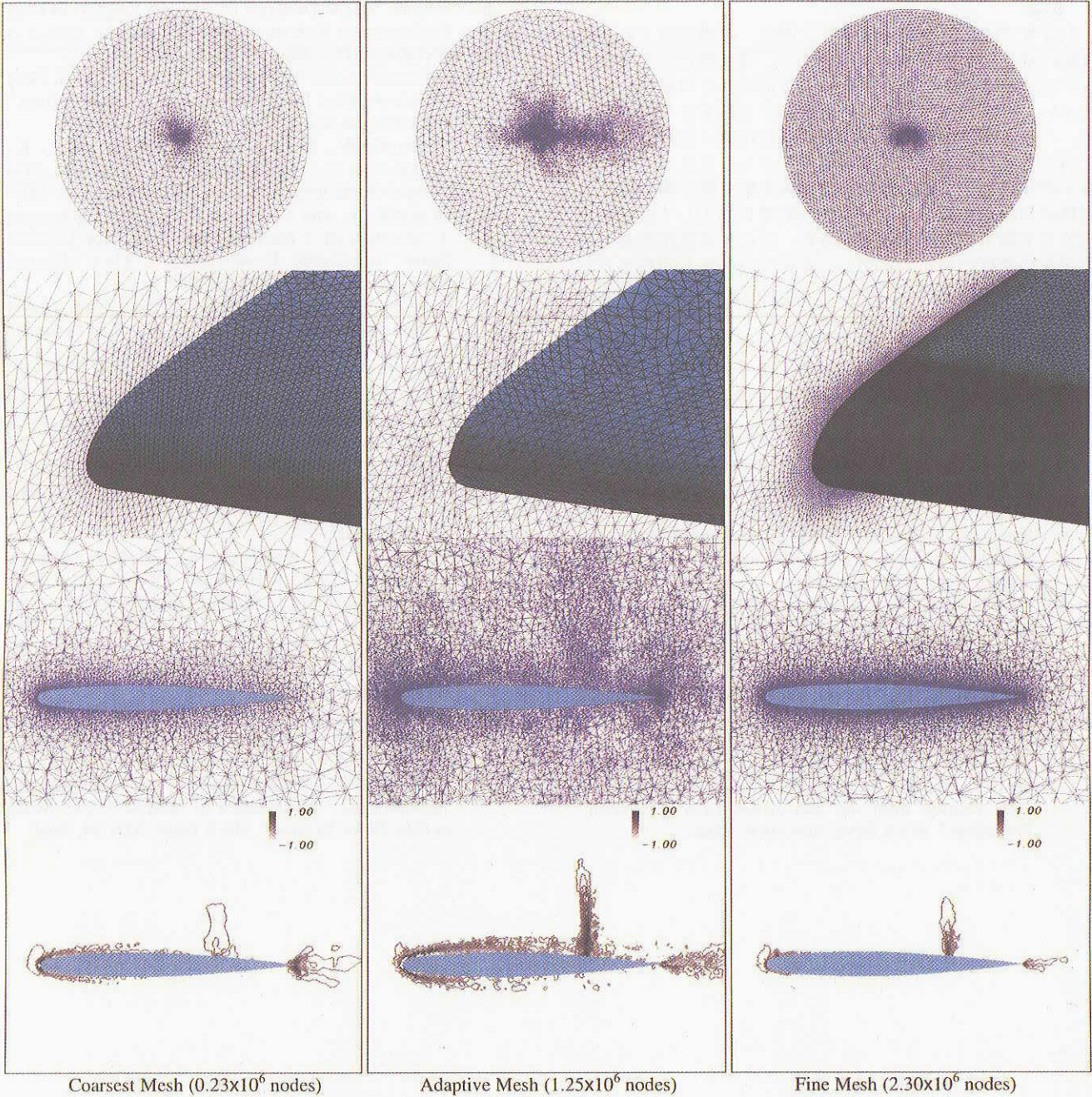


Fig.11 Unstructured Mesh & Entropy Drag Visualization of ONERA M6 Wing

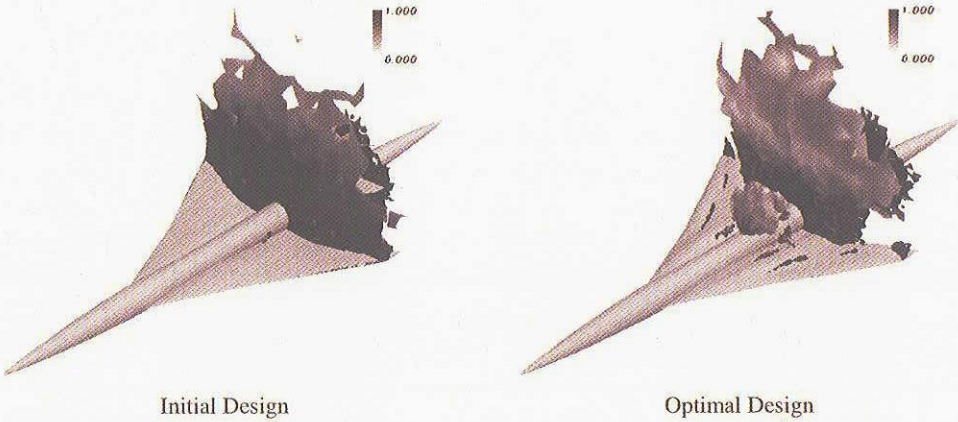


Fig.12 Wave Drag Visualization of Near-Sonic Airplanes

5. 結論

本研究では抵抗要素分解手法を構造・非構造格子の遷音速流れでの CFD 計算結果に適用した。本手法により算出された抵抗値は従来の表面積分による抵抗値と同程度の精度を示し、更に発生原因別に抵抗要素を分解できる事を示した。この要素分解により得られる各抵抗値・抵抗分布可視化図は設計者にとって重要な情報である。また特に非構造格子計算においては、数値拡散効果を取り除く事で抵抗予測精度が改善され、格子依存性の影響を除去して抵抗物理成分を予測する事が可能となった。更に、本抵抗要素分解手法を最適化結果にも応用し、その妥当性と有用性も示した。また本手法を直接用いた空力最適化が有用である事を考察した。

今後の展開としては、空力解析・最適化プロセスの中での応用や非構造格子計算における抵抗予測精度の改善、また計算格子の品質評価などへの応用が期待できる。

参考文献

- 1) Hemsch, M., and Morrison, J., "Statistical Analysis of CFD Solutions from 2nd Drag Prediction Workshop," AIAA Paper 2004-0556, 2004.
- 2) Kusunose, K., "Advanced Wake Integration Method for Experimental Drag Prediction," *von Karman Institute Lecture Series* 2003-2, 2003.
- 3) Cummings, R. M., Giles, M. B., and Shrinivas, G. N., "Analysis of the Elements of Drag in Three-Dimensional Viscous and Inviscid Flows," AIAA Paper 96-2482-CP, 1996.
- 4) van Dam, C. P., "Recent Experience with Different Methods of Drag Prediction," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol.35, No.8, pp.751-798, 1999.
- 5) Brodersen, O., Rakowitz, M., Amant, S., Larrieu, P., Destarac, D., and Sutcliffe, M., "Airbus, ONERA, and DLR Results from the 2nd AIAA Drag Prediction Workshop," AIAA Paper 2004-0391, 2004.
- 6) Schmitt, V., and Destarac, D., "Recent Progress in Drag Prediction and Reduction for Civil Transport Aircraft at ONERA," AIAA Paper 98-0137, 1998.
- 7) Paparone, L., and Tognaccini, R., "Computational Fluid Dynamics-Based Drag Prediction and Decomposition," *AIAA Journal*, Vol.41, No.9, pp.1647-1657, 2003.
- 8) Yamazaki, W., Matsushima, K., and Nakahashi, K., "Application of Drag Decomposition Method to CFD Computational Results," AIAA Paper 2005-4723, 2005.
- 9) Obayashi, S., and Guruswamy, G. P., "Convergence Acceleration of a Navier-Stokes Solver for Efficient Static Aeroelastic Computations," *AIAA Journal*, Vol.33, No.6, pp.1134-1141, 1995.
- 10) Baldwin, B. S., and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257, 1978.
- 11) Sharov, D., and Nakahashi, K., "Reordering of Hybrid Unstructured Grids for Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel Computations," *AIAA Journal*, Vol.36, No.3, pp.484-486, 1998.
- 12) Ito, Y., and Nakahashi, K., "Surface Triangulation for Polygonal Models Based on CAD Data," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.39, No.1, pp.75-96, 2002.
- 13) Sharov, D., and Nakahashi, K., "Hybrid Prismatic/Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flow Applications," *AIAA Journal*, Vol.36, No.2, 1998, pp.157-162.
- 14) Tsutsui, H., and Fujii, K., "Effect of Swept Wing in Transonic Flow," 15th CFD Symposium, D05-4, 2001. (in Japanese)
- 15) Kim, H., Takano, Y., and Nakahashi, K., "Error Estimation and Grid Adaptation Using Euler Adjoint Method," AIAA Paper 2005-5336, 2005.
- 16) Yamazaki, W., Matsushima, K., and Nakahashi, K., "Aerodynamic Optimization of NEXST-I SST Model at Near-Sonic Regime," AIAA Paper 2004-34, 2004.

低速における超音速機形態の RANS シミュレーション

雷 忠

宇宙航空研究開発機構 航空プログラムグループ 超音速機チーム

RANS Simulation of Supersonic Transport Configuration at Low Speed

by

Zhong Lei

Supersonic Transport Team, Aviation Program Group, Japan Aerospace Exploration Agency

ABSTRACT

In order to meet economic viability and environmental compatibility, the next generation supersonic transport (SST) is required to have sufficient low speed performance in take-off and landing situations. A high-lift system is desirable to enhance the lift as well as the lift-to-drag ratio. Wind tunnel test plays an important role in the design process of an aircraft. On the other hand, numerical simulation of high lift flows by solving the Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) equations is now often used in analysis and design of high lift devices. It can provide details of flow structure and help designer to understand the physics of high lift flow. Accurate predictions of aerodynamic characteristics are required for the design of the high lift system. The objective of this study is to develop numerical simulation technology to predict aerodynamic performance of an SST configuration with high-lift devices, and give insight into details of flow field at low speed and high angles of attack.

1. はじめに

超音速巡航時の揚抗比(L/D)を向上させ、高い空力性能を実現するために、低アスペクト比と大後退角を有するデルタ翼が主翼としてよく用いられる。一方、従来の亜音速機に比べ、デルタ翼の揚力傾斜が小さいことがよく知られている。離着陸時に低速で大きな迎角をとる場合は、翼上面に前縁から発生する剥離渦が形成され、それによって翼に働く揚力は増加するが、同時に抵抗増加の割合が大きいため、高い揚抗比(L/D)が得にくい。図1に前縁から剥離した流れの様子を示す。離着陸時の揚抗比を改善することは航空機設計において大きな空力課題として古くから取り組まれてきた。高い揚抗比を実現するには高揚力装置の適用が必要となる。離着陸時の空力性能の改善はエンジン推力の低減、燃費の削減、滑走路の短縮などにつながる。経済性と環境適応性にも優れた次世代超音速旅客機には離着陸時に十分な低速性能を持つことを要求される。

宇宙航空研究開発機構で進められている次世代超音速機プロジェクト[1]の要素研究の一環として、空力設計において離着陸空力性能の改善を盛り込むため、風洞試験と数値解析を用いて、高揚力装置の研究を行っている。本研究では比較的簡単、且つ有効な前縁フラップと後縁フラップを対象とする。風洞試験では高揚力装置流れ場の物理現象を解明し、パラメトリック・スタディーによって設計に役立つデータベースを構築することを目的とする。CFD 研究では、高揚力装置を設計するために、複雑な流れ場の解析技術を確認することと最適化設計法を構築することを目的とする。

超音速機の高揚力装置の開発には、CFD による低速性能の予測と設計技術が大きく期待されている。離着陸の低速領域において、形状の複雑さに加えて、高い迎え角では、内外翼の前縁から剥離渦が発生し、境界層の剥離や再付着や剥離渦の挙動など複雑な現象となる。このような流れ場に対してCFDの信頼性や精度を明確化し、解析技術を確認する必要がある。超音速旅客機の高揚力装置に関して、米国NASAのHigh Speed Research Program (HSRP) [2]と欧州のEuropean Project for Improvement of Supersonic Transport Low Speed Efficiency (EPISLTLE) [3]プロジェクトで研究開発が行なわれた。しかしながらまだに、国際的にも十分な知見が得られていない。著者ら[4][5]はこれまでCFD解析コードを開発し、基本形態と高揚力形態流れの解析を行ってきた。数値計算を実施し、試験結果との比較によりCFD

D解析コードの検証を行った。風洞試験と良好に一致する計算結果が得られた。またその検証されたCFD解析コードにより空力性能への前後縁フラップの影響の検討を行なった。高揚力装置による空力性能の改善を理解するために、低速設計条件における流れ場の詳細について、計算結果を使って分析を行なった。ここでは、これまでの研究成果の代表例と将来の展望について述べる。

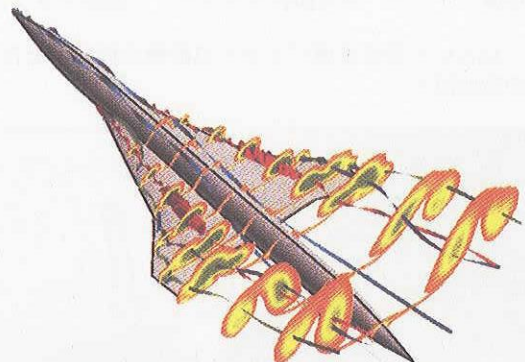


図1. 低速大迎角超音速機形態の流れ

2. 風洞試験と模型

図2にジェット実験機01次形状の高揚力形態の翼洞風洞試験模型を示す。主翼はクランクド・アロー翼であり、内翼前縁、外翼前縁及び後縁にそれぞれに舵角が異なるフラップを取り付ける。全長1.36m、翼幅 $b=0.419\text{m}\times 2$ 、翼面積 $S_w=0.292\text{m}^2$ 、主翼のアスペクト比(AR)=2.42、平均空力コード長 $c=0.459\text{m}$ 。主翼の平面形については、超音速理論に基づいてArrow型を採用し、内翼が後退角 $\lambda=66^\circ$ を持つ亜音速前縁であり、低速と遷音速性能の改善を考慮して外翼が後退角 $\lambda=42^\circ$ を持つ。機体軸から翼端方向にsemi-spanの55%位置に内翼と外翼のkinkを持つ。また、揚力依存力を低減させるため、8種類の関数で表せる基本荷重分布形を設定し、それらの組み合わせ係数を変分法で、超音速揚力面理論により捻り角とキャンバー・ライン分布を最適化し、初期形状のWarp設計を行った。内翼の翼断面はNACA66シリーズの翼厚分布を有し、外翼は最大厚み比3%を持つbiconvex翼である。主翼は翼根から翼端へいくに従って少しずつ傾きを小さくするように捻じってあり(ねじり下げ)、翼端部の迎え角を減らして翼端失速を防ぐよ

うにした。主翼と胴体との取り付け部で機体軸に対して 1.58° の取り付け角度を持つ。胴体のノーズ部は胴体全長の 25%まで ogive cone 形状であり、ノーズ部分を除いた部分が直径 0.1m の円柱である。

2 m×2 m の測定部を持つ JAXA 低速風洞で試験の様子を図 3 に示す。内挿天秤による 6 分力測定や表面圧力計測や粒子画像流速測定法 (PIV) による空間速度分布測定を行なった[6][7]。試験条件としては、迎角 $\alpha = -4^\circ \sim 40^\circ$ の範囲で、風速は 30 m/s、平均空力コード長に基づいたレイノルズ数 Re は 0.945×10^6 である。

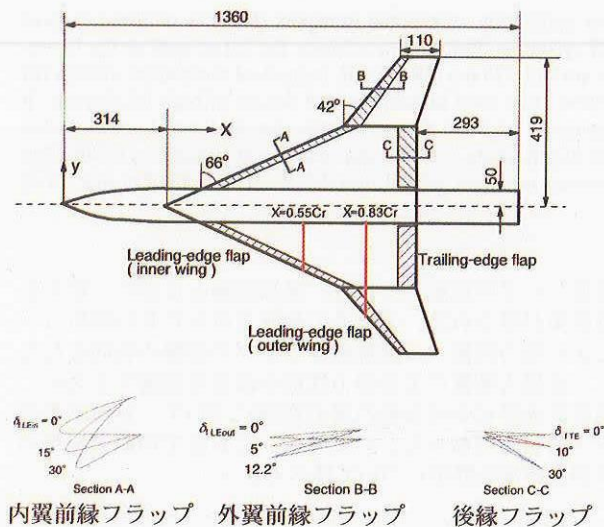


図 2. JAXA 小型超音速ジェット実験機の概略図と各フラップの断面図²⁾。



図 3. JAXA の 2 m×2 m 低速風洞試験の様子

3. 解法

流れ場の支配方程式としてレイノルズ平均ナビエー・ストークス方程式を解析した。乱流モデルに Spalart-Allmaras (SA) モデル[8]と改良した Spalart-Allmaras (SARC) モデル[9]、Menter の SST $k-\omega$ モデル[10]、Launder-Sharma $k-\epsilon$ モデル[11]を用いて、渦粘性を求めた。空間離散化には差分法を適用した。複雑な形状に対応したマルチブロック構造格子ソルバー Aerodynamic Computational System (ADCS) により数値解析を行った。非粘性流束の評価には Chakravarthy-Osher スキームを用いて風上化し、その高次精度化には 3 次精度の MUSCL 補間法を適用した。粘性項の評価には 2

次精度の中心差分を用いた。時間積分には対流項と粘性項とソース項を含めて LU-ADI 陰解法を適用した。さらに、収束を加速するために粘性と非粘性を考慮した局所時間刻み法を併用した。計算条件は風洞試験に合わせて、マッハ数 0.088 にして、定常、全域乱流を仮定した計算を行なった。

CFD 計算では半裁模型のみを対象として行なった。前後縁フラップを操舵した高揚力形態の格子を図 4 に示す。物体近傍の乱流境界層と物体表面から剥離した渦を捉えられるのには、物体から離れる方向に十分な格子点を分布させることが必要である。形状によって総格子数が異なるが、物体表面から離れる方向に 100 点を入れた。さらに、乱流境界層の層流低層や、流れが急激に変化する剥離や再付着などを考慮すれば、最小格子幅を小さくしなければならない。本研究では、最小格子幅 $\Delta s_{\min} = 0.01/\sqrt{Re} = 1.0 \times 10^{-5}$ とした。また、物体表面から離れる格子線を表面に垂直するように格子を生成した。

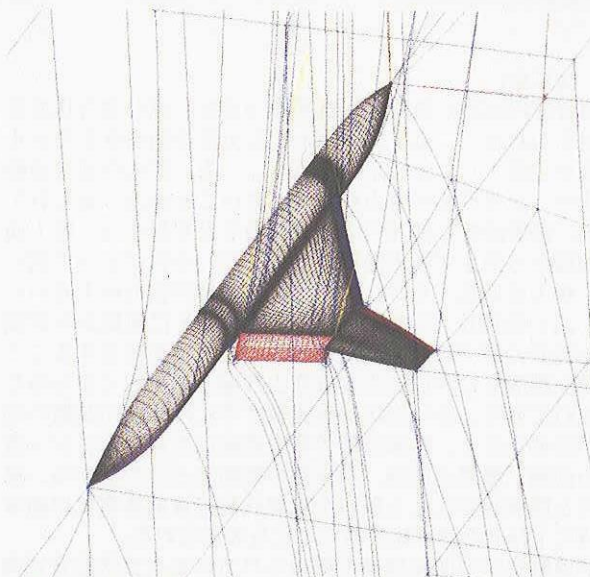


図 4. 前・後縁フラップ操舵した形態の計算格子。

4. 解析結果

4. 1 基本形態

風洞試験で計測した力データと CFD 計算で予測した力データをまとめて図 5 に示す。CFD では 4 つの乱流モデルおよび全面層流で計算を行なった。迎角 6° 付近から揚力の非線形的な増加が見られる。これは前縁から剥離した渦による渦揚力の効果だと考えられる。迎角 25° までの計算結果と実験値が良好に一致していることが分かる。全面層流とした場合でも、積分値である力には差があまり見られない。大きな後退角を持つ翼胴形状は低速大迎角で、流れが剥離渦による非粘性効果に支配されていると考えられる。さらに、迎角が大きくなると、失速角と最大揚力値 CL_{\max} が乱流モデルに依存していることが分かる。一方、乱流モデルによるピッチング・モーメントへの影響は少ない。失速後の計算結果と風洞試験結果に大きな差が見られるが、これは風洞試験では強い非定常性と左右非対称性が観測されたためである。失速後の予測を改善するのには、全裁模型の非定常計算が必要である。

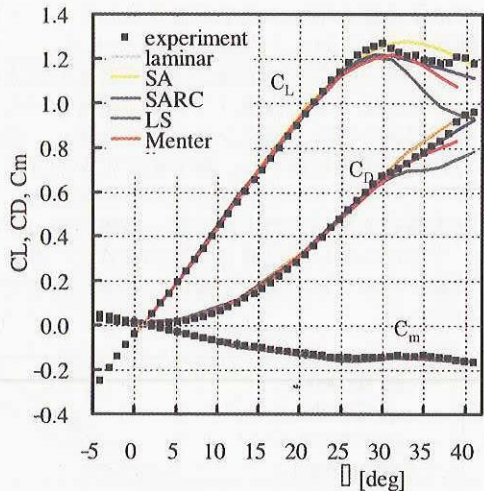
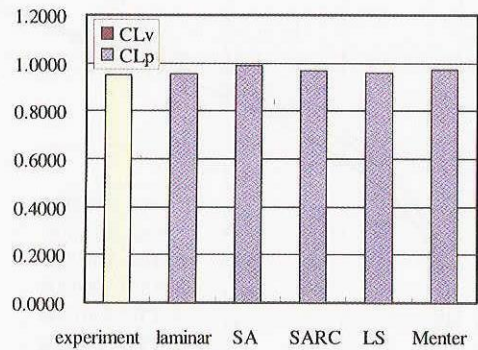
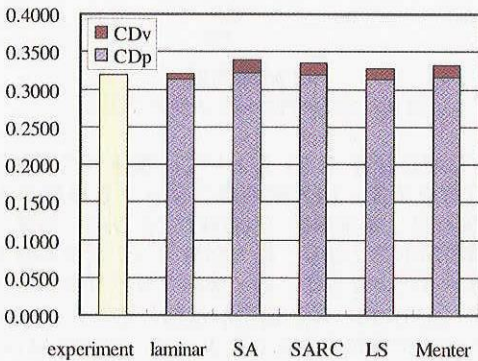


図5. 基本形態の空力特性：乱流モデルの影響

迎角 20°における揚力係数と抵抗係数を図 6 に示す。実験と比較すると揚力の差が殆ど見られない。全揚力に占める表面摩擦力の成分が圧力成分に比べて非常に小さい。一方、抵抗値には約 100 カウント(1 カウント=0.0001)、全体の 4%の違いが見られる。表面摩擦抵抗を比較しても乱流モデル同士にも差が見られる。SA モデルは改良した SARC モデルと LS $k-\epsilon$ 、Menter' $k-\omega$ モデルに比べ、抵抗値を過大評価した。乱流計算に比べ、層流計算による摩擦抵抗が小さい。摩擦抵抗の差は最大 25 カウントであり、表面圧力抵抗の差に比べて小さい。迎角が大きいくほど、圧力抵抗が大きい、同時に、剥離領域が大きくなるため摩擦抵抗が小さくなる。



(a) 揚力



(b) 抵抗

図6. 力成分の比較、迎角 20°。

図 7 に迎角 20°, $X=0.83Cr$ における平均速度絶対値の分布を示す。乱流モデルにより、剥離点/線と剥離領域の大きさ及び前縁剥離から形成された縦渦の崩壊点が違うことが分かる。PIV 試験から、内翼の剥離渦は中心付近で速度の絶対値がほぼ 0 となっており、完全に渦崩壊の状態であることが分かる。CFD 計算では、SA モデルが渦粘性を過大評価したため、渦崩壊が予測できなかった。一方、旋回効果を考慮した SARC モデルと LS $k-\epsilon$ と Menter's $k-\omega$ モデルは渦の大きさ、形、渦崩壊をよく再現するができた。縦渦を適切に模擬するためには乱流モデルが重要であることが分かる。

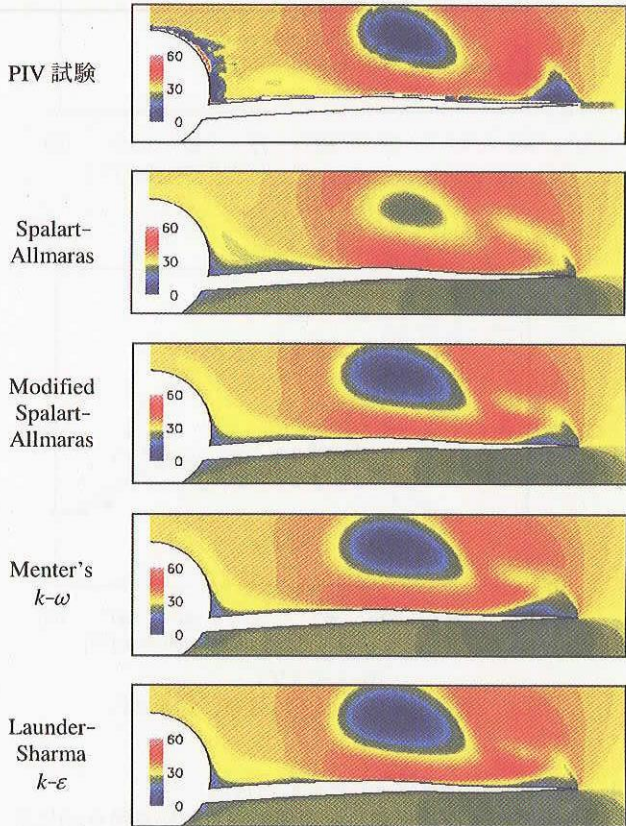
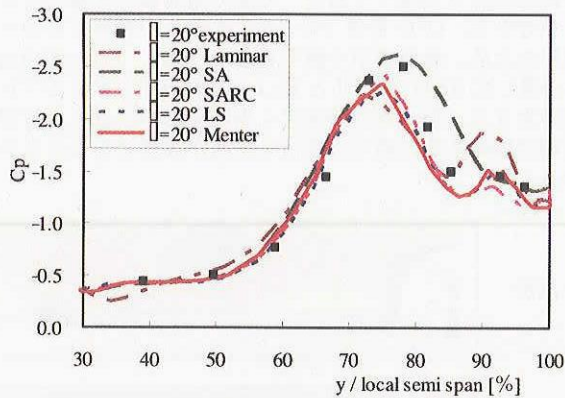
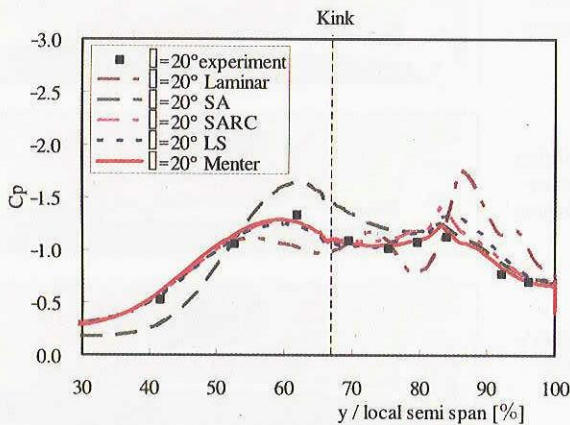


図7. 基本形態の前縁剥離渦：平均速度絶対値分布の PIV 試験と CFD 結果比較 ($\alpha=20^\circ$, $X/Cr=0.83$)

図 8 に迎角 20°における $X=0.55Cr$ と $X=0.83Cr$ 位置断面の上面圧力分布を示す。圧力のピークが前縁剥離渦を表わしている。表面圧力分布を比較すると、計算結果と風洞試験計測データの違いが見られる。風洞試験に 1 次と 2 次渦と思われる圧力のピークが見られる。それに対して、全面層流の場合、境界層が剥離し易いと考えられ、翼端付近で計算結果に 2 次渦に加え、実験では観察されなかった 3 次渦も現れた。逆に、渦粘性を過大評価する SA モデルでは、2 次渦を再現できなかった。また、全面層流と SA モデルの計算結果では渦の位置が実験と大きくずれている。それに比べ、改良した SA モデルでは元の SA モデルより、実験をよく再現できることが分かった。LS $k-\epsilon$ モデルでは予測した 1 次渦は実験と一致しているが、2 次渦が小さすぎる。つまり、壁近傍では LS $k-\epsilon$ が渦粘性を過大評価したことが分かる。Menter's $k-\omega$ モデルでは 1 次渦と 2 次渦を定量、定性的にもよく再現し、渦の位置、圧力ピークが実験値とよく一致している。

いずれの乱流モデルも、空力特性はよく予測できた。しかし、詳細な流れ場に関しては、差異が見られる。総合的に、Menter's $k-\omega$ モデルが実験に最も近い結果が得られた。

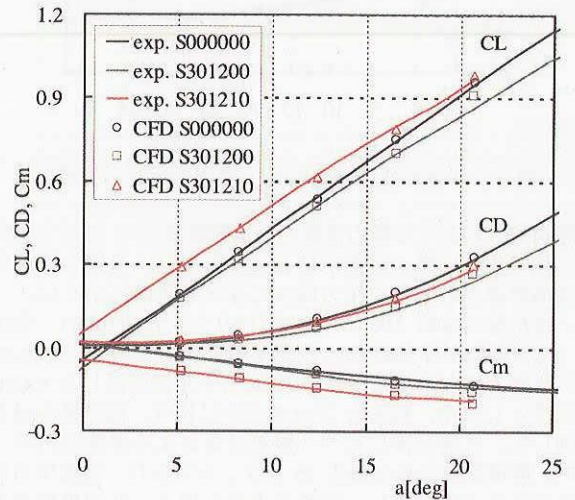
(a) $X=0.55Cr$ (b) $X=0.83Cr$ 図8. 基本形態の表面圧力分布、迎角 20° 。

4. 2 前・後縁フラップ操舵した形態

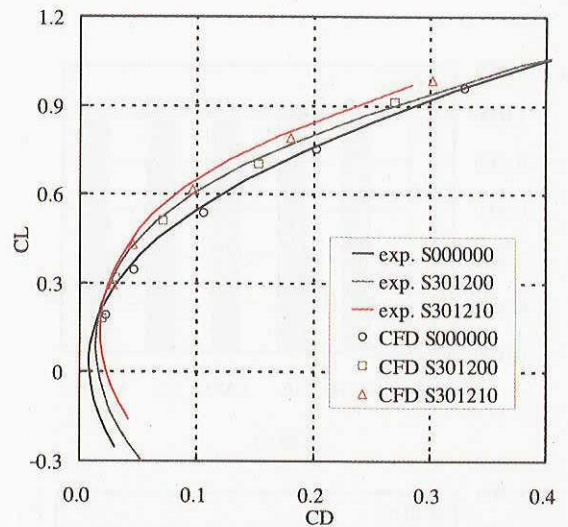
前後縁フラップを操舵した形態の空力特性を図9(a)に示す。同じ迎角において、内翼前縁フラップを 30° 、外翼前縁フラップを 12° に操舵すること (S301200) によって、揚力 CL と抵抗 CD が両方とも減少する傾向が見られる。抵抗減少の割合が揚力の減少より大きかったため、結果として揚抗比 (L/D) が改善された。さらに、後縁フラップを 10° に操舵する (S301210) と、揚力が基本形態より大きくなった。抵抗は前縁フラップのみを操舵した場合より、増加したが、基本形態より依然減少した。揚力 $CL=0$ 付近では、前縁フラップの操舵によって揚力傾斜が増加し、後縁フラップの操舵によって揚力がすべての迎角において均等に増加したことが見られる。大きな迎角においては、前縁から剥離した渦が前縁フラップに抑えられたため、渦揚力が減少し、揚力傾斜が基本形態より小さくなったことが分かる。図9(b)に揚力-抵抗カーブを示す。離陸条件に近い $CL=0.6$ 付近では、同じ揚力において、抵抗が S000000、S000010、S301200、S301210 の順番に減少する傾向が見られる。基本形態に比べて、前・後縁フラップとも、抵抗を低減する効果がある。前・後縁フラップを同時に操舵した形態 (S301210) が基本形態 (S000000) より、揚力 $CL=0.6$ において、全抵抗が約 30% を低減し、揚抗比 (L/D) が 5 から 7.25 に増加した。前縁フラップによる抵抗低減の効果と後

縁フラップによる揚力増加の効果を組み合わせることによって空力性能をさらに向上させることが分かった。

ピッチング・モーメントは前縁フラップによりあまり変化しない。それに比べて、後縁フラップは機首下げの力を増大する傾向が見られる。前縁フラップと比較し、後縁フラップの方が空力中心に遠いし、揚力の変化が大きいため、ピッチング・モーメントへの影響が大きいと考える。CFD 計算結果と実験の差が見られるが、前・後縁フラップの効果に比べ、十分に小さい。計算と実験が良好に一致しており、前・後縁フラップの効果を定量的にもよく再現できていることが分かる。



(a) 縦3分力特性



(b) polar 曲線

図9. 空力特性へのフラップ効果

図10に同じ迎角 (12°) において、機体スパン方向にその荷重分布を示す。内外翼前縁フラップを操舵する場合 (S301200) は、基本形態 (S000000) より内・外翼ともに前縁剥離渦が小さくなり、揚力が減少し、抵抗も減少したことが分かった。さらに、前・後縁フラップを同時に操舵する場合 (S301210) は、揚力が増加したことが分かった。後縁フラップを操舵することによって、尾流の downwash が大きくなったため、揚力が増加したと考える。前縁フラップを操舵した場合より、内翼が占める揚力と抵抗がほぼ均等に増加した。外翼では内翼後縁フラップの影響を受け

ため、kink の近くに揚力と抵抗が増加したが、翼端付近では変化がない。全抵抗に占める圧力抵抗が支配的であり、濡れ面積があまり変わらないため、フラップを操舵しても摩擦抵抗に殆ど影響がない。

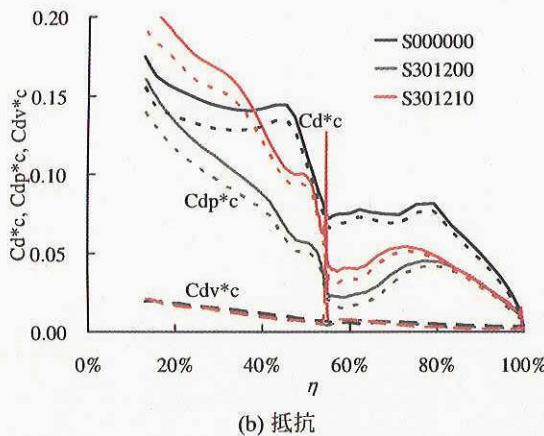
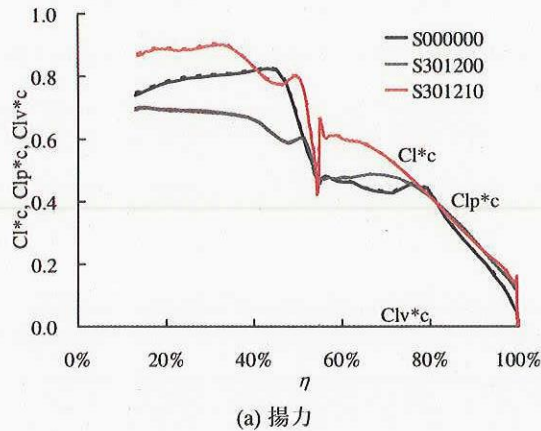
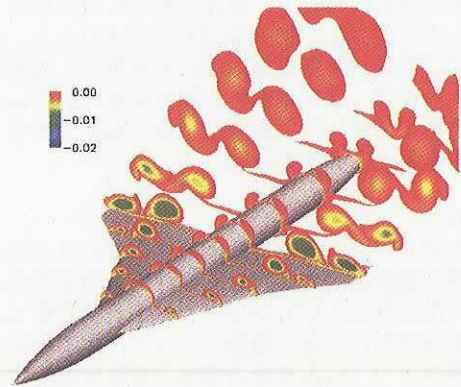
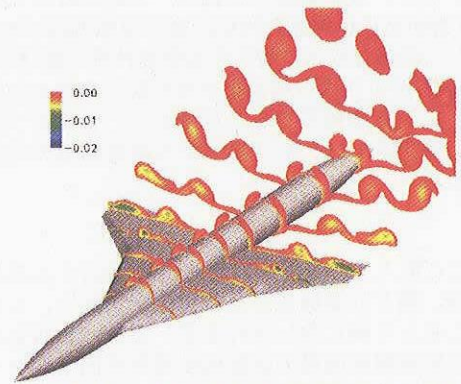


図10. スパン方向の荷重分布、迎角 12° 。

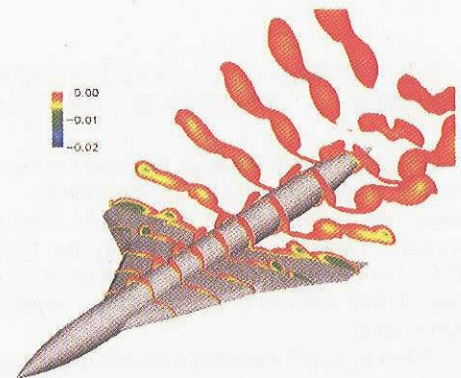
図11にCFDにより求められた迎角 (12°) における総圧損失の空間分布を示す。内翼前縁から剥離した縦渦及び主翼上面で崩壊している様子が見える。後縁フラップと主翼の間にある隙間から発生した小さい渦も見える。前縁からの剥離渦は、フラップ舵角が増加するとともに、大きさと強さが減っていることがわかる。低速の場合は、粘性効果による乱流境界層と剥離渦が総圧を損失するため、総圧損失が大きいほど、抵抗が大きいと考える。前後縁フラップを操舵することによって、総圧損失が減少し、即ち、抵抗も減少することが分かる。さらに、前縁フラップを操舵した場合に、翼前縁から剥離した渦の大きさと強さが小さくなった様子が見られる。前縁フラップは翼前縁からの剥離を抑制し、大きな迎角で剥離渦を前縁フラップに位置させ、ボルテックス・フラップとして機能することが確認できた。前後縁フラップを操舵することによって、剥離渦による渦揚力と渦抵抗が小さくなったと考えられる。後縁フラップを操舵すると、翼前縁からの剥離渦がさらに小さく、弱くなる。後縁フラップのキャンバー効果によってポテンシャル成分が増加した揚力の割合が、渦揚力の減少より大きいいため、これが全揚力の増加に寄与したことが考えられる。



(a) S000000 形態：内翼前縁 0° 外翼前縁 0° 後縁 0°



(b) S301200 形態：内翼前縁 30° 外翼前縁 12° 後縁 0°



(c) S301210 形態：内翼前縁 30° 外翼前縁 12° 後縁 10°

図11. 総圧の損失、迎角 12° 。

5. 高揚力装置の設計に向けて

2015年に超音速旅客機の開発着手、2025年に本格的に運営すると予測されている。先進設計技術の研究開発を先行的に行なうことにより、超音速旅客機の開発技術を向上させる必要がある。超音速機のコスト低減のためには、離着陸特性に直接関係する高性能高揚力装置の設計システムを構築することも非常に重要である。従来、高揚力装置の開発が風洞試験の繰り返しより行なわれた。しかし、これらの手法はコストが高く、開発期間も長い。近年、計算機性能の飛躍的な進捗によりCFD解析と最適化手法を組み合わせることによって形状を最適設計することができるようになった。非線形性を織り込んだCFD解析によって、より高いレベルの最適化を実現できると考えられる。この手法は従来の風洞試験を中心とする手法に対して時間、経費を大幅に短縮、削減することが可能な技術である。過去にはCFDを用いて高揚力装置を最適設計した例は殆どない。

高揚力装置の設計に対して、複雑な形状に対応可能、かつ高い精度を持つ高度な CFD 解析技術が要求される。本研究では、すでに高揚力装置形態の流れを解析し、解析精度を検証した。今後は、超音速機の高揚力装置の設計に向けて、この解析技術を活かして、最適化手法と組み合わせた設計システムを構築する予定である。

6. まとめ

低速と高迎角における超音速機形態のまわりの流れ場に関して翼前・後縁高揚力装置の有効性を把握するため、レノルズ平均化されたナビエ-ストークス方程式を解くことによって、調査を行なった。前縁フラップによる抵抗低減の効果と後縁フラップによる揚力増加の効果を組み合わせることによって、基本形態より空力性能が改善できることを確認した。また、風洞試験と比較し、大迎角時の大剥離を伴う CFD 解析技術の検証を行い、高い信頼性の CFD ツールを開発し、複雑な形状に対応する解析技術を確立した。

今後、CFD 解析技術と最適化手法を組み合わせた高揚力装置設計システムを構築する予定である。フラップ形状及び舵角の最適化を行い、低速における超音速機の高揚力装置を設計する。

謝辞

本研究にご協力、ご支援をいただいた JAXA の郭東潤様、吉田憲司様、菱友計算株式会社の黒田文武様に、この場を借りたしまして御礼申し上げます。また、本研究の計算は宇宙航空研究開発機構の情報技術開発共同センターの計算機を利用したものであり、関係者のご支援に感謝いたします。

参考文献

- 1) 坂田, “超音速実験機について —NAL 次世代超音速機技術の研究開発—,” 第36回飛行機シンポジウム講演集, 1998.
- 2) “1998 NASA High Speed Research Program Aerodynamic Performance Workshop,” NASA CP-1999-209682.
- 3) Herrmann, U., “Low-Speed High-Lift Performance Improvements Obtained and Validated by the EC-Project EPISTLE,” 24th International Congress of the Aeronautical Sciences, ICASE-2004-411, August 29 – September 3, Yokohama, Japan.
- 4) Lei, Z. “Effect of RANS turbulence models on computation of vortical flow over a wing-body configuration,” Transaction of JSASS, Vol.48, No.161., 2005.
- 5) Lei, Z., & Kwak, D-Y, “Numerical Investigation of Leading Edge Flap on Cranked Wing,” AIAA paper 2005-5087.
- 6) 郭, 他, “超音速航空機 (SST) 形態の高揚力装置に関する実験的研究,” NAL TR-1450, 2002.
- 7) Watanabe, S., Kato, H., Kwak, D., Shirotake, M. and Rinoie, K., “Stereoscopic PIV Measurements of Leading Edge Separation Vortices on a Cranked Arrow Wing,” Measurement Science and Technology, 15 (2004), 1-11.
- 8) Spalart, P.R. & Allmaras, S.R., “A One-Equation Turbulence Model Aerodynamic Flows,” AIAA paper 92-0439, 1994.
- 9) Spalart, P.R. & Shur, M.L., “On the Sensitization of Turbulence Models to Rotation and Curvature,” Aerospace Science and Technology, Vol.1, pp297-302, 1997.
- 10) Menter, F.R., “Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows,” AIAA paper 93-2906.
- 11) Launder, B.E. and Sharma, B.I., “Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc,” *Letters in Heat and Mass Transfer*, 1, (1974), 131-138.

Comparison of Structured and Unstructured Grids On Generic Helicopter Fuselage with a Rotor

Choongmo Yang, Takashi Aoyama, Shigeru Saito, JAXA, Japan
Hwajin Nam, Ohjoon Kwon, KAIST, Korea

1. INTRODUCTION

Helicopters are used in various fields such as EMS (Emergency Medical Service), fire fighting, disaster relief, news report, and so on because of the capabilities of hovering and VTOL. However, noise, cost, and VFR (Vision Flight Rules) problems prevent helicopters from being widely used as a means of inter-city transportation in densely populated area.

Prediction of the flow field of helicopter rotors in forward flight is regarded as one of the most challenging problems in current computational fluid dynamics. Addition of the fuselage underneath the rotor further amplifies the complexity, requiring the solution of unsteady three-dimensional flows involving multiple bodies in relative motion. The periodic airloads, which is principally due to the rotating main rotor blades, impact the undesirable noise and vibration on the fuselage in the way of a mutual aerodynamic interference. Therefore, elaborate aerodynamic analyses of the rotor-fuselage interaction are needed to understand the physics and as an aid to the designers.

In the preset study, three dimensional parallel Euler flow solvers have been developed for the simulation of unsteady rotor-fuselage interaction aerodynamics on both structured and unstructured grids using the ROBIN (ROTOR Body Interaction) configuration¹⁻³. Validations with experimental data are conducted by simulating the flows around the ROBIN fuselage. The merit/demerit of each grid system is discussed.

2. NUMERICAL METHOD

2.1 Numerical Method for Structured Grid

A three-dimensional numerical flow solver for the compressible Euler equation is used to analyze the detailed behavior of tip vortex.

For the calculation of blade grid, inviscid flux vectors are separated using Roe's flux difference splitting (FDS) algorithm⁴, with third-order accuracy using a TVD scheme. For the time integration, second-order Euler backward scheme is used in the conventional delta form. A diagonalized ADI method with an upwind flux-split technique is used in the linearized implicit part for the discretionary governing equations. A detailed derivation of the governing equation and numerical schemes is described in a previous work by Aoyama et al.⁵ The typical

dividing number along the azimuthal direction is about 4800 per revolution, which corresponds to the azimuthal angle about 0.075° . The unsteady calculation is impulsively started from 0° azimuth angle.

For the calculations over background grid, the flux difference across cell interface is divided also using a compact TVD scheme⁶ to get third order accuracy. MUSCL cell interface value is modified to achieve 4th-order high accuracy in the background Cartesian grid. Simple High-resolution Upwind Scheme (SHUS)⁷ is employed to obtain numerical flux. SHUS is one of the Advection Upstream Splitting Method (AUSM) type approximate Riemann solvers and has small numerical diffusion. The four stage Runge-Kutta method is used for the present calculation. The free stream condition is applied for the outer boundary of the outer background grid.

Calculations are performed using Central Numerical Simulation System (CeNSS), the main part of the third-generation numerical simulator of JAXA. It is composed of high performance UNIX servers, FUJITSU PRIMEPOWERS, which are connected by a crossbar network. CeNSS has 9TFLOPS peak performance, 3TB memory, 50TB disk storage, and 600TB tape archive.

2.2 Numerical Method for Unstructured Grid

The governing unsteady Euler equations are discretized by using a finite-volume method on the inertial coordinate system. The inviscid flux across each cell face is computed based on the Roe's flux difference splitting formula⁴. To obtain second-order spatial accuracy, estimation of the state variables at each cell face is achieved by interpolating the solution using the Taylor series expansion in the neighborhood of each cell center. The cell-averaged solution gradient required at the cell center for the above expansion is computed from the Gauss' theorem by evaluating the surface integral for the closed surface of the tetrahedron. The expansion also requires the nodal value of the solution, which can be computed from the surrounding cell center data using a second-order accurate pseudo-Laplacian averaging procedure.

An implicit time integration algorithm based on a linearized second-order Euler backward difference is used to advance the solution in time. Initially, a steady-state solution is obtained for a fixed rotor position based on local time stepping. Then the time-accurate calculation is performed using the converged steady-state solution as the

initial condition. Dual-time stepping is also adopted to improve the solution accuracy if necessary. The linear system of equations is solved at each time step using a point Gauss-Seidel method.

At the far-field boundary, the pressure is fixed to the free stream value and other flow variables are extrapolated from the interior. The far-field boundary is located seven radii away from the rotor.

For the effective treatment of the complicated flow field involving the relative motion between the blades and the fuselage, the computational domain is decomposed into two zones. The upper zone contains the rotor blades and rotates with them. The stationary lower zone covers the rest of the flow field including the fuselage and the far wake of the rotor. The computational grid of each zone is constructed independently, and a sliding grid algorithm is applied to the boundary between the two zones such that the flow variables convect across the boundary in a conservative manner^{8,9}. The flux at each boundary face is calculated by using the information about the overlapping area between the upper and lower sliding boundary faces. The second-order spatial accuracy of the flux discretization is maintained across the sliding boundary by introducing ghost cells attached to the sliding boundary faces inside the opposite flow zone.

To reduce the numerical dissipation and to enhance the tip-vortex preservation, solution-adaptive grid refinement can be used. A ‘quasi-unsteady’ grid adaptation technique is adopted to maintain a proper grid resolution, while avoiding excessive computational time required for the dynamic grid adaptation applied in a fully unsteady manner.

The unsteady flow for unstructured grid is calculated by advancing the rotor by 0.5 degrees at each time step. The calculation is made using 28 and 8 processors for the upper and lower zones, respectively, and it takes approximately six hours of elapsed CPU time for one rotor revolution on the refined grid. Dual-time stepping is not adopted in the present calculation.

All calculations are performed on a Linux-based PC cluster having 2.4Ghz Pentium IV CPUs.

2.3 ROTOR TRIM

In order to attain the calculated thrust to a desired level and to eliminate the rotor aerodynamic moment, a rotor trim procedure is enforced for rotors in forward flight for unstructured grid calculations. The thrust and moment coefficients can be expressed as a function of the collective angle, θ_0 and cyclic pitch angles, θ_{1c}, θ_{1s} as shown in the following equation.

$$\theta = \theta_0 - \theta_{1c} \cos \psi - \theta_{1s} \sin \psi$$

Then the equilibrium state is obtained by correcting the trim angles iteratively using the Newton-Raphson method^{8,10}. In this process, the correction angles of the control settings are estimated by evaluating the sensitivities which are the derivatives of the thrust and the pitching and rolling moments with respect to the control angles. Each trim cycle consists of seven revolutions of the rotor, three for calculating the sensitivities and the rest for the solution iteration. This trim procedure is computationally very expensive since it requires several cycles for a converged solution. Initially, the rotor trim iteration is performed on the coarse grid. Once the trim cycle is converged, the grid adaptation is applied to the coarse grid, and then the rotor trim procedure is continued to obtain the final trim solution on the refined grid.

For structured grid calculation, a trim data is given as an input data, and these trim conditions are shown in Table 1.

Table 1: Trim conditions of ROBIN model used for calculations

Trim Conditions		KAIST	JAXA
Advanced ratio		0.23	
Tip Mach number		0.5298	
Thrust coefficient, C_T		0.006484	0.006549
Pitch angle at 70% of rotor span (θ)	Collective angle	6.6	6.47
	Cyclic (longitudinal)	-3.61	-2.08
	Cyclic (lateral)	1.54	3.28
	Phase lag	0	0
Flapping angle	B0	0	
	BC	0	
	BS	0	
Rotor shaft angle		3	
Rotation of fuselage	Roll	0	
	Pitch	0	

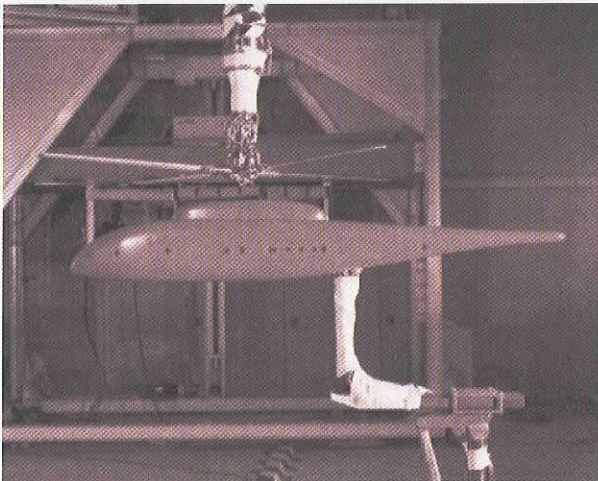
3. GRID GENERATION

3.1 ROBIN Configuration

The ROBIN configuration, which is tested at NASA Langley (Refs. 1-3), is consists of a four-bladed rotor and a generic fuselage. The blades are made of an NACA0012 airfoil section and have a rectangular planform shape with an aspect ratio of 12.98. The blades are linearly twisted by -8 degrees from root to tip and have a root cutout of 0.24R. The shaft is tilted forward by 3 degrees. Figure 1 shows photographs of the 2-meter ROBIN configuration installed in the 14-by 22-foot subsonic tunnel test section, which was used for the experiment of Ref. 3.



L97-03935



L97-03936

Figure 1: Photographs of the 2-meter ROBIN configuration installed in the 14- by 22-Foot Subsonic Tunnel test section³

Figure 2 and Table 2 show the sketch of the ROBIN configuration and coefficients to define the body shape of ROBIN configuration, which are used in the related equations.

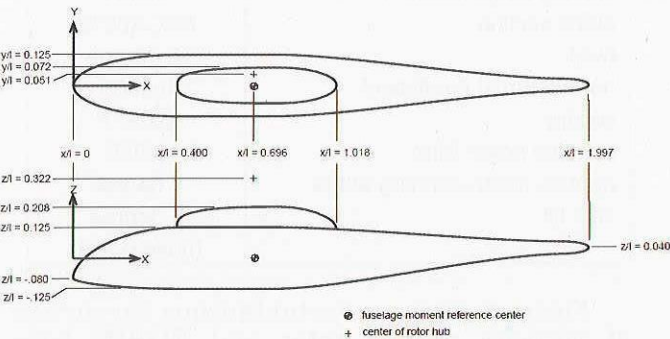


Figure 2: Sketch of the ROBIN configuration

Table 2: Coefficients to define body shape of ROBIN configuration and related equations¹

Coefficients to Define Body Shape								
Func-tion	0.0 < x/l < 0.4							
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
H	1.0	-1.0	-.4	.4	1.8	0.0	.25	1.8
W	1.0	-1.0	-.4	.4	2.0	0.0	.25	2.0
Z ₀	1.0	-1.0	-.4	.4	1.8	-.08	.08	1.8
N	2.0	3.0	0.0	.4	1.0	0.0	1.0	1.0
	0.4 < x/l < 0.8							
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
H	.25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
W	.25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Z ₀	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N	5.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

$$\begin{bmatrix} H(x/l) \\ W(x/l) \\ Z_0(x/l) \\ N(x/l) \end{bmatrix} = C_6 + C_7 \left(C_1 + C_2 \left(\frac{x/l + C_3}{C_4} \right)^{C_5} \right)^{1/C_8}$$
$$r = \left(\frac{\left(\frac{HW}{2} \right)^N}{\left(\frac{H}{2} \sin \varphi \right)^N + \left(\frac{W}{2} \cos \varphi \right)^N} \right)^{1/N} \quad \begin{matrix} y/l = r \sin \varphi \\ z/l = r \cos \varphi + Z_0 \end{matrix}$$

3.2 Surface & Background Grid Generation

For the structured grid, 131×100×30 nodes for ROBIN body and 129×101×30 nodes for blades are used. And the inner background grids is 290×230×80 and the outer background grids is 83×79×49 nodes.

For the unstructured grid, 3,247,740 and 1,030,250 cells are generated for the rotating and stationary zones respectively after two levels of grid adaptation. The sliding boundary plane is set at 1.66 chord lengths underneath the rotor disk plane.

Table 3: Grid number for structure grid

Grid	
Inner Background grid	(x×y×z) 450×400×80 = 14,400,000
Outer Background grid	(x×y×z) 83×79×49 = 321,293
Main-rotor grid	(chord×normal×span)×blade (127×30×131)×4 = 1,996,440
Fuselage grid	(chord×normal×span)×blade 131×30×126 = 495,180
Total	17,212,913 points
Spacing of inner background Grid	0.1c(=0.005R)

Table 4: Grid number for unstructure grid

	Initial grid	After two level grid adaptation
Rotating zone	646,452	3,247,740
Stationary zone	428,831	1,030,250

Table 3 and 4 show the specification of structured and unstructured grid used for calculation.

Figure 3 shows the computational surfaces on ROBIN surface for unstructured and structured grid respectively, and Figure 4(a)-(d) shows several computational grids of background grid on the rotor-fuselage configuration for each grid type. As explained in the previous section, the structured grid is a moving overlapped grid system as shown in Fig. 4(b). It is composed of main-rotor blade grids, tail-rotor blade grids, fuselage grid, inner background grid, and outer background grid. For unstructured grid, the computational domain is decomposed into two zones, the upper rotating zone with rotor blades and the lower stationary zone with the fuselage.

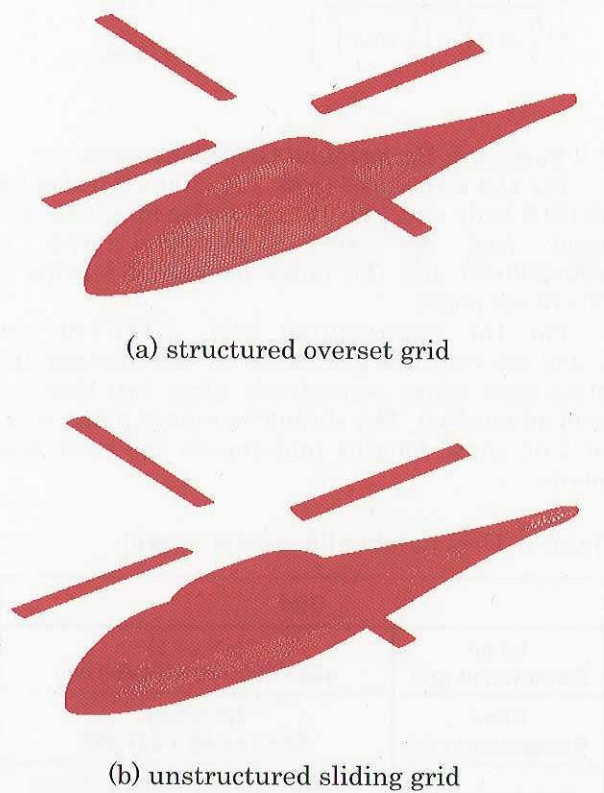
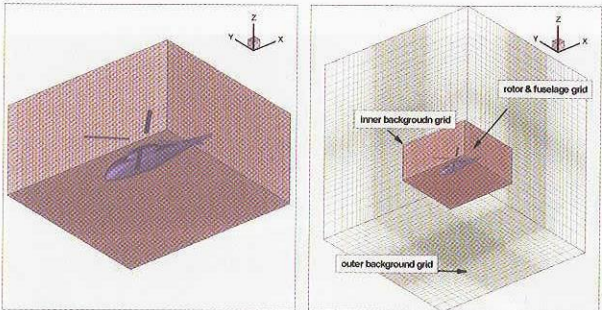
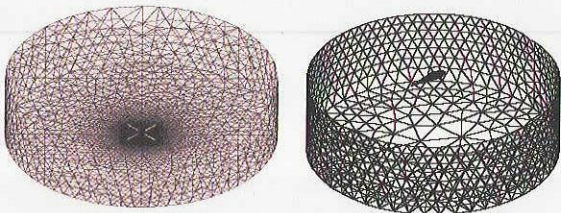


Fig.3: Computational surfaces for the ROBIN configuration



(a) rotor/fuselage grids (b) whole overlapped grid



(c) upper rotating zone (d) lower stationary zone

Fig.4 Computational grid for the rotor-fuselage configuration; structured overset grid (a, b) and unstructured sliding grid (c, d)

4. CALCULATION RESULTS

Among the various measurement cases reported from the experiment, the one with a blade tip Mach number of 0.52 and an advance ratio of 0.23 is chosen for validation. Table 5 shows the operating conditions and parameters used in the calculations.

Table 5: Operating conditions and parameters

Property	Value
blade planform	Rectangular
radius	0.8606 m
root chord	0.0660 m
tip chord	0.0660 m
number of blades	4
root cutout location	0.24R
flap/lag hinge location	0.06R
airfoil section	NACA0012
twist	-8 degree
normal thrust coefficient	0.0065
solidity	0.0977
nominal hover M _{tip}	0.055
approx. mean coning anlg	1 degree
shift tilt	3 degree
	(nose down)

Figure 5 shows an instantaneous iso-surface of vorticity around rotor and ROBIN body configuration using structured grid. Tip-vortices generated from 4 blades are well

demonstrated, and the ROBIN body is also well captured.

In Fig. 6, the predicted unsteady pressure variations of both structured and unstructured grids are compared with the experiment at four selected fuselage surface points. Along the top line of the fuselage, the peak-to-peak magnitude of the variation and the phase are well predicted, even though the predicted result is slightly higher than the experiment at the point ahead of the pylon. At the side surface of the fuselage, the magnitude of the predicted pressure is consistently higher than the experiment. A similar result is also obtained at the retreating side. Both CFD codes of JAXA and KAIST show good agreement with experimental data.

In Fig. 7, the instantaneous vorticity contours at the fuselage symmetric plane are presented for four azimuth angles of the blade for comparison. The figures demonstrate the generation and the migration of the tip vortex for several revolutions. At this relatively high advance ratio, the direct impingement of the tip vortex on the fuselage is not observed, even though the downwash and the pressure on the fuselage are strongly affected by the blade passage as confirmed in the previous figures. Even both results show good agreement in the trace of tip vortex, results of structured grid show more distinct tip vortex in vortex capturing ability. One of the reasons comes from the usage of finer grid and higher-order scheme in the wake-capturing region by using overlapped grid.

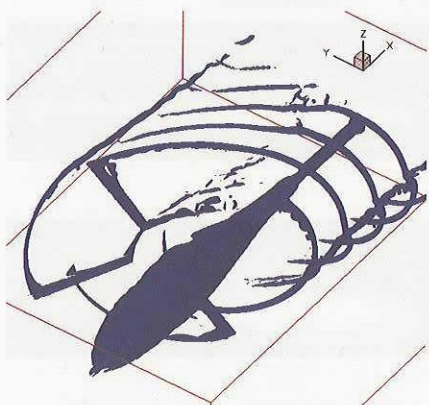


Figure 5: Instantaneous iso-surface of vorticity around rotor and ROBIN configuration

5. SUMMARIES AND CONCLUSIONS

Three dimensional parallel Euler flow solvers have been developed for the simulation of unsteady rotor-fuselage interaction aerodynamics on both structured and unstructured grids using the ROBIN (ROtor Body Interaction) configuration.

- (1) Both CFD codes of JAXA and KAIST show good agreement with experimental data.
- (2) Results of JAXA show excellence in vortex

capturing ability, but need to use better trim condition for better agreement with experimental data.

- (3) Results of KAIST show excellence in speedy trim calculation, but need to increase solution accuracy for better tip vortex capturing.
- (4) During cooperative research work, each institute can clearly understand the weak point of each CFD code to make up for the better results.

6. REFERENCES

- ¹ Raymond, E.M., and Gorton, S.A., "Steady and Periodic Pressure Measurements on a Generic Helicopter Fuselage Model in the Presence of a Rotor," NASA TM 2000-210286, 2000.
- ² Elliot, J.W., Altoff, S.L., and Sailey, R.H., "Inflow Measurement Made with a Laser Velocimeter on a Helicopter Model in Forward Flight, Volume II, Rectangular Planform Blades at an Advance Ratio of 0.23," NASA TM 100542, 1988.
- ³ Boyd, Jr., D.D., Barnwell, R.W., and Gorton, S.A., "A Computational Model for Rotor-Fuselage Interactional Aerodynamics," AIAA Paper 2000-0256, 2000.
- ⁴ Roe, P. L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes," Journal of Computational Physics, Vol. 43, (2), pp. 357-372, 1981.
- ⁵ Aoyama, T., Kawachi, K., Saito, S., "Unsteady Calculation for Flow-field of Helicopter Rotor with Various Tip Shapes," 18th European Rotorcraft Forum, Paper No.B03, Avignon, France, September, 1992.
- ⁶ Yamamoto, S. and Daiguji, H., Higher-Order-Accurate Upwind Schemes for Solving the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations, J. of Computers & Fluids, 22, pp.259-270, 1993.
- ⁷ Shima, E. and Jounouchi, T., Role of CFD in Aeronautical Engineering (No.14) - AUSM type Upwind Schemes -, NAL SP-34, pp.7-12, 1999.
- ⁸ Park, Y. M., and Kwon, O. J., "Simulation of Unsteady Rotor Flow Fields Using Unstructured Sliding Meshes," Journal of the American Helicopter Society, Vol. 49, (4), pp.391-400, 2004.
- ⁹ Thomas, P. D., and Lombard, C. K., "Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids," AIAA Journal, Vol. 17, (10), pp.1030-1037, 1979.
- ¹⁰ Yang, Z., Sankar, L. N., Smith, M., and Bauchau, O., "Recent Improvement to a Hybrid Method for Rotors in Forward Flight," AIAA Paper 2000-0260, 2000.

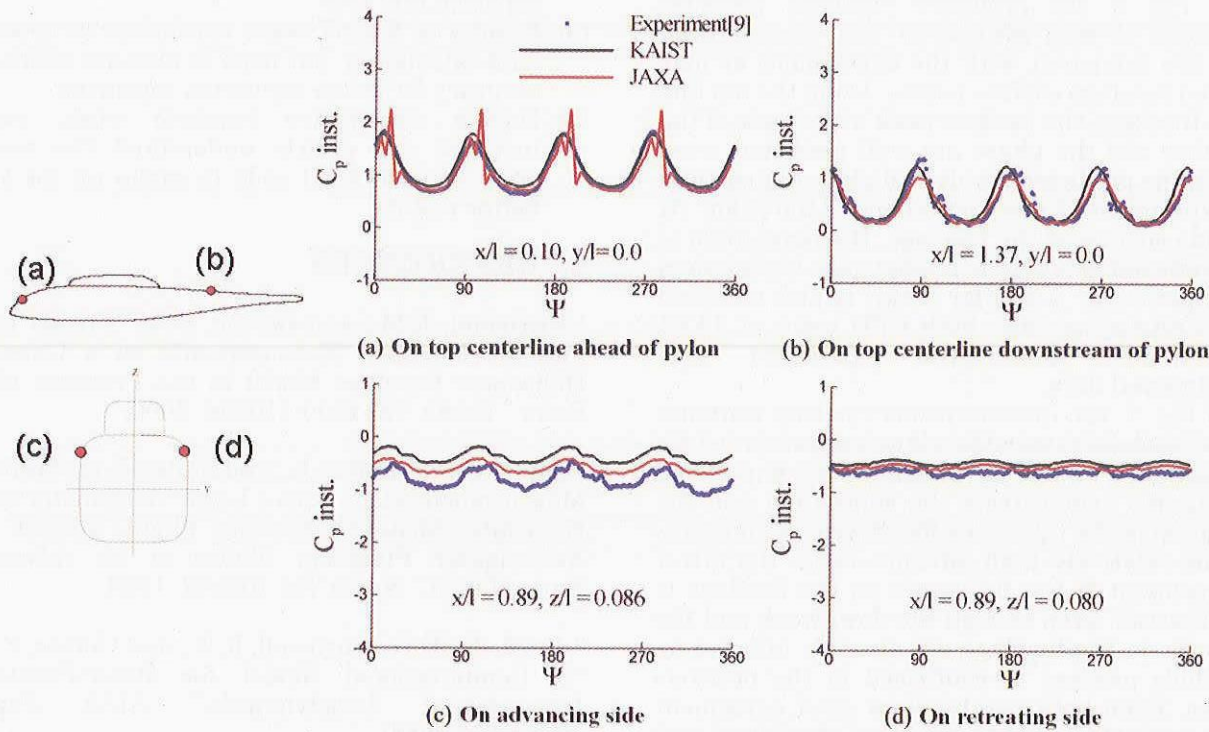


Figure 6: Comparison of predicted unsteady pressure variations at four selected fuselage surface points

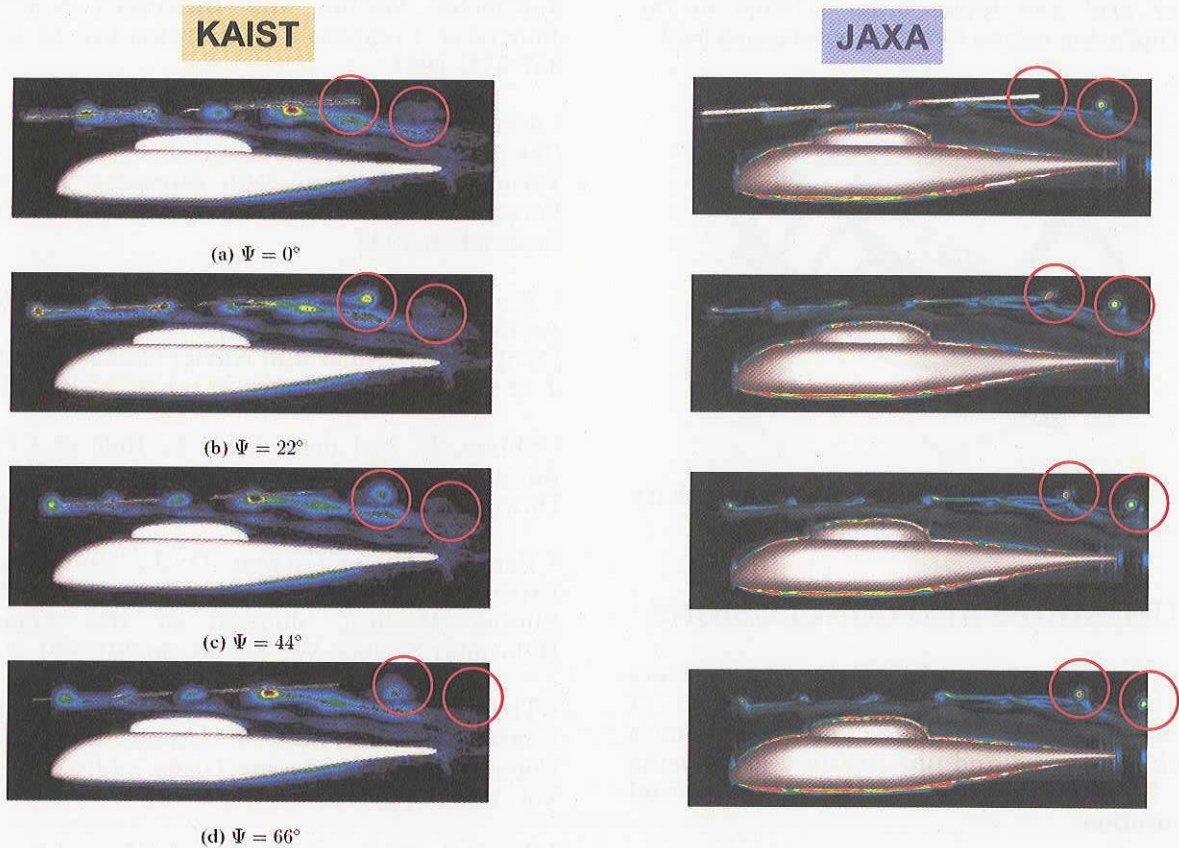


Figure 7: Comparison of instantaneous vorticity contours at the fuselage symmetric plane

高精度マルチブロック計算のための一般化インターフェイス条件

住隆博, 黒滝卓司

宇宙航空研究開発機構/総合技術研究本部

桧山淳

(株) 三向ソフトウェア開発

Generalized Interface Conditions for Accurate Multiblock Computation

by

Takahiro Sumi, Takuji Kurotaki and Jun Hiyama

ABSTRACT

In practical computations with structured grids around complex bodies, singular points can be frequently found where an abrupt grid change exists. These singularities pose troublesome problems when some high order and high resolution scheme is applied. An excellent theory has been proposed, which solve the above singular problem by decomposing a computational domain into two blocks along a line or a surface which contains the singular points and by imposing accurate characteristic-based interface conditions at the block interface. However, the original theory has limitations on the combination between the adjacent computational coordinate definitions, and these two coordinates have to be the same direction and the same coordinate index at the block interface. For more flexible coordinate arrangement, the original characteristic interface treatment is extended and generalized. Consequently, the coincidence of the computational coordinates in the adjacent blocks becomes unnecessary, and robust multi-block computations can be successfully realized. Numerical test analysis is performed for verification of the new theory, and excellent performance is confirmed.

1. はじめに

近年, コンパクトスキーム¹⁾に代表される高精度・高解像度差分法による構造格子を用いた数値計算が盛んに行われている。コンパクトスキームはテイラー展開に基づいて構築されているために, 計算格子や物理量の分布が滑らかな場において極めて正確な解を与える。しかしながら, これらのスキームを一般座標に適用した場合, 例えば計算格子の分布や傾きが不連続であるような特異点周りにおいて数値的な振動がしばしば観察される。この問題を解決するために Kim ら²⁾は, 特異点を含む格子線もしくは格子面においてそれらを左右二つのブロックに分離し, それぞれのブロック内で差分計算を完結させ, ブロック境界(インターフェイス)上で左右の特性波振幅ベクトルを繋ぎ合わせるインターフェイス条件を導き, 単点で接合可能な高精度マルチブロック計算を実現した。この方法はインターフェイスに垂直な方向に対して一次元的な取り扱いを行う他は何らのモデル化も必要とせず, Navier-Stokes 方程式より特性理論を用いて直接的に導かれる。原理的には対流項の固有値の符号に従って特性波振幅ベクトルを風上側から決定するという物理的考察に基づいている。

Kim らの理論は, インターフェイス上における特性量の時間発展の連続性に着目している。特性量は一般座標においてメトリクスを関数に持つために, 結果としてこの理論では左右ブロックのインターフェイス極限における計算座標定義の一致が必要となる。しかしながら, 実用的なマルチブロック計算において, この条件はロバストなブロック配置を実現する上での大きな制約となる。一般に, 隣接する二つのブロックにおいて, 計算座標の定義方向が相反する場合や, 異なる座標インデックスどうしの接合については, Kim らの理論の適用範囲外となる。最も身近な例として, 二次元翼周りの C 型格子後縁に見られるカットラインでは, 隣接する二領域の計算座標がカットライン極限で互いに逆方向となるために, Kim らの理論を直接適用することはできない。このように, 複雑な座標構成を想定する場合, 隣接するブロック間で座標系の定義が異なる場合の一般化されたインターフェイス条件を導出することは理論的な立場から見ても極めて興味深い。本報では従来理論を拡張することで, 任意の座標構成に対応できる一般化インターフェイス条件の導出を行う。さらに理論の検証と性能評価を目的として渦の対流問題による解析を実施する。

2. 一般化されたインターフェイス条件

Fig. 1 上は特異性を持つ計算格子の一例を示している。このような格子は傾きが急激に変化する点においてメトリクスの値が不連続となり, 高精度・高解像度差分法の適用における数値振動の要因となり得る。そこでこの問題を解決するために, Fig. 1 下に示すように特異線に沿って計算領域を左右の二つに分離し, それを単点で繋ぎ合わせるインターフェイス条件を考える。なお, 後の一般化により二つのブロックにおける計算座標は右手系であればどのように定義してもよい。ξ 方向に関して Navier-Stokes 方程式を以下のように書き表す。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial E}{\partial \xi} + \xi_y \frac{\partial F}{\partial \xi} + \xi_z \frac{\partial G}{\partial \xi} + C = 0 \quad (1)$$

ここで, 他方向の対流項およびすべての粘性項は生成項に含まれている。簡単のため(1)式は非保存系の表記をとっているが, 特に議論の一般性を失わない。次に, 保存変数, 原始変数, および特性変数から成るヤコビアン行列を定義する。

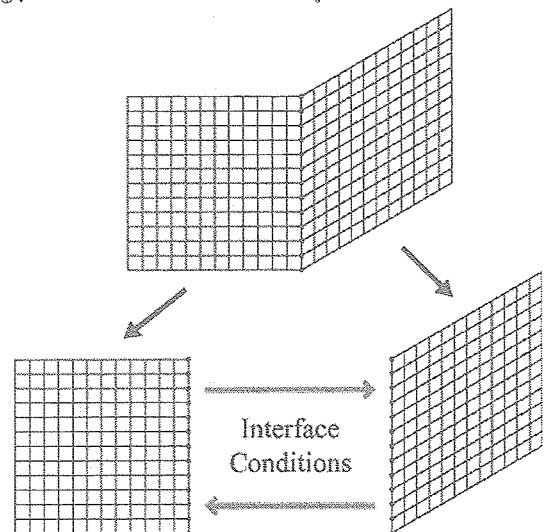


Fig. 1 A single domain with abrupt grid change (upper), and two decomposed domains with interface conditions (lower).

$$\mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial V}, \mathbf{S} = \frac{\partial V}{\partial W} \quad (2)$$

これらを用いて(1)式を次のように書き直す。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{P}\mathbf{S}\mathbf{L} + \mathbf{C} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \mathbf{S}\mathbf{L} + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{C} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \mathbf{L} + \mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{C} = 0 \quad (5)$$

これらの式はそれぞれ保存変数, 原始変数, および特性変数に対する特性輸送方程式であり, 式中の特性波振幅ベクトルは次式で表される。

$$\mathbf{L} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1} \left(\xi_x \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \xi_y \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi} + \xi_z \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \xi} \right) \quad (6)$$

Kim ら²⁾は隣接するブロックのインターフェイスにおける特性量の時間発展が等しいということに着目し, 次のインターフェイス条件式を導いた。

$$\frac{\partial W^u}{\partial t} = \frac{\partial W^d}{\partial t} \Leftrightarrow \mathbf{L}^u + \mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{C}^u = \mathbf{L}^d + \mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{C}^d \quad (7)$$

ここで, 添え字 u, d はそれぞれインターフェイスにおける上流側と下流側を示している。ところで, 同じ考え方を(3)式に適用した場合, 次の条件式を得る。

$$\frac{\partial \mathbf{U}^u}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{U}^d}{\partial t} \Leftrightarrow \mathbf{P}^u \mathbf{S}^u \mathbf{L}^u + \mathbf{C}^u = \mathbf{P}^d \mathbf{S}^d \mathbf{L}^d + \mathbf{C}^d \quad (8)$$

この式は一見するところ(7)式と等価に見えるが, 次の条件,

$$\mathbf{P}^u = \mathbf{P}^d, \mathbf{S}^u = \mathbf{S}^d \quad (9)$$

を満たすときにのみ(7)式に帰着する。一般に, ヤコビアン \mathbf{P} の要素は原始変数から成り, 第一式は両ブロックにおけるインターフェイス上の物理量が同一のときにのみ成立する。一方, ヤコビアン \mathbf{S} の要素は原始変数と正規化されたメトリクスを含み, 第二式は上記の条件に加えて両ブロックのインターフェイス極限における計算座標の定義が一致するときのみに成立する。すなわち, (7)式は(8)式の特別な場合となる。一般化インターフェイス条件を構築するにあたり, (8)式を次のように書き直す。

$$\mathbf{L}^u = (\mathbf{S}^{-1})^u [\mathbf{S}^d \mathbf{L}^d + \mathbf{P}^{-1}(\mathbf{C}^d - \mathbf{C}^u)] \quad (10)$$

$$\mathbf{L}^d = (\mathbf{S}^{-1})^d [\mathbf{S}^u \mathbf{L}^u + \mathbf{P}^{-1}(\mathbf{C}^u - \mathbf{C}^d)]$$

このうち, 未知量および既知量をそれぞれ次のベクトル,

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}(\mathbf{L}^u, \mathbf{L}^d), \mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{L}^u, \mathbf{L}^d) \quad (11)$$

にまとめると, 適当な係数行列 \mathbf{M}, \mathbf{N} に対して,

$$\mathbf{X} = \mathbf{M}\mathbf{X} + \mathbf{N}\mathbf{Y} + \mathbf{Z} \quad (12)$$

で表される連立方程式系が得られ, 解析的に解くことができる。最後に, 変更を受けた特性波振幅ベクトル \mathbf{L}^* と(6)式から次式のように,

$$\xi_x \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \xi_y \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi} + \xi_z \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \xi} = \mathbf{P}\mathbf{S}\mathbf{L}^* \quad (13)$$

対流項の修正が完了し, (1)式から計算領域内点と同様の手続により時間積分を行うことができる。

なお, 超音速条件に対しては全ての特性波振幅ベクトルが上流から下流へと同じ方向を向くため, 結果としてインターフェイスにおける全保存変数の下流側の値を上流側の値より従属的に決定する, すなわち,

$$\mathbf{U}^{d*} = \mathbf{U}^u \quad (14)$$

と等価となることが容易に確かめられる。

Table 1 Details of test cases in verification analysis.

Case No.	Equations	Interface	Grid
1	Euler	Original I.C.	A
2	Euler	Averaging	A
3	Euler	Overlap	A
4	Euler	Generalized I.C.	B
5	Navier-Stokes	Original I.C.	A
6	Navier-Stokes	Generalized I.C.	B

3. 数値計算法

支配方程式には非定常 3 次元 Navier-Stokes 方程式もしくは非定常 3 次元 Euler 方程式を用い, 構造格子により有限差分的に離散化を行う。対流項と粘性項の差分には 6 次精度 Pade 型コンパクト差分スキームを用いる。時間積分は低容量型の 4 次精度 Runge-Kutta スキームにより陽的に行う。さらに, Gaitonde ら³⁾によって提案されている 6 次精度 Pade 型のコンパクトフィルタリングスキームを用いて高周波の数値振動の除去を行っている。

4. 結果および考察

インターフェイス条件の検証と性能評価を行うために, インターフェイスを通過する渦の対流問題を解く。一樣流中の渦は初期状態において以下で与えられる⁴⁾。

$$u = 1 - \frac{C(y - y_c)^2}{R^2} \exp(-r^2/2), v = \frac{C(x - x_c)^2}{R^2} \exp(-r^2/2),$$

$$p_\infty - p = \frac{\rho C^2}{2R^2} \exp(-r^2), r^2 = \frac{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}{R^2}$$

ここで, C は渦の強さを決めるパラメータ, および R は渦の特性半径であり, それぞれ 0.167, 0.2 としている。渦の最大旋回速度は一樣流の約 50 % であり, 流れ場の全領域において亜音速となる。なお, 一樣流の温度, マッハ数, およびレイノルズ数はそれぞれ 300 K, 0.3, 10,000 である。

解析には Fig. 2 に示す二種類の計算格子を用いる。両者は隣接するブロックにおける計算座標の定義が異なる以外は, 全く同じ形状を持っている。すなわち, グリッド A では計算座標がインターフェイスを挟んで順方向に接続されており, グリッド B では逆方向に接続されている。隣接するブロックの両軸間の成す角はグリッド A では 30 deg, およびグリッド B では 150 deg である。格子間隔はいずれの方向にも 1/60 であり, 1 ブロックあたりの格子点数は 121*241 である。

渦は x 軸に沿ってブロック U からブロック D へインターフェイスを横切って移動する。最初に渦の中心は時刻 $t=0$ において $x=-1$ に位置し, 続いて時刻 $t=1$ においてインターフェイスを通過し, 最後に時刻 $t=2$ において $x=1$ 付近に到達する。計算におけるクーラン数は 0.8 であり, 全体で約 740 ステップを必要とする。

Table 1 に解析に用いるケースの詳細を示す。Case 1 から Case 4 までは, Euler 方程式を用いてさまざまなインターフェイスの取り扱いをテストする。Case 1 は Kim らによって提案されたオリジナルのインターフェイス条件²⁾, Case 2 はインターフェイスの隣接 2 点による平均化操作, Case 3 は 5 点の領域重ね合わせ³⁾, および Case 4 は今回新たに導出した一般化インターフェイス条件である。Case 5 と Case 6 の解析では Navier-Stokes 方程式への拡張をテストし, それぞれオリジナルのインターフェイス条件, および一般化インターフェイス条件を用いる。なお, 一般化インターフェイス条件の Case 4 と Case 6 のみグリッド B を意図的に適用する。

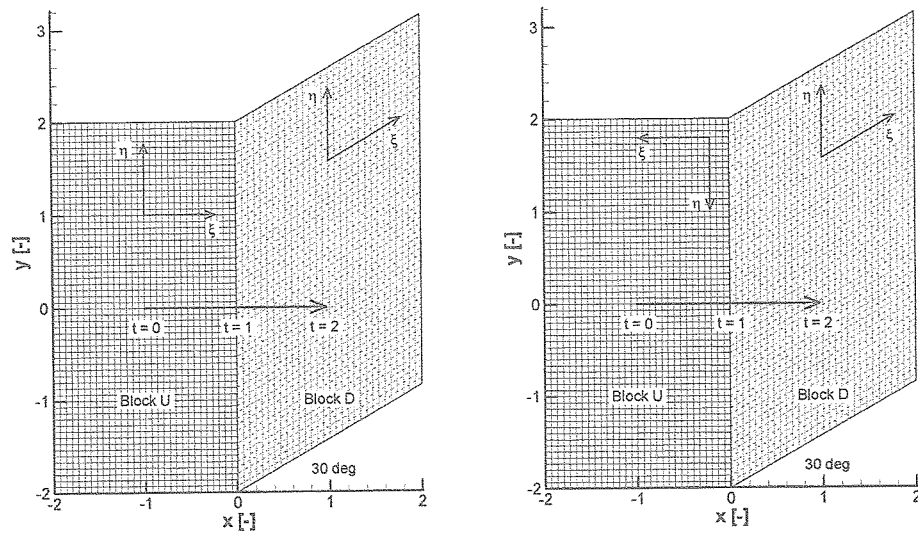
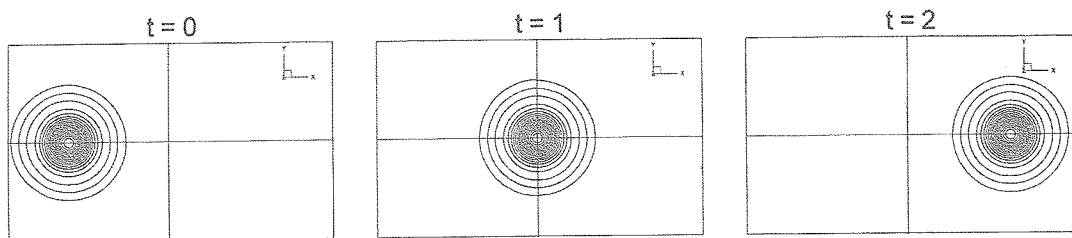
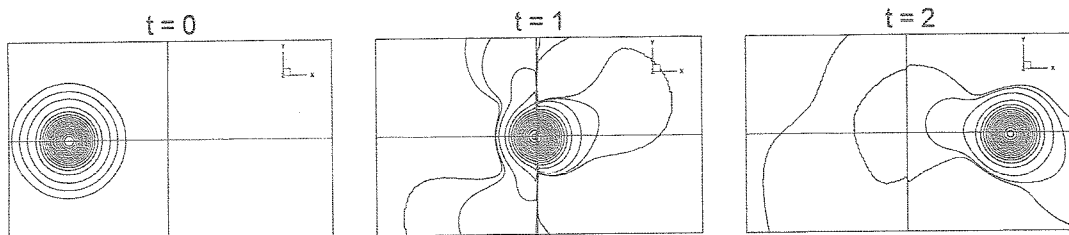


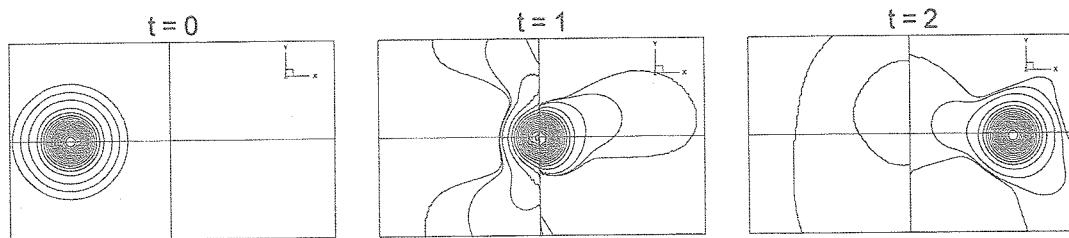
Fig. 2 Computational grid systems and coordinate definitions used in test analysis, grid A (left) and grid B (right).



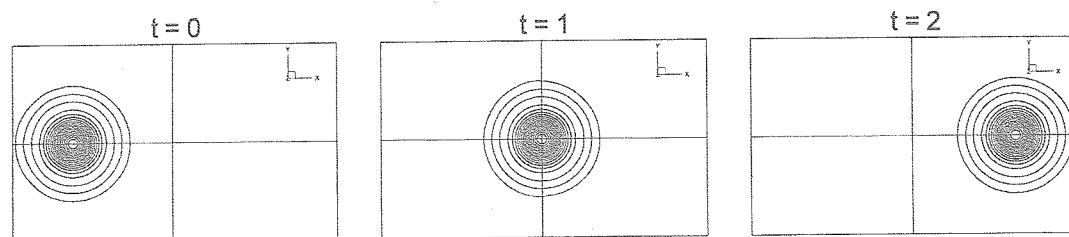
a) Original I.C. (case 1).



b) Averaging procedure (case 2).



c) 5-point overlap treatment (case 3).



d) Generalized I.C. (case 4).

Fig. 3 Pressure distributions at three instants (Euler eqs.).

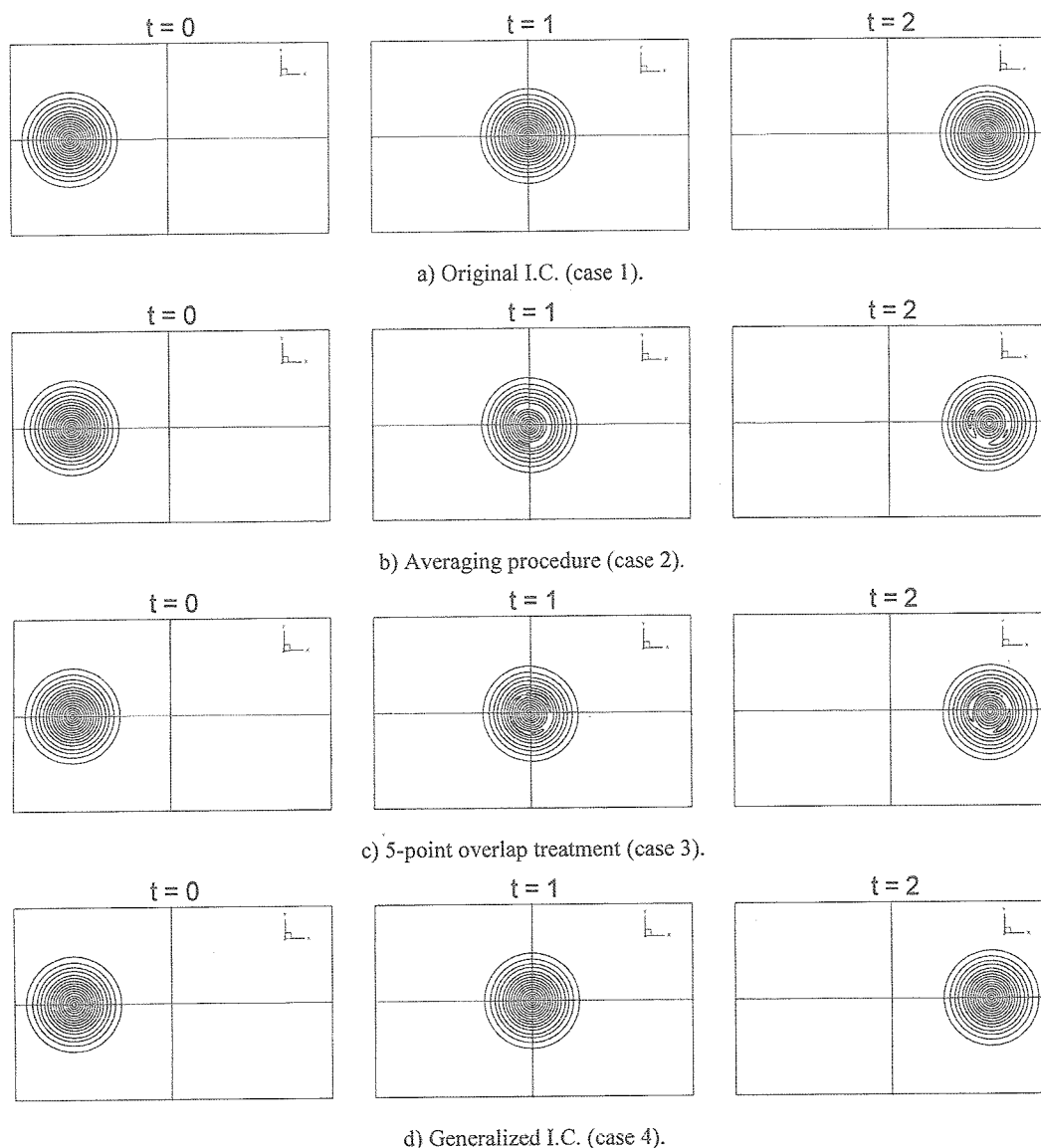


Fig. 4 Swirl velocity distributions at three instants (Euler eqs.).

Fig. 3 および Fig. 4 に Euler 方程式による四つのケースの圧力分布と旋回速度分布を示す。ここで、水平中心軸は渦中心が沿いながら移動する x 軸を示しており、一方、垂直中心軸はブロック U とブロック D の境界であるインターフェイスを示している。特性理論によるインターフェイス条件を用いた Case 1 では、渦は一樣流中をスムーズに移動し、初期状態から最終状態に至るまで完全な形状を保っている。一方、平均化操作を用いた Case 2 ではインターフェイス通過時に非物理的な数値振動が発生し、計算領域内部までその影響が伝播している様子が分かる。重ね合わせ法を用いた Case 3 でも数値振動がインターフェイス通過時に発生しており、Case 2 と同様の現象が観察される。特に、これら振動の生じる二つのケースでは、インターフェイス通過後に解はある程度復元するものの、渦の形状は歪みさらに渦中心が水平軸からずれているのが確認でき、渦の保存が完全には成立していないことが分かる。ところが、一般化インターフェイス条件を用いた Case 4 では、インターフェイス通過時に数値的な振動は確認されず、渦は完全に形状を保ちつつ対流し、Case 1 と同等の結果が得られている。これらの様子をより詳細に見るために、Fig. 5 にそれぞれの時

刻における水平中心軸上での圧力と旋回速度の断面分布を示す。特性理論に基づくインターフェイス条件を用いた Case 1 と Case 4 では、いずれの時刻においても分布形状は変化せず、渦が完全に保存されている様子が分かる。一方で、特性理論的な取り扱いを行っていない Case 2 と Case 3 では、インターフェイス通過時における解の著しい振動が確認できる。ところで、Fig. 3 と Fig. 4 の比較、もしくは Fig. 5 の観察から、インターフェイスの取り扱いの影響は速度場よりも圧力場に如実に現れていることが分かる。このことは音響解析など圧力場に対して特に関心を払う計算に対してマルチブロック計算を適用する際には、インターフェイスの取り扱いに十分に注意を払う必要があることを示している。

Fig. 6 と Fig. 7 は Navier-Stokes 方程式に特性理論に基づくインターフェイス条件を適用したケースであり、それぞれ圧力分布と旋回速度分布を示している。ここでは Kim らによるオリジナルのインターフェイス条件と、今回導出した一般化インターフェイス条件の二つのケースの比較を行う。いずれも Euler 方程式の場合と同様に、渦はインターフェイス通過の際に数値的な反射を起こさず、スムーズに移動

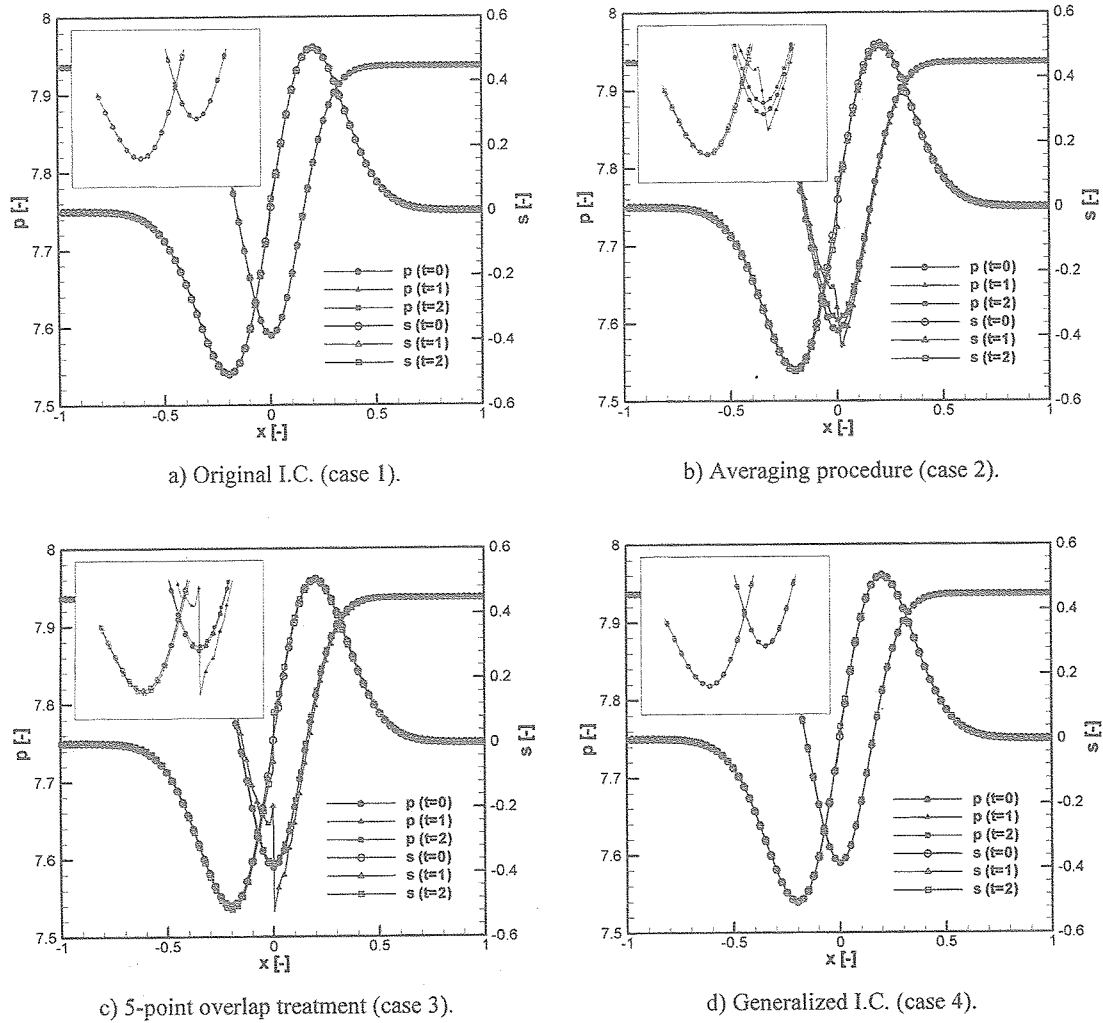


Fig. 5 Pressure and swirl velocity distributions along horizontal centerline (Euler eqs.).

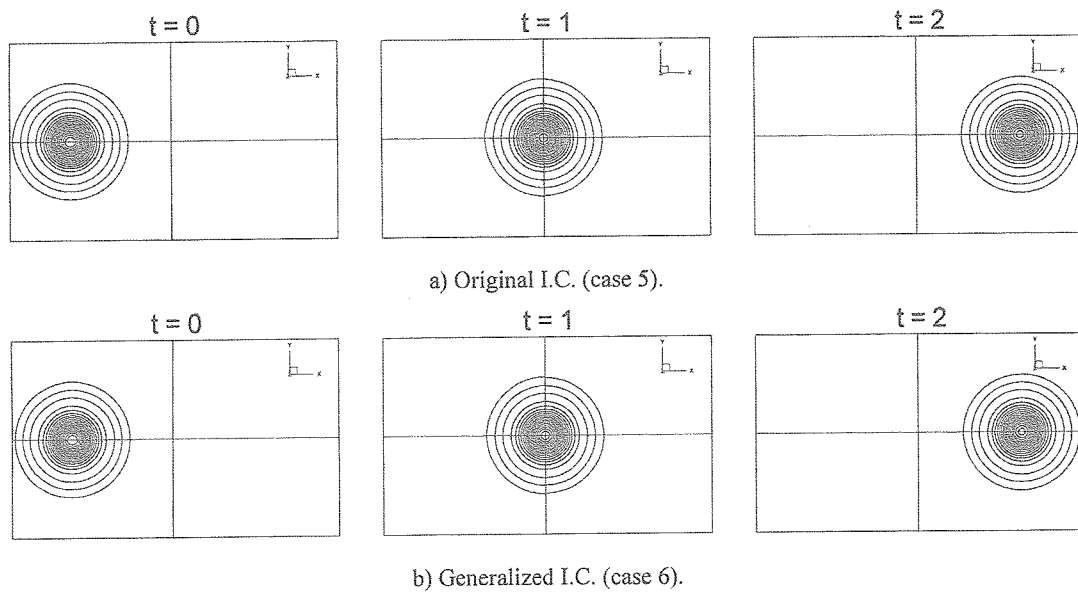


Fig. 6 Pressure distributions at three instants (Navier-Stokes eqs.).

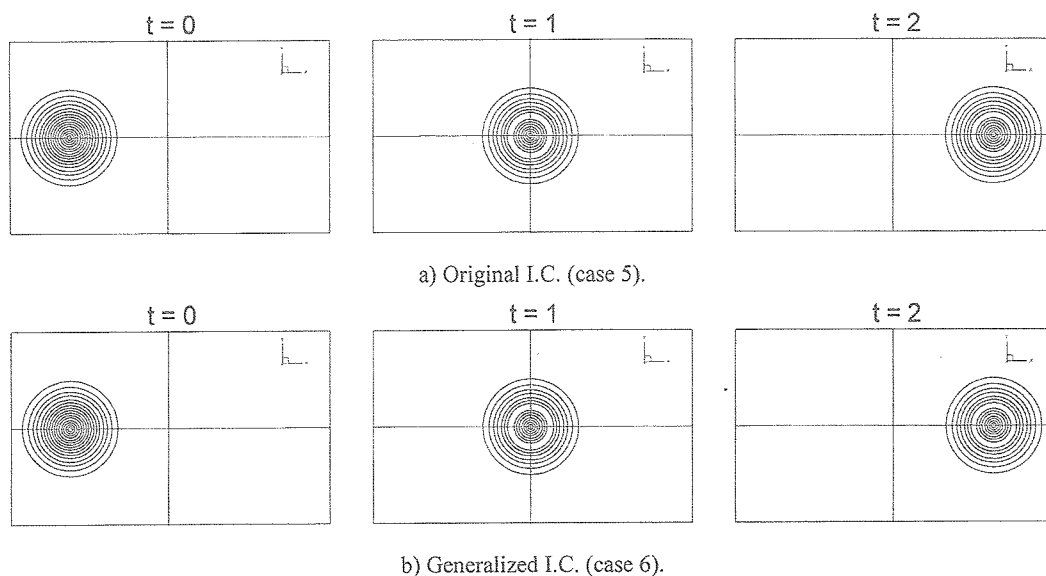


Fig. 7 Swirl velocity distributions at three instants (Navier-Stokes eqs.).

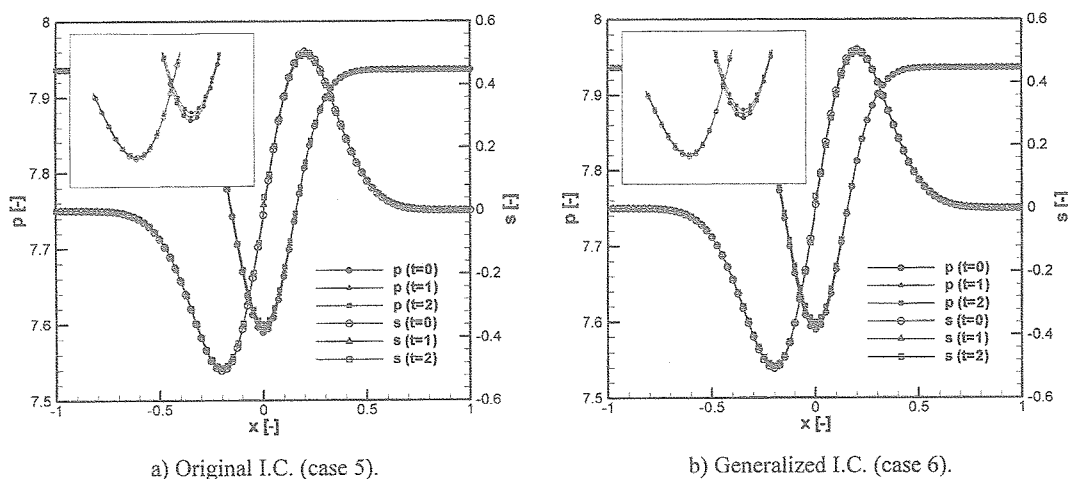


Fig. 8 Pressure and swirl velocity distributions along horizontal centerline (Navier-Stokes eqs.).

している。このことは、インターフェイス条件が Euler 方程式同様 Navier-Stokes 方程式においてもうまく機能していることを示している。次に、Fig. 8 に水平中心軸上での圧力分布と旋回速度分布を示す。詳細に見ると、圧力と旋回速度の両ピークが時間の経過とともに、若干ながら減衰している様子が確認できる。この傾向は Euler 方程式の場合では観察されないため、純粋に Navier-Stokes 方程式の分子粘性によってもたらされた減衰と考えられる。さらに、Case 5 と Case 6 の分布形状に差異はほとんど確認されず、このことは、従来理論の一般化が成功裏に実現していることを示している。

5. 結論

高精度・高解像度差分法をマルチブロック計算に適用する際に重要となる特性理論に基づくインターフェイス条件について従来理論の一般化を行った。これにより、隣接するブロックのインターフェイス極限における計算座標定義の一致が不要になり、自由な座標構成でのブロック接合が可能になった。渦の対流問題に対して一般理論の性能評価を行い、従来理論と比較して同等の結果を得た。

参考文献

- 1) S. Lele, Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution, J. Comput. Phys. 103 (1992) 16-42.
- 2) J. Kim and D. Lee, Characteristic Interface Conditions for Multiblock High-Order Computation on Singular Structured Grid, AIAA J. 41 (2003) 2341-2348.
- 3) D. Gaitonde and M. Visbal, Pade-Type Higher-Order Boundary Filters for Navier-Stokes Equations, AIAA J. 38 (2000) 2103-2112.
- 4) M. Visbal and D. Gaitonde, On the Use of Higher-Order Finite-Difference Schemes on Curvilinear and Deforming Meshes, J. Comput. Phys. 181 (2002) 155-185.
- 5) C. Hirsch, Numerical Computation of Internal and External Flows, volume 2, John Wiley & Sons (1990).

Robustness Study on Automatic Hexahedra Grid Generation

by
Paulus R. Lahur
Japan Aerospace Exploration Agency

ABSTRACT

This paper discusses the robustness aspects of an automatic hexahedra grid generation method. The method is capable of automatically generating hexahedra grid around solid surface comprising overlapping components, offering a significant benefit in design environment, because the geometry of individual component and their relative positions can be readily modified. The method is based on Cartesian grid method, which is well known for its efficiency and speed in filling a computational domain. The cells near solid surface are hexahedral cells of general shape, which includes degenerate forms. The cells are generated from the interior of computational domain toward the solid surface, resulting in tolerance to surface defects such as small gap and overlap, which are not uncommon. The robustness issues and their solution at each step of the method are discussed in this paper. In particular, the most difficult issue: capturing sharp concave features, has been successfully addressed. The method has been applied to a number of geometries, including a model of DLR F6 with engine and pylon.

1. Introduction

For treatment of complicated geometry, there are mainly three major types of grid, known by their popular names as: (1) "structured grid," (2) "unstructured grid," and (3) "Cartesian grid." The "structured grid" popularly known today is actually a hybrid approach between structured and unstructured grid. The grid consists of a number of blocks. An example can be found in Ref. [1]. Within the block, the grid is structured, whereas between the blocks the relationship is unstructured. The blocks either fit each other on the boundaries, or overlap each other. Although in the hands of an expert this type of grid can produce accurate solution, it takes a considerable amount of manual effort and time to generate. It is not uncommon for such grid generation to take months, making it impractical for many design purposes.

The "unstructured grid" addresses the difficulties faced by structured grid [2-4]. Its generation is automatic and fast. Although in principle unstructured grid may consist of any cell shape, the most popularly employed shape is tetrahedron. This shape, which is the simplest of all polyhedra, along with its unstructured nature, is responsible for its advantages. However, it is also this shape that puts limit on its solution accuracy.

The method outlined here belongs to the third type: "Cartesian grid" [5-13]. Its generation is fast and automatic. Furthermore, it has a preferred shape in terms of solution accuracy. The issue to consider with this type of grid is how to treat the solid surface properly. Because a method that can generate grid for inviscid and viscous flows is desirable in this study, a hybrid with prismatic grid has to be considered. There are basically two options in generating such hybrid (Fig. 1):

1) Hybrid with cutcell approach, where prismatic grid is generated first on the solid surface (Boundary to Interior approach) [6-8].

2) All-hexahedra grid, where the prismatic grid is generated toward solid surface (Interior to Boundary approach) [9-13].

The present research follows the second approach because, unlike the first method, it does not require high quality surface grid. A solid surface does not have to be water-tight, thus gaps between surface elements and element overlaps are allowed (Fig. 2). Recently the present method has been extended to direct treatment of solid surface consisting of components [13]. This is highly advantageous in design environment.

The grid generation method is outlined below, describing topics such as how to overcome the problem of capturing sharp concave feature, a common problem to all Interface to Boundary approach. Discussion on robustness is given, with special attention given to the most problematic issues. Test cases that include DLR F6 with engine nacelle and pylon are presented as well.

2. Grid Generation Method

This method can generate computational grid around a solid surface consisting of a set of triangular elements. Compared to other methods, the requirement imposed on the solid surface is not strict. Water-tight surface is not required, so gap between elements is allowed, provided that its size is small in comparison to local size of grid cells. The elements may overlap and intersect each other. Furthermore, there is no strict requirement on the size of elements, although it is desirable that they are sufficiently small so as not to degrade solution accuracy significantly. An important requirement is that the normal vectors of all solid elements must point outward.

The method consists of the following steps, as described in [13]:

- (1) Cartesian grid generation
- (2) Removal of cells and construction of "quad surface"
- (3) Construction of layer of cells
- (4) Construction and capturing of solid features
- (5) Quality improvement

Brief description and discussion on robustness for each step is given below, along with a sample of intersecting spheres (Fig. 3). Note that the robustness of the method as a whole is determined by the least robust step. It is therefore very important to address robustness issue at each step.

2.1. Cartesian Grid Generation

This step starts with one Cartesian cell that covers the whole computational domain. Refinement is applied on the cell and repeated on the resulting smaller cells until a targeted grid resolution is achieved. The refinement is carried out by dividing a cell into two in each Cartesian axial direction, resulting in a total of eight child cells of equal size and shape (isotropic division). As in all grid generation methods, the grid resolution is made higher around the solid surface, and even higher if the surface is curved.

This step is very robust. It relies on a well known octree data structure, which also allows for a very efficient grid generation. In fact, this is the reason that makes Cartesian grid especially attractive. Extensive discussion can be found in [5].

2.2. Removal of Cells and Construction of "Quad Surface"

Cells around solid surface are removed to make room for the construction of hexahedral cells in the next step (See Section 2.3). Faces of the remaining cells around solid surface form a surface termed "quad surface," because almost all of these faces are of quadrilateral shape. The rest of faces are not quadrilateral, because they contain hanging nodes that occur when the size of a cell differs to its neighbor, a typical characteristic of methods based on Cartesian grid.

The quad surface is in fact a geometric approximation of the wetted surface of the solid body, albeit a crude one, due to its

staircase-like appearance and its “inflated” geometry. The surface is then smoothed to ease the next task (Section 2.3).

This step is also robust. The potential pitfall is failure to form a valid quad surface. Note that a valid surface is defined here as one that does not self-intersect, even if the intersection is merely on a single point. Self-intersecting surface will result if cells are removed in such a way that *the only way to travel from one cell to its neighbor is through an edge or a point*. See Fig. 4. In this implementation, during cell removal, check for such case is performed. When found, the offending cells are removed.

Another possible problem is due to a gap on solid surface that is bigger than local grid cells. The algorithm mistakenly assumes that the gap is indeed a valid hole on the solid surface, resulting in failure to remove cells *inside* the solid body. The gap has to be closed or at least made smaller before a proper grid generation. The result of this step is shown in Figs. 5 and 6.

2.3. Construction of Layer of Cells

In this step, first a new quad surface is constructed. Initially it is just a copy of the quad surface from the previous step. Connecting the two surfaces is a layer of cells. The new surface is then snapped onto the solid surface. Note that a snap is defined as moving an object to the closest target object. In this case, nodes on the new surface are moved to the closest position on solid surface. As the result, all nodes of the projected quad surface now lie exactly on the wetted solid surface. See Fig. 7.

This step is very robust, because the algorithm works even when the solid surface contains gap and faces that overlap and intersect each other. One pitfall is when a gap is too big in comparison to local grid cell size, resulting in snapping into the inside of solid body. However, if such gap does exist, it already causes problem in the previous step.

2.4. Construction and Capturing of Solid Features

The snapping procedure in the previous step captures the solid surface very well, except in the region where the surface is highly concave. The very nature of the algorithm prohibits snapping onto concave features. In this step, such deficiency is corrected. More attention is given to the discussion for this step, because it is the most problematic in terms of robustness. The source of the difficulty is the complexity of solid surface, which usually has numerous features. The problem is made worse by the existence of gap and element intersection.

There are two independent tasks in this step: (1) to construct solid features and (2) to capture the features. The first step is not difficult to implement, because the procedure boils down to simple operations involving a pair of triangles. Features are formed by intersection between components of solid surface, as well as by sudden change in angular orientation of the surface. See Fig. 8.

Depending on the complexity of the geometry, the features may form a simple line, or they may form a complicated arrangement. It is found that the key to successful feature capturing is to capture only valid concave features. A concave feature is either within a component, or the result of intersection between components. Thus these other features are ignored:

- (1) Convex feature, because the snapping at the previous step has already captured this.
- (2) Features inside solid body and that on “the other side” of solid body, because they violate geometry integrity.

The second task starts with identifying which quad faces fail to capture the solid surface properly. Proposed in this study is the use of “approximation error” of quad surface in capturing the

wetted solid surface. This is computed for each quad face by measuring the maximum distance between the face to the solid surface. It is found that simply measuring the distance from the center of quad face is inaccurate when the face is not flat, resulting in compromised robustness. Therefore, for a non-flat face, distances are measured from the mid-points of *all* combinations of the face’s vertices, and the maximum value is taken as the approximation error. See Fig. 9. Quad faces with large approximation error are the ones that will be fixed.

Both identification of valid concave features and identification of the quad faces with large error are crucial in isolating the problem. Now the problem domain is reduced to a much simpler set of sharp concave features and a handful of quad faces with large approximation error. The next job is to fit the quad faces to the features. All scenarios in fitting one quad face to a feature line are shown in Fig. 10. Because of the simplification above, most situation falls into this case. There are a number of possible ways to fit a feature line, where one, two, or three node(s) of quad face may be moved onto the line.

The feature capturing takes place from one problematic quad face to another next to it. When moving the neighbor face to a solid feature, care is taken so that it moves in synergy with the face that already captures the feature. This synchronizes the movement of the quad faces sharing a feature line, and resulting in a robust and good quality capture. The result is shown in Fig. 11.

The techniques above reduce the complexity of the feature construction and capturing. It is found that this is the key to a successful treatment and the solution to the robustness issue.

2.5. Quality Improvement

Although the feature is captured, the grid quality around the feature is still quite low in term of smoothness. Improvement can be achieved by means of selective smoothing, where quad faces that already capture solid features are prohibited from moving.

This step is very robust because it only involves a smoothing procedure, whose algorithm is well tested. See Fig. 12.

3. Test Cases

3.1. Simple Configuration of DLR F6 Aircraft Model

The model consists of body and wing, as shown in Fig. 13. Figures 14-16 show the final hexahedra grid, which contains about 200,000 cells, 700,000 faces, and 250,000 nodes. The time to generate is around 7 minutes on a Pentium4-based machine. As can be seen, the grid is rather coarse, especially that around the wing. It is indeed the purpose for this case to demonstrate that the method works quite successfully even when the grid is coarse. As in other methods of grid generation, increasing the resolution of the grid makes the task easier to perform.

3.2. More Complex Configuration of DLR F6 Aircraft Model

The model consists of four components: fuselage, wing, engine nacelle and pylon, as shown in Fig. 17. Figures 18-20 show the final grid, which contains about 900,000 cells. The time to generate is around 50 minutes on a Pentium4-based machine. The amount of time is very short when compared with grid generation methods that rely on manual labor such as multi-block structured grid, which can take time in the order of weeks. This is indeed a significant advantage in a design environment. As in the first case, this case is also handled successfully.

4. Conclusion

A brief discussion on the robustness aspects of a hexahedra grid generation method has been presented. The method can generate grid around solid surface expressed as overlapping components. Cartesian grid cells fill most of the computational domain, whereas generic hexahedral cells fill the region around solid surface. Because the method generates grid towards the solid surface instead of from the surface, it tolerates surface defects such as gaps and element overlaps. Recent advancement in this study exploits this property further by generating grid around intersecting geometry components.

It is found that feature capturing causes the most trouble in terms of robustness, due to the complexity of solid surface. However, it is also found that, by reducing the complexity of the problems, as discussed in the relevant section, a robust algorithm can be constructed. A test case of DLR F6 geometry comprising of body, wing, engine nacelle and pylon has been used to demonstrate the capability of the method with satisfactory results.

References

- 1) Yamane, T., Yamamoto, K., Enomoto, S., Yamazaki, H., Takaki, R., and Iwamiya, T., "Development of A Common CFD Platform – UPACS," Proc. Parallel CFD 2000 Conf., Elsevier Science, 2001, pp. 257-264.
- 2) Lohner, R., "Generation of Unstructured Grids Suitable for RANS Calculations," AIAA-99-0662, 1999.
- 3) Ito, Y. and Nakahashi, K., "Unstructured Hybrid Grid Generation based on Isotropic Tetrahedral Grids," AIAA 2002-0861, 2002.
- 4) Kallinderis, Y., Khawaja, A., and McMorris, H., "Hybrid Prismatic/Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flows around Complex Geometries," AIAA Journal., Vol. 34, No. 2, 1996, pp. 291-298.
- 5) Aftosmis, M.J., "Solution Adaptive Cartesian Grid Methods for Aerodynamic Flows with Complex Geometries," VKI Lecture Series, 1997-02, 1997.
- 6) Deister, F. and Hirschel, E.H., "Adaptive Cartesian/Prism Grid Generation and Solutions for Arbitrary Geometries," AIAA 99-0782, 1999.
- 7) Leatham, M., Stokes, S., Shaw, J.A., Cooper, J., Appa, J., and Blaylock, T.A., "Automatic Mesh Generation for Rapid-Response Navier-Stokes Calculations," AIAA 2000-2247, 2000.
- 8) Karman, S.L.Jr., "SPLITFLOW: A 3D Unstructured Cartesian/Prismatic Grid CFD Code for Complex Geometries," AIAA 95-0343, 1995.
- 9) Tchou, K.F., Hirsch, C., and Schneiders, R., "Octree-based Hexahedral Mesh Generation for Viscous Flow Simulations," AIAA 97-1980, 1997.
- 10) Wang, Z.J. and Chen, R.F., "Anisotropic Solution-Adaptive Viscous Cartesian Grid Method for Turbulent Flow Simulations," AIAA Journal, Vol. 40, No. 10, 2002, pp. 1969-1978.
- 11) Wang, Z.J. and Srinivasan, K., "An Adaptive Cartesian Grid Generation Method for 'Dirty' Geometry," Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 39, 2002, pp. 703-717.
- 12) Lahur, P.R., "Hexahedra Grid Generation Method for Flow Computation," AIAA 2004-4958, 2004.
- 13) Lahur, P.R. "Automatic Hexahedra Grid Generation Method for Component-based Surface Geometry," AIAA 2005-5242, 2005.

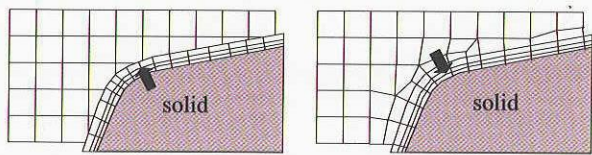


Figure 1. Comparison between the approach of Boundary To Interior (left) and Interior To Boundary (right).

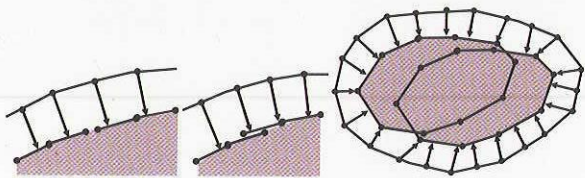


Figure 2. Solid surface that contains gap (left), element overlap (middle), and component overlap (right).

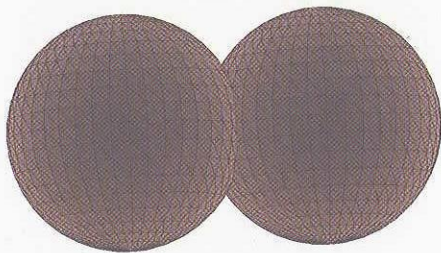


Figure 3. Two solid surfaces intersecting each other.

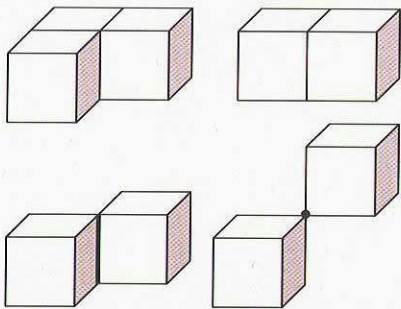


Figure 4. Legal configurations (top) and illegal configurations (bottom).

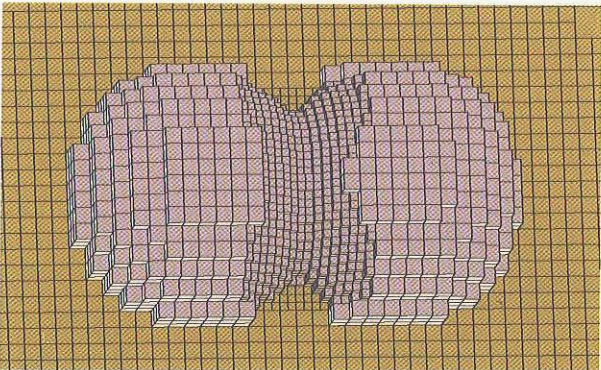


Figure 5. After removal of Cartesian grid cells around solid body.

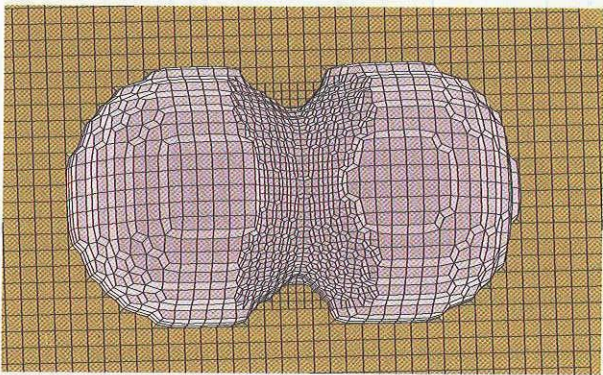


Figure 6. Smoothed quad surface.

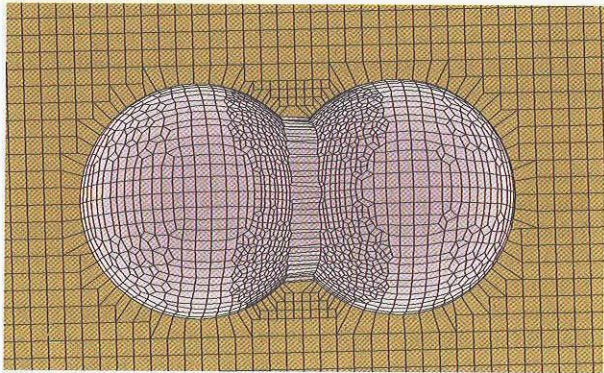


Figure 7. Snapped quad surface.

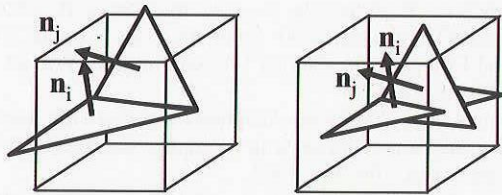


Figure 8. Cartesian grid cell containing solid faces that forms non-planar surface in a single component (left) and multi-component (right).

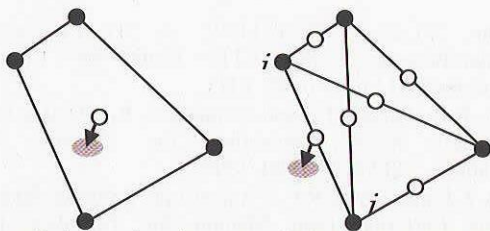


Figure 9. Approximation error of quad face, estimated as the distance to solid surface, measured from face center (left) and midpoints of vertices (right).

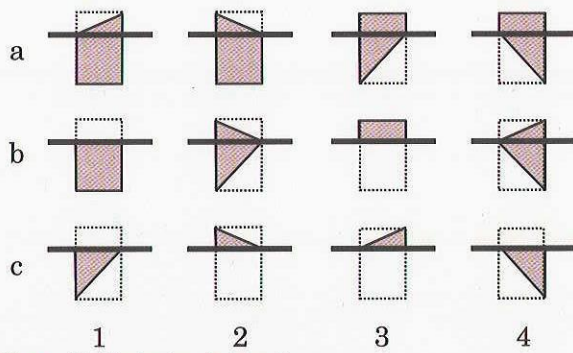


Figure 10. Capturing feature lines

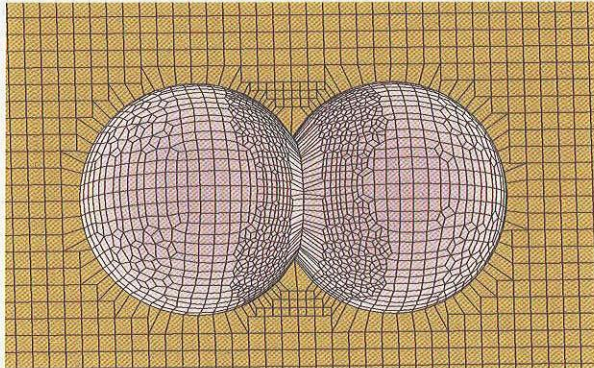


Figure 11. Result of feature capturing.

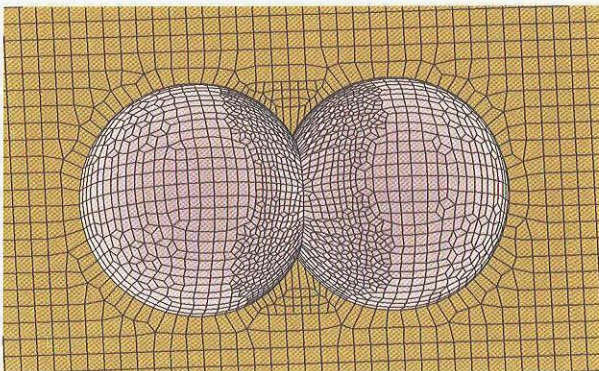


Figure 12. Selective smoothing to improve grid quality.

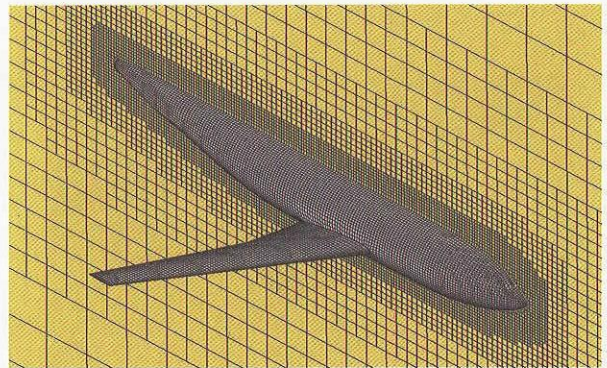


Figure 14. Overall view of the hexahedra grid around DLR F6.

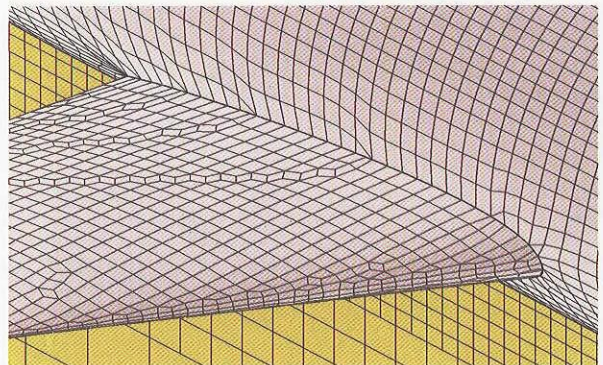


Figure 15. Top view of wing junction.

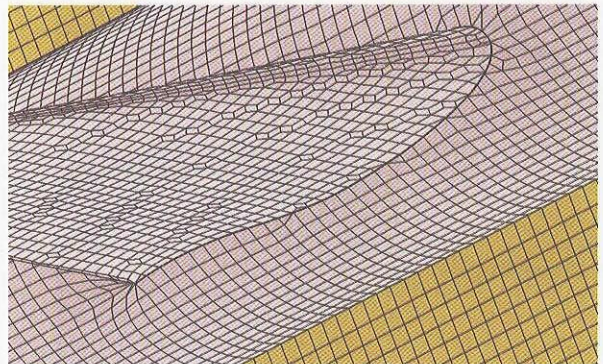


Figure 16. Bottom view of wing junction.

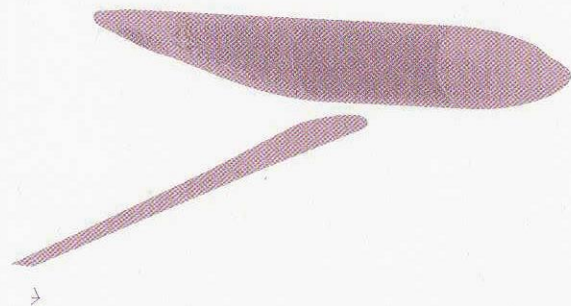


Figure 13. Exploded view of DLR F6 model, comprising fuselage and wing.

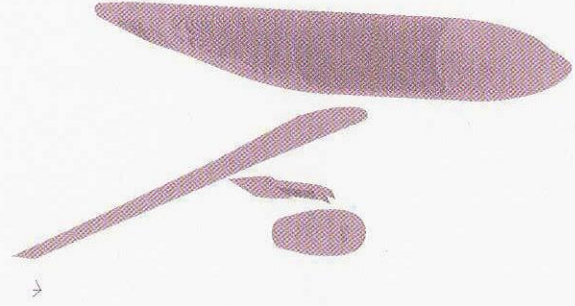


Figure 17. Exploded view of DLR F6 model, comprising fuselage, wing, engine nacelle and pylon.



Figure 18. Overall view of the hexahedra grid around DLR F6.

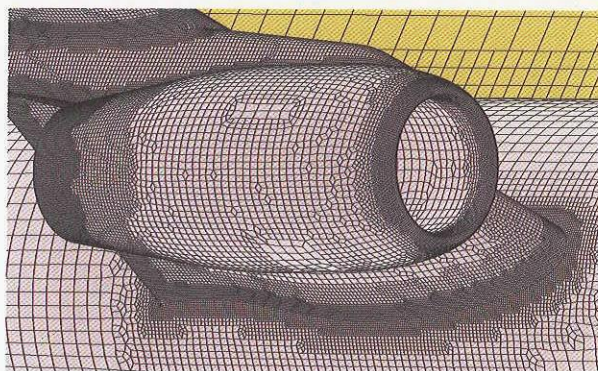


Figure 19. Side view of engine nacelle.

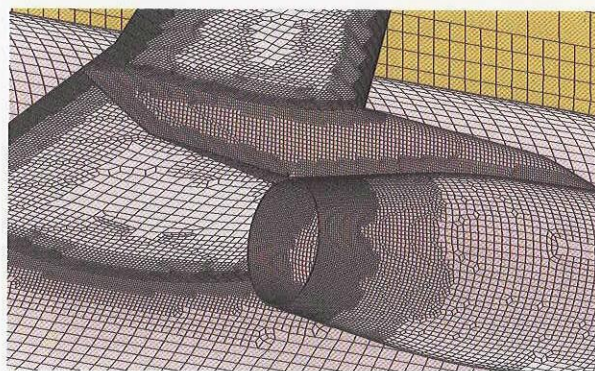


Figure 20. Quad surface in the region around pylon.

航空機高揚力装置周りの三次元流れ場解析の精度検証

村山光宏、山本一臣

宇宙航空研究開発機構総合技術研究本部

小林邦彦

菱友システムズ

Validation Study of CFD Analysis on Three-dimensional High-lift Configuration

by

Mitsuhiro Murayama and Kazuomi Yamamoto

Institute of Space Technology and Aeronautics, Japan Aerospace Exploration Agency

Kunihiko Kobayashi

Ryoyu Systems Co., Ltd.

ABSTRACT

In this study, flow computations are performed around three-dimensional high-lift configurations on multi-block structured and hybrid unstructured meshes. The objective is to assess and improve the reliability in simulating the flow around such devices. Three-dimensional computations on three-element trapezoidal wings with fuselage are performed. Two configurations with full-span flap and part-span flap are used. Ways to improve the reliability of structured and unstructured meshes are discussed by comparing the results. It is shown that the prediction of aerodynamic forces is quite reasonable even on the unstructured mesh at both configurations. Mesh sensitivity to the flow separation in the corner flow near the junction of wing and fuselage, which largely affects the prediction of aerodynamic forces, is also investigated. Coarse mesh resolution at the corner on the structured mesh on which stretched mesh elements are generally used in the spanwise direction results in overestimation of the flow separation. Quantitative prediction of the flow separation in the corner flow near the junction is one of the important problems for more accurate prediction of aerodynamic forces.

1. 緒言

旅客機の高揚力装置の空力特性は運行費に直接大きな影響を与えるため、その空力特性の正確な予測と向上は非常に重要な課題である。一般的な双発ジェットエンジン旅客機においては、着陸時の最大揚力を1.5%改善させると6,600lbものペイロードを増加できると報告されている⁽¹⁾。これまで主に実験・経験的手法に基づいて設計が行われてきたが、近年のCFD解析技術や空力最適化アルゴリズムの発達により、CFD空力最適化による大幅な性能改善が期待されている。

高揚力装置は一般的にスラット・母翼・フラップ等の多翼素翼の形態となり、更に各翼素間で狭い隙間が生じるため、CFD解析用計算格子の作成が難しい。また、形状の複雑さに加え、境界層遷移や剥離、再付着を伴う非常に複雑な流れ場となる。CFDによる高揚力装置の空力最適化を行う上では、複雑形状物体周りに対する効率の良い計算格子生成法開発に加え、その複雑な流れ場に対するCFDの信頼性や精度を明確化し、その向上を図る必要がある。

マルチブロック構造格子法は複雑形状物体周りの解析にも対応でき計算精度や計算効率で有利である。しかしながら、形状が複雑になるにつれ格子生成に多大な作業時間を要する。非構造格子法は形状融通性に優れ、高揚力装置周りのような複雑形状に対する格子生成が比較的容易である。また、流れ場の重要な領域において局所的に格子細分化し精度向上を図ることや形状変化に伴う計算格子修正も比較的容易である。そこで、予測精度や計算効率の改良を進め、高揚力装置周り流れ解析における非構造格子法の信頼性向上に期待がかけられている。

近年、欧米では盛んにCFDによる設計高度化のための研究が行われており、例えば欧州EUROLIFTプロジェクトでは高揚力装置流れ解析法の実用化のため、各機関の協力の下、複雑な三

次元実機形態に関して風洞試験と共に研究を進めている⁽²⁾。しかしながら、特に、三次元高揚力装置周りの流れ場解析では、その複雑さのため計算規模が非常に大きくなるため、国際的にも計算例が多くなく、CFD解析技術の精度や信頼性に関して未だ十分な知見が得られていない。

CFDの信頼性や精度を議論する際には風洞試験結果との比較が重要となる。しかしながら、一般的に高揚力装置の風洞試験では高揚力装置周りの循環が非常に大きいため風洞壁干渉も大きくなる⁽³⁾。また、風洞内の風洞壁境界層などの影響により流れ場全体に影響を及ぼすこともある⁽⁴⁾。そこで、実験結果との比較に加え、複数の計算コードや手法で詳細な比較を行うことにより、計算結果の問題点、改善法がより明確になる。

これまで、著者らは構造格子法と非構造格子法の両手法を用いて二次元高揚力装置周りのCFD解析を行い、実験結果と計算結果同士の比較により、計算格子密度や計算法などのパラメータが揚力と抗力予測にどの程度影響を与えるか等を詳細に調べてきた⁽⁵⁾。また、CFD検証用データの存在する単純化された全スパンスラット・フラップ三翼素翼胴形態基礎模型に関して解析を行い、解析技術の信頼性と改善点の検討を行ってきた⁽⁶⁾。

本発表では、その基礎模型形態の詳細な解析に加え、より実形状に近い、部分スパンフラップを有する三翼素翼胴形態基礎模型の解析を行った結果を報告する。解析にはマルチブロック構造格子法と非構造格子法を用いる。境界層遷移は計算結果に大きく影響を及ぼすが、今回は遷移の影響は考慮せずに、全域乱流を仮定した計算を行う。公開風洞試験結果、及び計算結果同士の比較を通じて、三次元高揚力装置周りの解析技術の信頼性と改善点の検討を行う。

2. 解析手法

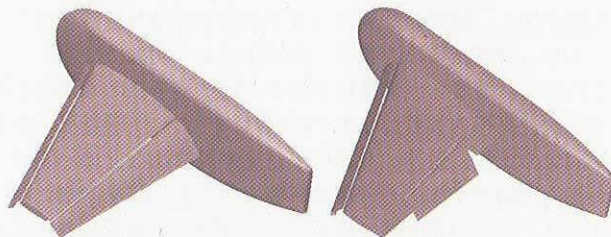
構造格子ソルバーとして JAXA 総合技術研究本部で開発を進めている CFD 共通基盤プログラム UPACS⁽⁷⁻⁸⁾を用いる。非構造格子の格子生成・ソルバーとして TAS (Tohoku University Aerodynamic Simulation) code⁽⁹⁻¹¹⁾を用いる。それぞれの計算手法を Table 1 にまとめる。乱流モデルには、渦中心領域の過大な渦粘性を減らす修正を加えた Spalart-Allmaras 1 方程式モデル (SA)⁽¹²⁻¹³⁾を用い、全域乱流計算を行う。計算は JAXA 総合技術研究本部の数値シミュレータシステム NSIII⁽¹⁴⁾の中央 NS システム CeNSS (Fujitsu PRIMEPOWER HPC2500)を用いて行った。

表 1 数値計算法

	TAS Code	UPACS
格子	非構造格子	マルチブロック構造格子
離散化	セル節点有限体積法	セル中心有限体積法
流束評価	HLEW 二次精度	Roe 三次精度
時間積分	LU-SGS陰解法	MFGS陰解法
乱流モデル	Spalart-Allmaras model(SA)	Spalart-Allmaras model(SA) Menter's Shear Stress Transport model (SST)

3. 計算モデル

本研究では計算モデルとして NASA Langley にて CFD 検証用にデータを公開している図 1 に示される三次元三翼素翼胴形態 Trapezoidal wing⁽¹⁵⁻¹⁶⁾のスラット舵角 30 度、フラップ舵角 25 度の全スパンスラット・フラップ形状 (Full-span flap モデル) 及び全スパンスラット・部分フラップ形状 (Part-span flap モデル)を用いた。各モデルの半スパン $b/2$ 、空力平均翼弦長 c 、胴体の長さ L はそれぞれ、85.1 インチ、39.6 インチ、118.72 インチである。スラットギャップ、スラット高さはそれぞれ $0.015c$ (c : 空力平均翼弦長)、フラップギャップとフラップオーバーラップはそれぞれ $0.015c$ と $0.005c$ である。この形状を用いた実験は、三次元高揚力装置周りの CFD 技術向上のための検証データを提供するために NASA Langley 及び NASA Ames の風洞にて風洞試験が実施され、そのデータは Web 上で公開されている⁽¹⁶⁾。



(a) Full-span flap モデル (b) Part-span flap モデル

図 1 三翼素翼胴形態 Trapezoidal wing

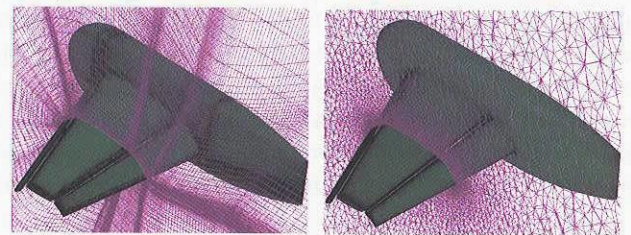
4. 計算格子

図 2~4 に用いた計算格子を示す。マルチブロック構造格子は商用格子生成ソフトウェア Gridgen を用いて作成した。Full-span flap モデルでは、格子ブロック数は 586 ブロック、総格子点数は約 750 万点である。Part-span flap モデルでは、格子ブロック数は 848 ブロック、総格子点数は約 980 万点である。遠方外部境界は主翼コード長の約 60 倍離れた位置にある。最小格子幅は $0.02/\sqrt{Re}$ である (Baseline 構造格子)。また、それぞれの構造格子に対して i, j, k 方向に 1 点ずつ格子を増やした 8 倍の

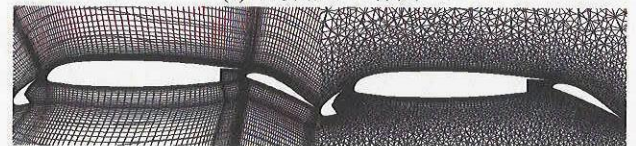
格子点数を持つ細かい格子 (Fine 構造格子) も使用する。表面格子及び空間格子作成に要した期間は約一ヶ月である。

非構造格子は TAS-Mesh⁽¹⁰⁻¹¹⁾を用いて作成した。総格子点数は両モデルとも約 1300 万点である。遠方外部境界は構造格子とほぼ同じで主翼コード長の約 60 倍離れた位置にある。最小格子幅は $0.01/\sqrt{Re}$ である。表面格子及び空間格子作成に要した期間は数日であり、表面格子に関しては半自動的に、空間格子に関しては完全自動的に作成できる。

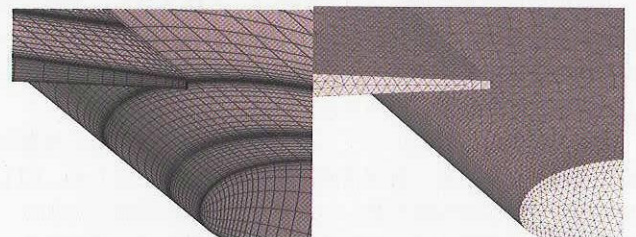
今回用いた形状では図 2(c)に示されるように各翼素の後縁には微小な厚みがある。構造格子ではその後縁厚みに約 7 点程度の格子点を配置している。今回用いた非構造三角形表面格子生成法⁽¹⁰⁾は物体表面を等方的な三角形を用いて表現するため半自動化され、表面格子作成に要する時間は数時間で済む。しかしながら、後縁の微小な厚みに等方的な三角形を用いて十分な格子点数を入れると、膨大な総格子点数になる。そこで、今回の非構造格子では後縁の厚みには 1 格子点程度しか配置していない。



(a) 計算格子全体図



(b) 50%スパン位置における計算格子

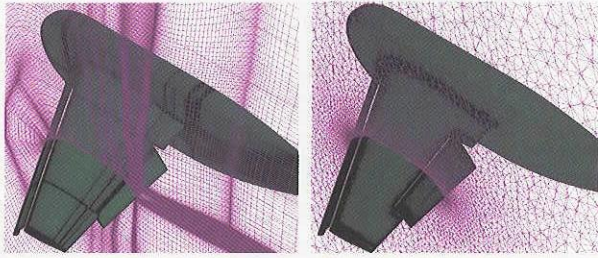


(c) 主翼後縁翼端近傍の表面格子拡大図

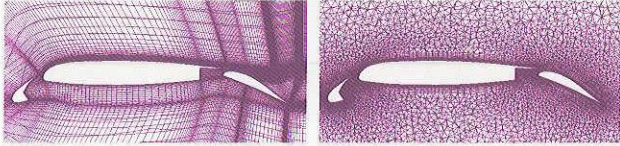
図 2 Full-span flap モデル周りの計算格子 (左: Baseline マルチブロック構造格子、右: ハイブリッド非構造格子)



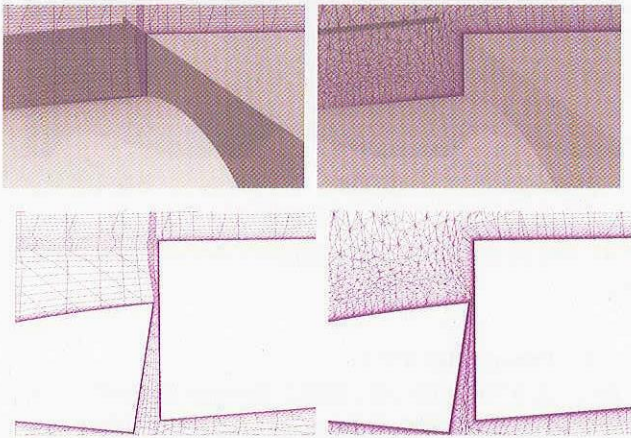
図 3 Full-span flap モデル周りの Fine マルチブロック構造格子の 50%スパン位置における計算格子



(a) 計算格子全体図



(b) 50%スパン位置における計算格子



(c) 母翼とフラップの隙間近くの計算格子断面図

図4 Part-span flap モデル周りの計算格子 (左: Baseline マルチブロック構造格子, 右: ハイブリッド非構造格子)

5. 計算結果

5. 1 Full-span flap モデル

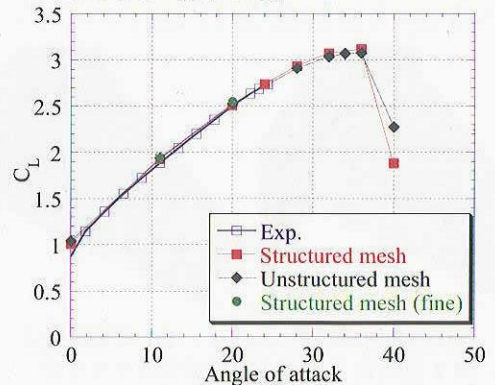
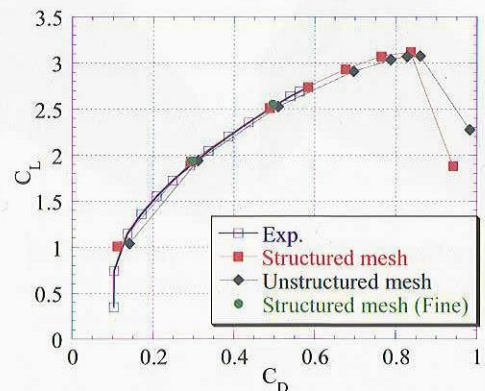
主流マッハ数 0.15、レイノルズ数 15×10^6 にて全域乱流を仮定した計算を行った。

図5と図6にそれぞれ揚力係数(C_L)—迎角(α)特性図、揚力係数(C_L)—抗力係数(C_D)特性図を示す。 C_L - α に関して、実験結果と比較して計算結果は全体的に C_L が 1%程度大きい、実験結果と良く一致している。また、非構造格子と構造格子の計算結果の差はFine 構造格子の結果と比較しても、失速前までは最大でも 1%程度で良く一致している。また、計算結果同士の比較において、失速迎角はほぼ同じで最大揚力係数値の差は約 1.4%と小さい。

C_L - C_D に関しても風洞試験結果と非常に良く一致した傾向を示す。しかし、揚力係数値に比べると計算結果同士の差が大きくなり、抵抗係数値の差は約 200 カウント(1 カウント $\approx 10^{-4}$)あり、3~6%の違いが見られる。図7に迎え角 11.02 度の抵抗係数を圧力抵抗係数 C_{Dp} 、摩擦抵抗係数 C_{Df} に分けて比較したグラフを示す。全抵抗(約 3000 カウント)に占める圧力抵抗の割合が 95%以上である。構造格子の格子依存性は C_{Dp} と C_{Df} の差はそれぞれ 20 カウント、2 カウントと小さい。Fine 構造格子と非構造格子の計算結果の差は圧力抵抗係数については約 150 カウント程度($\approx 4\%$)、摩擦抵抗係数については 5 カウント程度($\approx 5\%$)の違いが見られる。

図8~10に計算により得られた表面オイルフロー図を示す。オイルフロー図を比較すると全体的には両計算で同じ傾向を示しているが、翼と胴体の接合部での剥離領域の大きさに違いが見られる。この形状には翼胴接合部にフェアリングがなく、その角部に剥離が見られる。特に迎え角 20.18 度(図8)では構造格子と非構造格子の差が大きい。構造格子ではFine 構造格子における結果にもフラップ翼根部に大きな剥離領域が見られる。一方、非構造格子ではこの領域における剥離は見られない。迎え角 36 度(図9)のような高い迎え角では、構造格子、非構造格子共に、この領域の剥離領域がなく、両計算結果で同じ傾向のオイルフローを示し、剥離領域の差が小さくなる。失速後 42 度(図10)におけるオイルフローを比較すると、構造格子と非構造格子共にスラットから剥離し、同様の失速形態を予測できていることが分かる。

図11に迎え角 20.18 度のフラップ翼根付近のオイルフローの拡大図と表面格子の図を示す。図11(a)と11(b)(i)を比較すると、翼根付近で非構造格子と比較し構造格子の方がスパン方向の計算格子が粗くなっている様子がわかる。構造格子では一般的にスパン方向にストレッチした格子が用いられ、非構造格子と比較しスパン方向に粗くなる傾向がある。図11(b)(ii)に示されるように i, j, k 各方向に2倍の細かさに細分化されたFine 構造格子格子においてもこのフラップ翼根における剥離領域に変化が見られない。一方、図11(b)(iii)に示されるようにスパン方向にのみ4倍の細かさに細分化された構造格子においては、この剥離領域が小さくなり、非構造格子と同様のオイルフローとなることが分かった。この部分の影響により、 C_L 及び C_D に約 1%の変化が見られた。このような角部における剥離は格子解像度に大きく依存し、この剥離領域の大きさは揚力や抗力に大きく影響を及ぼすため、この角部の剥離の定量的予測も今後の重要な課題の一つであることが分かった。

図5 揚力係数(C_L)-迎角(α)特性 (Full-span flap モデル)図6 揚力係数(C_L)-抗力係数(C_D)特性 (Full-span flap モデル)

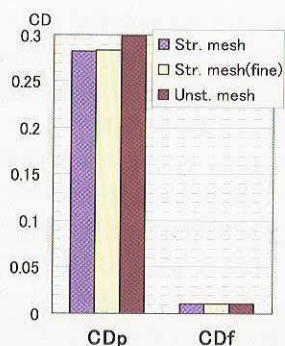
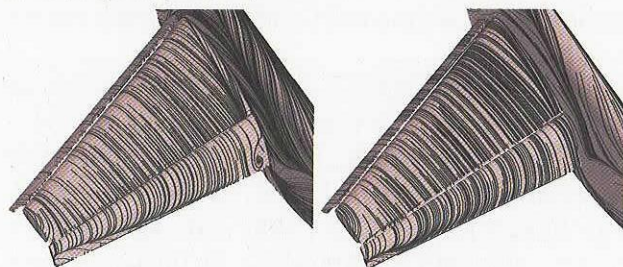
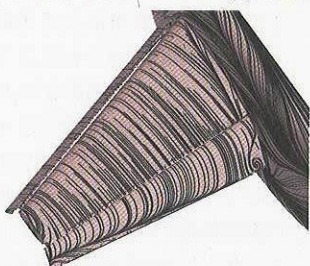


図7 迎え角 11.02 度における圧力抵抗(C_{Dp})と摩擦抵抗(C_{Df})の比較 (Full-span flap モデル)



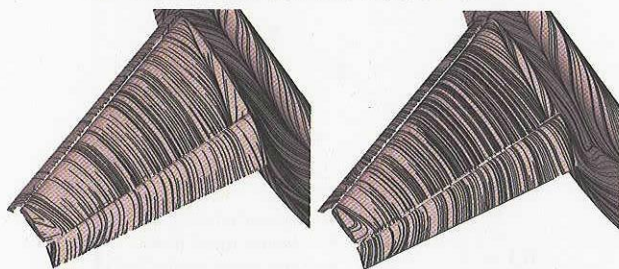
(a) Baseline 構造格子

(b) 非構造格子



(c) Fine 構造格子

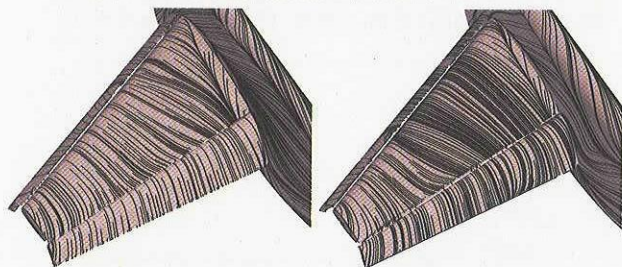
図8 迎え角 20.18 度における表面オイルフロー



(a) Baseline 構造格子

(b) 非構造格子

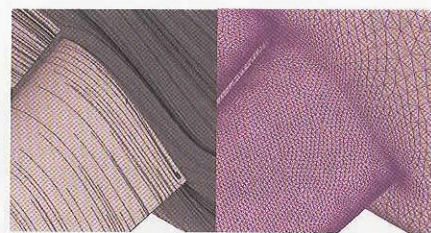
図9 迎え角 36 度における表面オイルフロー



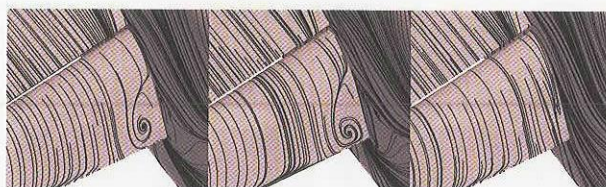
(a) Baseline 構造格子

(b) 非構造格子

図10 迎え角 40 度における表面オイルフロー



(a) 非構造格子



(i) Baseline

(ii) Fine

(iii) スパン方向 4 倍

(b) 構造格子

図11 迎え角 20.18 度における表面オイルフロー拡大図と表面格子

5. 2 Part-span flap モデル

次に、より実機形態に近く複雑な Part-span flap モデルに対して解析を行った。計算条件は Full-span flap モデルと同じく、主流マッハ数 0.15、レイノルズ数 15×10^6 にて全域乱流を仮定した計算を行った。

図12と図13にそれぞれ C_L - α 特性図、 C_L - C_D 特性図を示す。Full-span フラップモデルの結果と比較して、計算結果と実験結果の差がやや大きい。実験結果と比較して計算結果は Full-span フラップモデルの解析と同様に全体的に C_L が大きく、実験結果との差は約 1.5~3% である。適度な迎え角では計算同士の差は 1% 程度と小さいが、Full-span フラップモデルの解析時と比較し、失速付近における差が大きくなる。Baseline 構造格子の結果は非構造格子の結果より失速付近で C_L が低く評価されている。一方、細分化された Fine 構造格子では非構造格子に近い結果を示している。

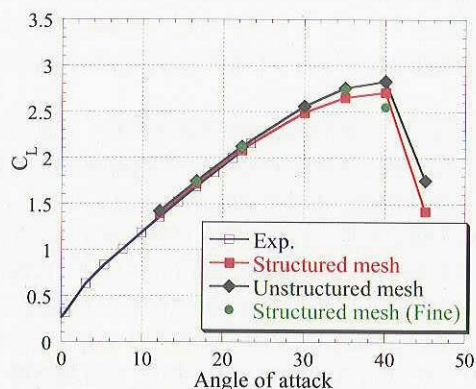


図12 C_L - α 特性 (Part-span flap モデル)

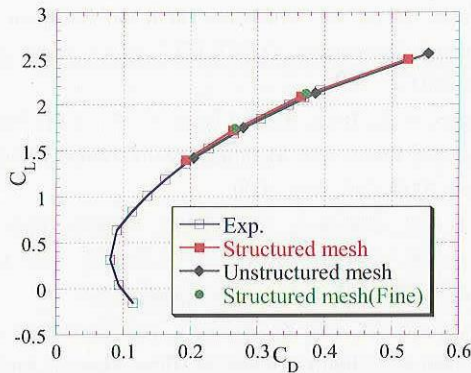
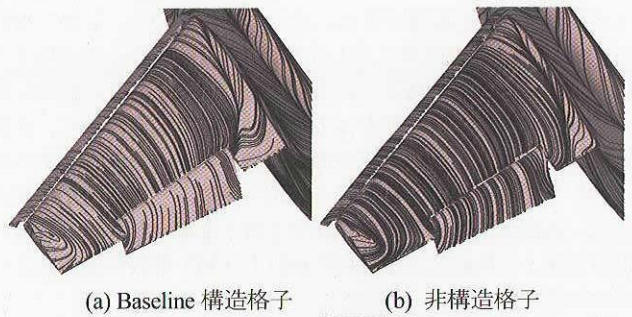
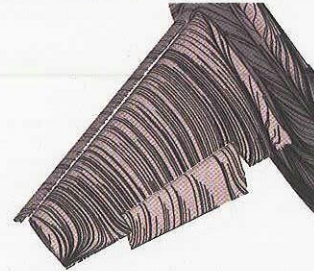
図13 C_L - C_D 特性 (Part-span flap モデル)

図14~17に計算により得られた表面オイルフロー図を示す。オイルフロー図を比較すると、迎え角22.33度(図14)では翼と胴体の接合部での剥離領域の大きさに多少の違いが見られるが、全体的には同じ傾向を示している。Baseline 構造格子の C_L が他の計算結果と比較して小さい迎え角35度(図15)では、翼と胴体接合部近傍の剥離領域が大きくなり、特にBaseline 構造格子では他の二つの計算結果と比較し、この剥離領域が過大評価されているため、 C_L が他の計算結果と比較し、下がっていることが分かる。更に大きな迎え角40度(図16)では、Baseline 構造格子の結果では、翼胴接合部近傍の剥離領域が更に大きくなり、非構造格子と比較して揚力を失っている様子が分かる。迎え角40度において、非構造格子やBaseline 構造格子でも外翼側でスラットの流れに乱れが見られるが、Fine 構造格子では既に外翼側の失速が始まっているため、 C_L が低くなっている。失速後の迎え角45度(図17)では、定常解に至らずに剥離領域の大きさが変動しているが、構造格子と非構造格子において同様の失速パターンが確認され、同程度の予測ができていることがわかる。Full-span フラップ形態と同様に、この角部の剥離の定量的予測が精度向上のため重要な課題の一つであるが、現状では、定性的にはある程度の解を得られている事が分かった。



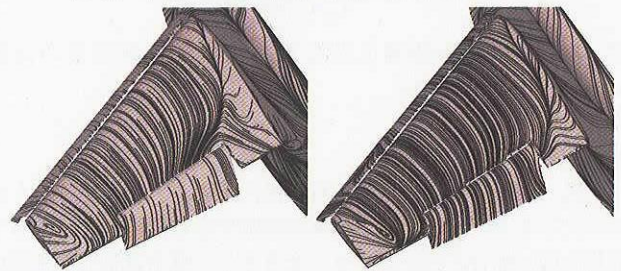
(a) Baseline 構造格子

(b) 非構造格子



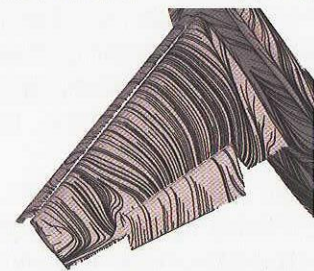
(c) Fine 構造格子

図15 迎え角35度における表面オイルフロー



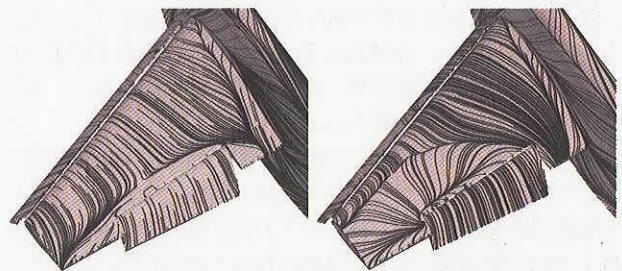
(a) Baseline 構造格子

(b) 非構造格子



(c) Fine 構造格子

図16 迎え角40度における表面オイルフロー

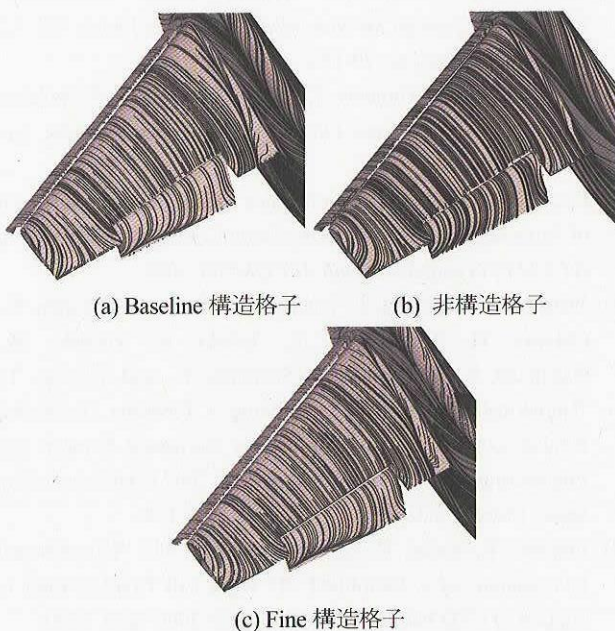


(a) Baseline 構造格子

(b) 非構造格子

図17 迎え角45度における表面オイルフロー

C_L - C_D に関しては風洞試験結果と非常に良く一致した傾向を示すが、計算結果同士における抵抗係数値の差は約100-200カウント(1カウント= 10^{-4})で約5%の違いが見られる。また、図18に理想的な誘導抵抗 $C_L^2/\pi AR$ (AR : 主翼アスペクト比) を差し引いた抵抗係数と揚力係数の関係を示す。理想的な誘導抵抗は全抵抗のうち85%以上を占めている。風洞試験結果と比較す



(a) Baseline 構造格子

(b) 非構造格子

(c) Fine 構造格子

図14 迎え角22.33度における表面オイルフロー

ると非構造格子の結果が非常に良く一致している。しかしながら Fine 構造格子の結果と合わせて比較すると、Fine 構造格子の結果は Baseline 構造格子の結果より抵抗が小さい。一般的に格子を細かくすると数値誤差による抵抗が減る傾向があり、非構造格子の結果の方が、抵抗を過大評価している可能性がある事がわかり、非構造格子における抵抗予測に関する課題が確認された。風洞試験では風洞壁干渉や支持干渉などがあり、複数の計算結果との比較による妥当性検証も CFD 解析信頼性向上のために重要である。

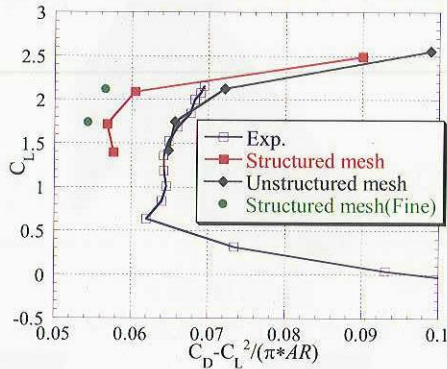


図 18 理想的な誘導抵抗を差し引いた抵抗係数の比較 (Part-span flap モデル)

6. 結言

三次元高揚力装置周りの解析技術向上の為、単純化された全スパンラット・フラップ三翼素翼形態基礎模型と、より実形状に近い部分スパンフラップを有する三翼素翼形態基礎模型の解析を行った。計算結果の問題点、改善法をより明確にするために、マルチブロック構造格子法と非構造格子法の両手法を用いて風洞試験結果及び計算結果同士の詳細な比較を行った。一形態の計算格子作成にかかる作業時間は構造格子で約一ヶ月要した。一方、非構造格子では数日で済み、圧倒的に作業時間が少なかった。

今回用いた両形態に対して、揚力予測に関して適度な迎え角では、構造格子と非構造格子の両計算結果は風洞試験結果と良く一致した。両計算結果同士の差も 1~2%程度と小さかった。一方、失速付近になると計算同士の揚力の差が大きくなるが、失速迎角、失速パターン、最大揚力係数値に関して、非構造格子、構造格子共に同程度の予測ができることを確認した。揚力-抗力特性に関しても、非構造格子の結果が抵抗を過大評価する傾向があるが、風洞試験結果と良く一致する傾向を示し、ある程度の定量的予測精度を得られる事を確認した。

また、翼胴接合部の角部の剥離の予測が結果に大きく影響を及ぼしている事が分かった。角部における剥離領域の大きさは格子解像度に大きく依存し、スパン方向に格子解像度の粗い構造格子では剥離領域が過大に評価されることが分かった。この剥離領域の大きさは揚力や抗力に大きく影響を及ぼすため、この剥離の定量的予測も今後の重要な課題の一つであることが分かった。

参考文献

- 1) Meredith, P. T., "Viscous Phenomena Affecting High-Lift Systems and Suggestions for Future CFD Development," *High-Lift Systems Aerodynamics*, AGARD CP 315, 1993, pp. 19-1 - 19-8.

- 2) Hansen, H., et al., "Overview about the European High Lift Research Programme EUROLIFT," AIAA Paper 2004-0767, Jan. 2004.
- 3) Rogers, S. E., Roth, K., and Nash, S. M., "CFD Validation of High-Lift Flows with Significant Wind-Tunnel Effects," AIAA Paper 2000-4218, Aug. 2000.
- 4) 山本一臣, 伊藤良三, 田中健太郎, 佐藤衛, 竹中啓三, "2次元高揚力装置風洞試験における風洞壁干渉のCFD解析" 第42回飛行機シンポジウム講演集, 2004.
- 5) Murayama, M., Lei, Z., Mukai, J., and Yamamoto, K., "CFD Validation of High Lift Devices: Three-Element Airfoil," *Proc. of 2004 KSAS-JSASS Joint Symposium on Aerospace Engineering*, Nov. 2004. (to be published in *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*)
- 6) 村山光宏, 小林邦彦, 田中健太郎, 向井純一, 山本一臣, 竹中啓三, "航空機高揚力装置展開時の空力解析" 第42回飛行機シンポジウム講演集, 2004.
- 7) Takaki, R., Yamamoto, K., Yamane, T., Enomoto, S. and Mukai, J., "The Development of the UPACS CFD Environment," *High Performance Computing, Proc. of ISHPC 2003*, Springer, pp. 307-319, 2003.
- 8) Yamamoto, K., Ochi, A., Shima, E., and Takaki, R., "CFD Sensitivity of Drag Prediction on DLR-F6 Configuration by Structured Method and Unstructured Method," AIAA Paper 2004-0398, Jan. 2004.
- 9) Nakahashi, K., Togashi, F., Fujita, T., and Ito, Y., "Numerical Simulations on Separation of Scaled Supersonic Experimental Airplane from Rocket Booster at Supersonic Speed," AIAA Paper 2002-2843, 2002.
- 10) Ito, Y. and Nakahashi, K., "Surface Triangulation for Polygonal Models Based on CAD Data," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 39, Issue 1, 2002, pp. 75-96.
- 11) Ito, Y. and Nakahashi, K., "Improvements in the Reliability and Quality of Unstructured Hybrid Mesh Generation," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 45, Issue 1, May 2004, pp. 79-108.
- 12) Spalart, P. R. and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," AIAA Paper 92-0439, Jan. 1992.
- 13) Lei, Z., "Effect of RANS Turbulence Models on Computational of Separated Flows over a Wing-Body Configuration," *Proc. of WCCM VI in conjunction with APCOM'04*, 2004.
- 14) Matsuo, Y., Nakamura, T., Tsuchiya, M., Ishizuka, T., Fujita, N., Ohkawa, H., Hirabayashi, Y., Takaki, R., Yoshida, M., Nakamura, K., Yamamoto, K., Suematsu, K., and Iwamiya, T., "Numerical Simulator III - Building a Terascale Distributed Parallel Computing Environment for Aerospace Science and Engineering," *Proc. of the Parallel CFD 2002 Conference*, Nara, Japan, Elsevier Science B. V., 2003, pp. 187-194.
- 15) Johnson, P., Jones, K. M., and Madson, M., "Experimental Investigation of a Simplified 3D High Lift Configuration in Support of CFD Validation," AIAA Paper 2000-4217, 2000.
- 16) <http://db-www.larc.nasa.gov/trapwing/archive/register/> [cited 09 Sep. 2005]

翼端近傍流れ場の流速および迎角依存性に関する CFD 解析

今村太郎, 榎本俊治, 加藤裕之, 横川譲, 山本一臣
宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部

Flow Velocity and Angle-of-Attack Dependencies of
a Flow around Wingtip using CFD

by

Taro IMAMURA, Shunji ENOMOTO, Hiroyuki KATO, Yuzuru YOKOKAWA, Kazuomi YAMAMOTO

ABSTRACT

In this study, a flow around a blunt-tipped wing is solved using Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations, and Large Eddy Simulation (LES). The main objective is to investigate the dependencies of mean flow velocity and angle-of-attack. A rectangular wing with NACA0012 airfoil section is chosen as a model. The computed results are compared with that of wind tunnel experiments, which were also performed at JAXA for the purpose of CFD validation. The present unsteady computation using LES indicates that angle-of-attack has a great influence on the vortical structure around the wingtip. As the angle-of-attack increases, the merging location of two vortices, one at the side edge and another on the upper surface, moves to the upstream side. Consequently, the large pressure fluctuating region appears on the upper surface.

1. はじめに

近年, 空港周辺における環境への配慮が特に求められており, 騒音を減らすことがその課題¹⁾のひとつに挙げられている. 今日に至るまで航空機騒音において支配的な要素はエンジン騒音であるが, 高バイパス比エンジンや Chevron ノズルの開発など, 様々な対策が採られている. その結果, エンジンを絞って滑走路にアプローチする着陸時において, エンジン騒音と機体騒音(降着装置や高揚力装置から発生する騒音)が同レベルになりつつある. これから航空機開発を行う時には, 従来から求められているように空力的に高性能であるだけでなく, 騒音が小さいことが求められている.

本研究では, 機体騒音の中でも比較的大きな騒音源として知られている高揚力装置のフラップ端近傍^{2,7)}に着目する. フラップ近傍の流れ場は, 翼上側に発生する1次渦と, 翼端面側に発生する2次渦からなり, これらの渦は後縁近くで合流して大きな渦になることが知られている. この流れ場の構造は McInerny ら⁸⁾が行った単独翼翼端周りの実験結果と類似している. そこで, 本研究ではフラップ端周りの解析を行う前段階として, 流れ場の構造が類似している単独翼翼端周りの解析を行う. 一般的に高揚力装置周りの流れ場は形状の複雑さに加え, 剥離や再付着を伴う複雑な流れ場であり, 特に三次元非定常計算を実行するのは困難であるが, 形状を単純化することにより翼端渦の構造やその非定常運動について詳細な検討が可能となる.

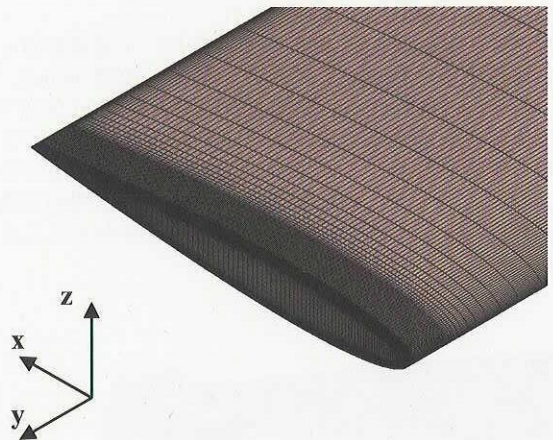
これまでの JAXA/ISTA で行ってきた数値計算^{6,7)}では, 風速 60m/s, 迎角 12° のケースのみを対象としていたが, 本研究では翼端渦近傍流れ場の流速や迎角依存性について着目し, その構造にどのような違いが現れるのか把握することを目的とする.

2. 計算対象および計算格子

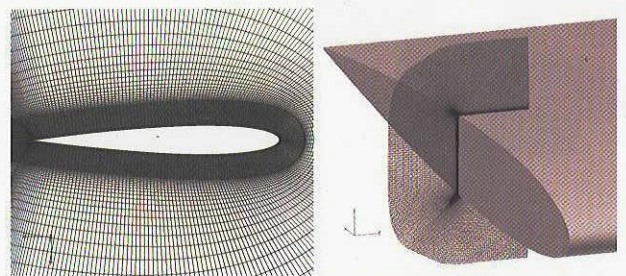
計算対象は翼端部分を垂直に切り落とした NACA0012 翼で, コード長 0.4m, スパン長 1m の風洞模型を想定した計算を実行する. 風速 60m/s の時, コード長を代表長さとしたレイノルズ数は約 1.8×10^6 である.

計算格子は 593 万点, 111block から構成される構造格子である (Figure 1 参照). 翼端面では下の角から生じるせん断層およびそれに伴って生じる小さな渦構造, 翼上面側

については翼端面から巻き上がった渦と上の角から生じる剥離渦の干渉を捉えるため, 翼端面近傍 ± 0.1 コード長 (スパン方向) の領域に多数の格子点を配置した. 一方, 翼端から離れた部分では粗い格子を用いており, 翼面上であっても span 方向の格子点間隔は粗くなっている. 尚, 座標系についてであるが, Figure 1 に示すように, x 方向は流れ方向, y 方向は span 方向, z は右手系で定義される鉛直方向を表す.



(a) 翼端表面格子の分布図



(b) コード方向断面図 (c) 翼端近傍のクラスタリング

Figure 1 : NACA0012 周りの計算格子

3. 実験手法

JAXA の 2m×2m の低速風洞を用いて行われた実験では、風速は 10m/s から 60m/s、迎角は 0°~18° の範囲で計測を行った。計測した項目は、翼面静圧、オイルフロー、チャイナクレーによる遷移点判定、翼面上数点の非定常圧力変動計測、粒子画像流速計(PIV)⁹⁾による断面内速度分布(3成分)である。

4. Reynolds Averaged Navier-Stokes(RANS)による解析

4. 1 RANS 解法

JAXA/ISTA で開発している UPACS-1.6 β ¹⁰⁾⁻¹³⁾を用いた Reynolds Averaged Navier-Stokes(RANS)方程式による定常計算を行った。UPACS-1.6 β は現在公開している UPACS-1.5 に航空分野でよく用いられる 2 方程式系乱流モデル Shear-Stress Transport (SST) model¹⁴⁾を導入したバージョンで、2005 年度内に、UPACS-1.6 として正式にリリースされる予定である。RANS 計算で Parameter を変化させる範囲は風洞実験を踏まえ、流速は 30m/s、50m/s、60m/s の 3 ケース、迎角は 0°、6°、12° の 3 ケース行った。また、乱流モデルの依存性を調べるため、Spalart-Allmaras (S-A) モデル¹⁵⁾と SST モデルで計算を実行した。

4. 2 RANS 解析結果

はじめに一樣流速 60m/s、迎角 12°、乱流モデルに S-A モデルを用いた定常計算の結果を Figure 2 に示す。等値面は渦度の絶対値、各断面位置 ($x/c=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$) では流れ方向渦度分布を表す(一樣流速で無次元化)。翼上面側には 1 次渦、翼端面側には 2 次渦が再現されており、これらの渦は下流に流れて $x/c=0.7$ 付近で合体し、ひとつの大きな翼端渦となる。参考までに、フラップ端の流れ場の計算結果³⁾を Fig. 2 の黒枠内に示すが、NACA0012 翼端の流れ場との類似性が理解できる。

続いて、S-A および SST モデルを用いて定常計算した結果を比較する。Figure 3 はその一例で、流速 60m/s、迎角 12° のケースにおける、翼端面の圧力係数 (C_p) 分布である。乱流モデルを変えたことによる違いは小さいがこの結果から予想される。ここでは紙面の制約の都合上示さないが、静圧孔データとの比較や、以下に示す空間の速度分布の比較においても両者はほぼ同様の結果を与えることを確認してある。

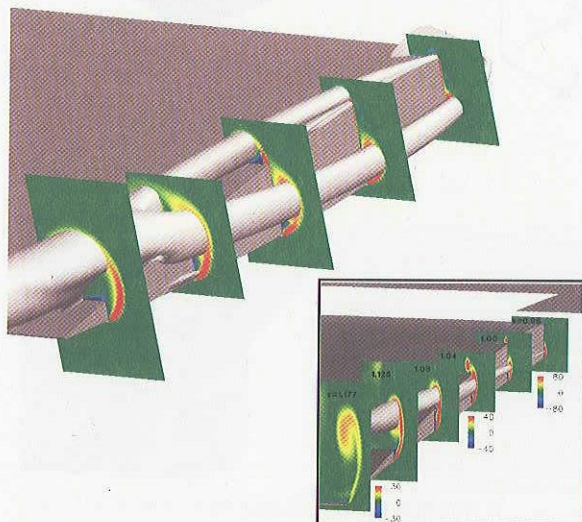


Figure 2 : 流れ方向渦度成分分布($U=60\text{m/s}$, $\text{AoA}=12^\circ$)
右図(枠内)はフラップ端周りの流れ場(文献3より引用)

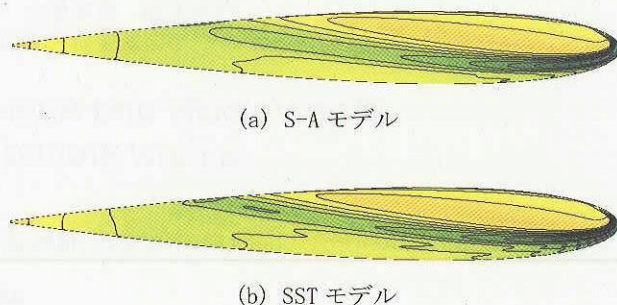


Figure 3 : 翼端面における C_p 分布の比較図
 $U=60\text{m/s}$, $\text{AoA}=12^\circ$

Figure 4 は迎角を 12° で一定とし、流速が 30m/s と 60m/s の 2 ケースについて PIV 計測の結果と比較した図である。Figure 5 に PIV で計測した断面位置を示すが、ここでは代表的な一段面 ($x/c=0.5$) のみの結果を示す。図中の分布は速度の絶対値を表し、赤い領域が一樣流より早く、逆に青い領域は遅い。図中(a)と(b)が SST モデルを用いて計算した結果、(c)と(d)は PIV による計測の結果である。一樣流速に 2 倍の違いがあるが、SST モデルによる計算結果および PIV 計測結果のいずれも、この速度域では、マッハ数およびレイノルズ数の影響は小さいことがわかる。

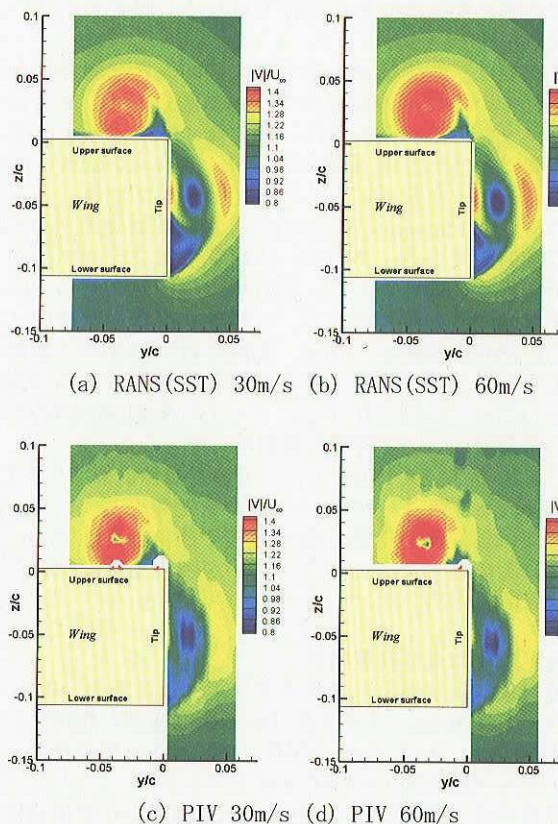


Figure 4 : 迎角 12° で一定のケース

Figure 6は、一様流速を 50m/s で一定とし、迎角が 6° と 12° のケースを比較した図である。図中に示す分布は、Figure 4 と同じく速度の絶対値である。迎角が 6° と 12° のケースを比較すると、翼上面側の渦中心での流速に違いを見ることが出来る。迎角 6° の場合、翼上面側の渦中心で流れが加速しておらず、この傾向は計算と実験の両方で一致している。x/c=0.5 の断面だけではなく流れ場全体を確認するため、Figure 7 に主流方向の渦度成分分布を示す。断面位置は前縁側から、x/c=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 である。迎角 12° では、 6° のケースと比べると、二つの渦が合体する位置が前縁側に近く、また渦度が強いことがわかる。

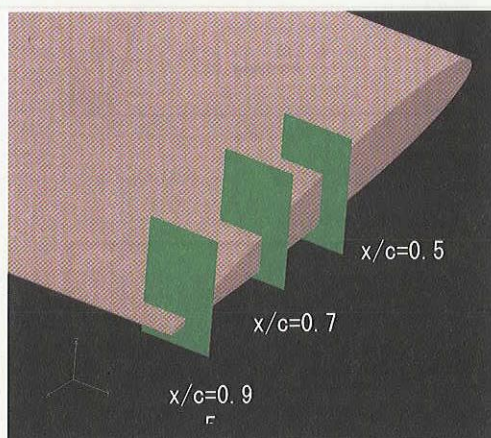


Figure 5 : PIV の計測断面位置

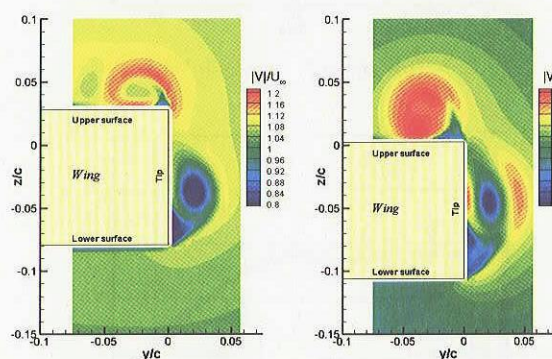
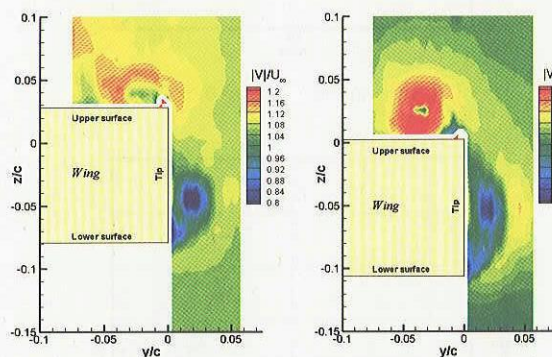
(a) RANS (SST) 6° (b) RANS (SST) 12° (c) PIV 6° (d) PIV 12°

Figure 6 : 流速 50m/s で一定のケース

以上、まとめると流速依存性についての実験および計算結果から、今回計測した範囲では、Mach 数およびレイノルズ数の影響は小さいことが確認できた。一方、迎角依存性についてであるが迎角が高くなると、渦が強くなり、2つの渦（1次渦と2次渦）の合体が前縁側に近づく傾向が見られた。この渦構造が翼端近傍の騒音源になることが知られており、迎角の増大と共に翼端からの騒音も大きくなると予想できる。

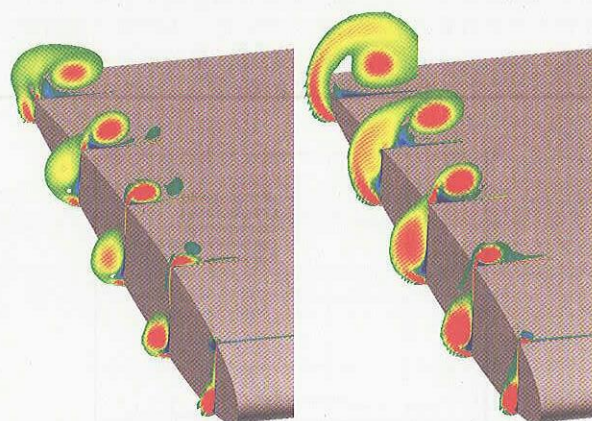
(a) 60m/s, AoA= 6° (b) 60m/s, AoA= 12°

Figure 7 : 主流方向渦度成分の等高線 (定常)

5. Large Eddy Simulation(LES)による解析

5. 1 LES 解法

UPACS をベースに構築された Large Eddy Simulation (LES)コード (UPACS-LES) による非定常計算を実行した。LES 計算では、空間の数値流束の評価に Lele によって開発された空間 6 次精度のコンパクトスキーム¹⁶⁾を用いた。数値振動を抑えるために、Gaitonde, Visbal が提案した空間 6 次精度フィルター¹⁷⁾を用いた。Sub-grid scale のモデル化には、標準スマゴリンスキーモデル¹⁸⁾を採用し、Cs=0.1 とした。また壁面近傍では Van Driest のダンピングを用いた。計算時間は、一様流速を用いた無次元時間で 2.45 まで行った。

計算格子は、RANS 計算で用いた格子であるため、翼根部側において、翼上面側のスパン方向の格子解像度が不足している。その結果、全域を LES 計算すると、翼後縁付近で流れが剥離し、翼端流れ場にも影響を及ぼす結果になった。その対策として、Embedded LES という手法を採用した。格子が細かい翼端近傍では、LES 計算を行い、翼根部では RANS 計算を実行することで、翼根部での剥離を抑えつつ、翼端近傍の非定常な流れを計算できる。

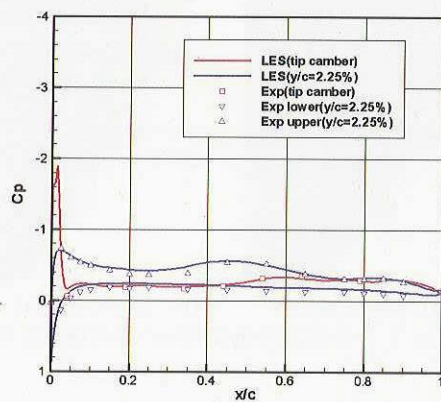
5. 2 LES 解析結果

RANS の計算結果を踏まえ、LES 計算では迎角依存性について把握することを目的とする。一様流速 60m/s, AoA= 6° および 12° の計算を実行し、定常成分のみならず、非定常成分についてどのような違いが現れるのか、検証する。

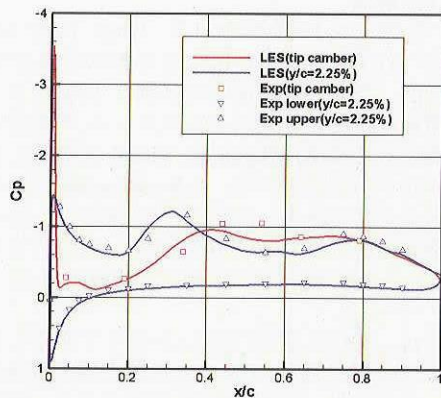
始めに、LES 計算結果を検証するため、流れ場の平均成分について実験と比較する。Figure 8 に翼端近傍での圧力係数分布の比較結果を示す。図中赤で示した線や記号は翼端面のキャンパー上の Cp 分布、青で示した線や記号は翼端から 2.25%コード長だけ span 方向に入った位置での Cp 分布を表す。Figure 8 (a)が迎角 6° , (b)が迎角 12° の計算

結果である。いずれの角度においても、実験と LES の時間平均結果は良好な一致が見られる。

続いて、壁表面での圧力係数の変動成分についてスペクトル解析を行った結果を Figure 9 に示す。計測位置は翼端近傍の上面側で、実験との比較を行った場所は、 $(x/c, y/c) = (0.05, -0.0125), (0.65, -0.0125)$ の 2 点である。図中赤線が LES の計算結果、緑線が実験結果を示す。 $x/c=0.05$ の点では、LES と実験結果は、レベルや分布において良好な一致が見られる。しかし、 $x/c=0.65$ 位置では、LES では高周波数側での減衰が大きく、特に無次元周波数 1 近傍では不自然なピークが計算されてしまっている。まだ格子解像度が足りていないことが主な原因であり、格子依存性について調べていくことが今後の課題である。



(a) $AoA=6^\circ$

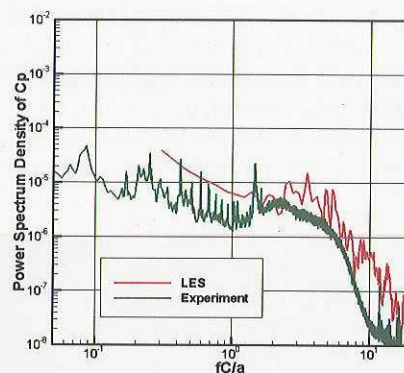


(b) $AoA=12^\circ$

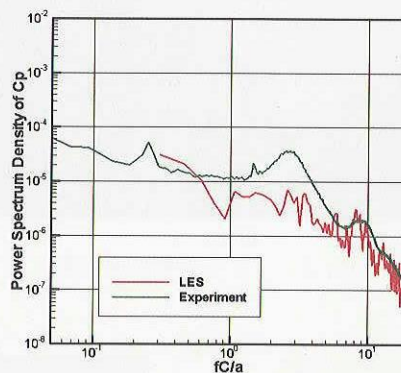
Figure 8 : 翼端近傍の静圧分布の比較

Figure 10 はある瞬間における Δp の等値面上に C_p 分布を描いた結果を示す。迎角 6° のケースでは、2つの渦は後縁付近で合体するため、1次渦は振動せずほぼ定常になる。一方、迎角 12° のケースでは、 $x/c=0.7$ 付近で2つの渦が合体し、それより下流側では1次渦も大きく振動する。Figure 11 は主流方向渦度変動の等値面 (赤: +4, 青: -4) を表す。迎角 6° では翼上面側ではほとんど変動が観察されないのに対し、迎角 12° では、翼端面からの変動が上面側へと巻き上がり、翼端後縁付近で大きな変動が発生している様子が観察される。Figure 12 はある瞬間における翼端近傍の圧力変動分布を表す。翼端面位置における圧力変動を 6° と 12° で比較すると、迎角が大きい 12° の方がより広範囲にわたり、大きな圧力変動が捉えられている。一方、翼上面側について見ると、 6° では1次渦と2次渦の合体がほとんど起きず、1次渦が振動しないため、圧力変動はほとんど見られないのに対し、 12° では渦が合体した後、

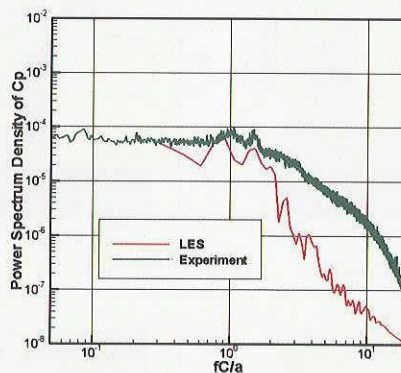
大きく圧力が変動する領域が観察できる。高揚力装置のフラップ端流れにおいても、1次渦が振動し、翼上面を叩くような流れ場になると騒音が大きくなることが知られており、これと一致した結果が得られた。



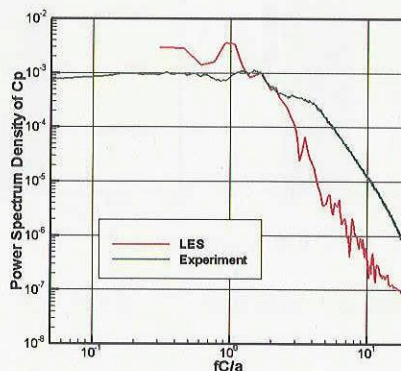
(a) $AoA=6^\circ$, $x/c=0.05$



(b) $AoA=12^\circ$, $x/c=0.05$



(c) $AoA=6^\circ$, $x/c=0.65$



(d) $AoA=12^\circ$, $x/c=0.65$

Figure 9 : 翼端近傍の非定常圧力データの比較

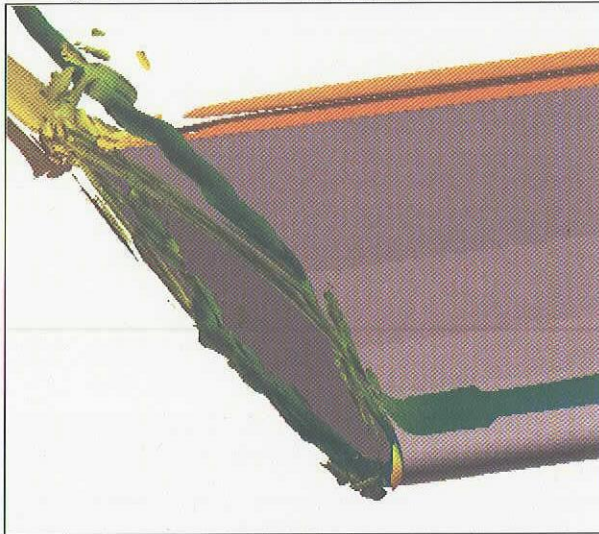
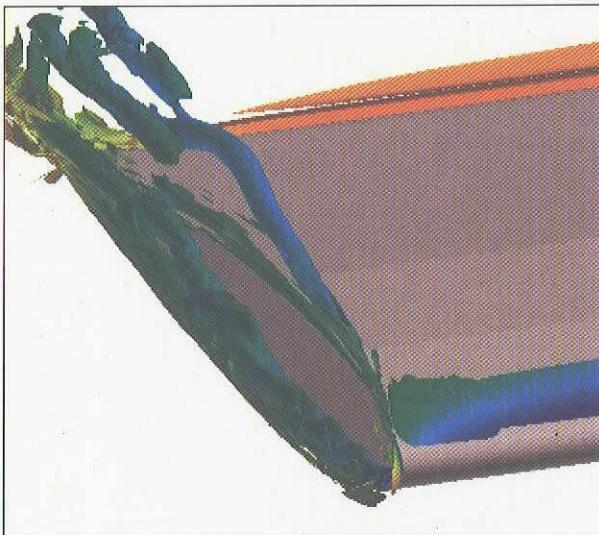

 (a) $AoA=6^\circ$

 (b) $AoA=12^\circ$

Figure 10 : 翼端近傍の静圧分布の比較

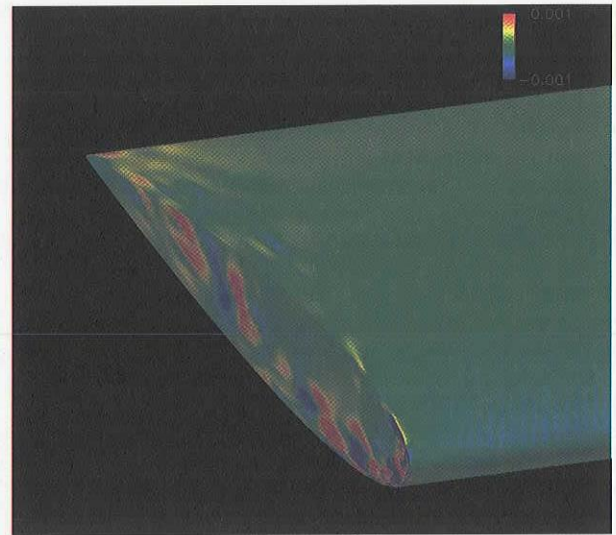
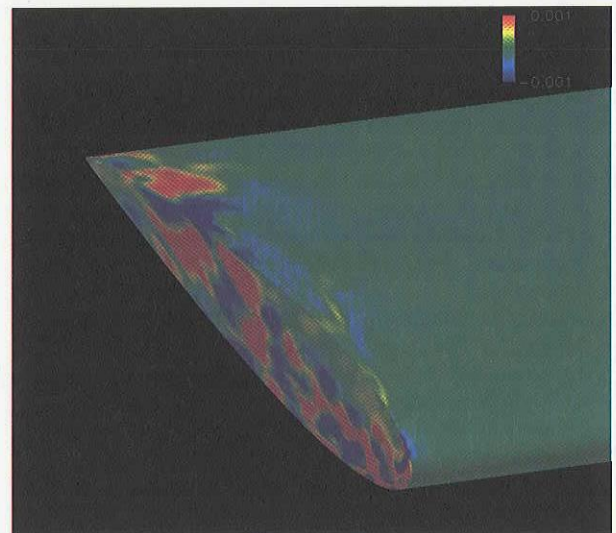
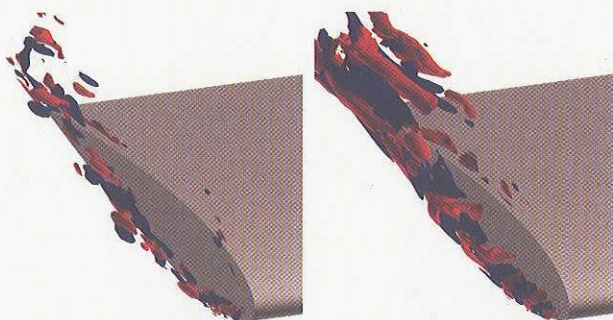

 (a) $AoA=6^\circ$

 (b) $AoA=12^\circ$

Figure 12 : 翼端近傍の静圧分布の比較


 (a) $AoA=6^\circ$

 (b) $AoA=12^\circ$

 Figure 11 : 瞬時の翼端近傍流れ場
(主流方向渦度の変動の等値面)

6. 結論

NACA0012 翼端渦流れ場の RANS, LES 解析を行い、流速および迎角依存性を調べた。

RANS を用いた定常計算より、流速依存性より迎角依存性の方が大きいことが確認された。迎角を増すと渦が強くなり、2つの渦の合体が前縁側に近づく。この渦構造が翼端近傍の騒音源になることが知られており、迎角の増大と共に翼端からの騒音も大きくなると予想できる。

LES を用いた非定常計算より、迎角 6° のケースでは2つの渦がほとんど干渉せず、その結果1次渦は振動しないことが明らかになった。その結果、翼上面側の圧力変動も小さい。一方、迎角 12° のケースでは、 $x/c=0.7$ 以降で2つの渦が合体し、1次渦が蛇行する。1次渦が2次渦を巻き込み、翼上面で大きな圧力変動を生むことがわかった。

今回行った計算では、翼上面で剥離しない条件下で計算を行ったため、最大迎角が 12° であったが、実際の高揚力装置ではフラップの迎角は 30° 前後になる。従って、単独翼端に比べ、大きな騒音源となることが予想される。今後は、単独翼の圧力変動をより高精度に捉えるための格子解

像度を向上させると共に、実際のフラップ形状周りについて計算を実行していく予定である。

参考文献

- 1) Hardin, J. C., "Airframe self-noise - Four Years of Research", NASA TM X-73908, 1976
- 2) Streett, C. L., Lockard, D.P., Singer, B.A., Khorrami, M.R., and Choudhari, M.M., "In Search of the Physics: The Interplay of Experiment and Computation in Airframe Noise Research; Flap-Edge Noise" AIAA paper 2003-977
- 3) Choudhari, M., and Khorrami, M. R., "Computational Study of Porous Treatment for Altering Flap Side-Edge Flow Field", AIAA paper 2003-3113, 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit
- 4) Streett, C.L., "Numerical Simulation of Fluctuations Leading to Noise in a Flap-Edge Flowfield", AIAA paper 98-0628
- 5) Khorrami, M. R., Singer, B. A., Radeztsky, Jr., R. H. "Reynolds Averaged Navier-Stokes Computations of Flap Side-Edge Flow Field", AIAA paper 98-0768
- 6) 榎本俊治, 他, "NACA0012 翼端渦の LES 解析", 機械学会流体工学部門講演会 2004
- 7) Imamura, T., Enomoto, S., Kato, H., Yokokawa, Y., and Yamamoto, K., "Numerical Simulation of NACA0012 Wingtip Flow Leading to Noise Generation", AIAA paper 2005-2864, 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey
- 8) McInerny, S. A., Meecham, W. C., and Soderman, P. T., "Pressure Fluctuations in the Tip Region of a Blunt-Tipped Airfoil", AIAA Journal, Vol.28, No.1, pp. 6-13, 1990
- 9) Watanabe, S., Kato, H., Lei, Z., Imamura, T., and Enomoto, S. "CFD code Validation via Particle Image Velocimetry (PIV)", Proceedings of Aerospace Numerical Simulation Symposium 2004, to be published as JAXA SP (2004) (in Japanese)
- 10) Takaki, R., Yamamoto, K., Yamane, T., Enomoto, S., and Mukai, J., "The Development of the UPACS CFD Environment," in High Performance Computing Proceedings of 5th International Symposium, ISHPC 2003, Ed. Veidenbaum et al., Springer, 2003, pp307-319.
- 11) Murayama, M., Yamamoto, K., and Kobayashi, K., "Validation of Flows on High-Lift Configurations by Structured- and Unstructured- Mesh Method", AIAA paper 2005-1226, 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit
- 12) Yamamoto, K., Ochi, A., Shima, E., and Takaki, R., "CFD Sensitivity of Drag Prediction on DLR-F6 Configuration by Structured Method and Unstructured Method," AIAA Paper 2004-0398, 2004.
- 13) Yamane, T., Yamamoto, K., Enomoto, S., Yamazaki, H., Takaki, R., and Iwamiya, T., "Development of a Common CFD Platform - UPACS -, " in Parallel Computational Fluid Dynamics - Proceedings of the Parallel CFD 2000 Conference, Trondheim, Norway, Elsevier Science B. V., 2001, 257-264.
- 14) Menter, F.R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA Journal Vol.32, No.8, August 1994
- 15) Spalart, P.R., and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", AIAA-92-0439, Jan. (1992)
- 16) Lele, S. K. "Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution", J. Comp. Phys. 103, pp.16-42 (1992)
- 17) Gaitonde, D. V., and Visbal, M. R., "Pade-Type Higher Order Boundary Filters for the Navier-Stokes Equations", AIAA Journal, Vol.38, No.11, 2000, pp2103-2112
- 18) Smagorinsky, J., "General Circulation Experiments with the Primitive Equations", Mon. Weath. Rev., Vol.91, No.3, pp.99-164

Kriging 法を用いた 3 要素翼配置の多目的最適化

金崎 雅博 (ISTA/JAXA), 鄭 信圭 (東北大・流体研),
田中 健太郎 (菱友システムズ), 山本 一臣 (ISTA/JAXA)

Multi-objective Aerodynamic Optimization of Elements' Setting for High-lift Airfoil Using Kriging Model

by

Masahiro Kanazaki, Shinkyu Jeong, Kentaro Tanaka, and Kazuomi Yamamoto

ABSTRACT

In this paper, a multi-objective design optimization for a three-element airfoil consisted of a slat, a main wing, and a flap was carried out. The objective functions were defined as the maximization of lift coefficient at landing ($C_{L\beta}$) and stall conditions (C_{L20}) simultaneously. Genetic Algorithm (GA) was used as an optimizer. Although it has advantage of global exploration, its computational cost is expensive. To reduce the computational cost, the kriging model which was constructed based on several sample designs was introduced. The solution space was explored based on the maximization of Expected Improvement (EI) value corresponding to objective functions on the kriging model to consider the predicted value by kriging model and its uncertainty at the same time. These solutions were used as additional samples to improve the model. In this study, 60 sample points are evaluated using the Reynolds averaged Navier-Stokes simulation (RANS) for the construction of the kriging model. Through the present exploration process, several designs were obtained with better performance than the baseline setting in each objective function. Main-effects of the design variables are calculated to recognize which design variable has an effect on the objective functions. This result suggests that the gap and the deflection of a flap have a remarkable effect on each objective function and the gap of a slat has an effect on C_{L20} . C_{L20} is also affected by the gap and the deflection of a flap.

1. はじめに

本研究では、図1に示すようなスラット、母翼、フラップで構成される高揚力3要素2次元翼について、kriging法¹⁾による近似解を用いた展開位置の多目的設計探索を行う。航空機は着陸時に必要な揚力を確保するため翼後縁にフラップを、また、特に中・大型機等では失速角を遅らせるため翼前縁にスラットを展開させる²⁾。これらは上流側の翼素の循環により、後流側の翼素前縁の負圧ピークを抑え、失速を遅らせる効果がある。着陸時にこれらの翼素が高い性能を示すためには、アプローチ迎角での揚力だけでなく、失速付近の迎角での最大揚力の増大も同時に図り、揚力特性を改善することが求められる(図2)。結果、着陸時の高揚力装置設計問題は多点迎角での揚力を目的関数とした多目的問題となる。

高揚力装置周りの流れは複雑で、各翼素周りでの流れの干渉も伴うため、その設計には高精度なCFD解析が求められる。近年の高揚力装置周りのNavier-Stokes解析技術の高度化や検証³⁻⁵⁾によって、設計への信頼性も高まっている。また、kriging法による近似手法が高揚力装置の空力設計の分野に応用され⁶⁾、効率と設計探索性能の両面で成果を挙げている。

近似手法での誤差を考慮に入れた探索を行うために、文献6ではExpected Improvement値(EI値)を導入した。EI値とは解析解を持つサンプル点と近似解上での予測解との相関から導出される値で、不確かさを考慮しつつ最適性を示す指標である。その値が最大となる設計点を近似解上で探索し、逐次的に解析解を求めなおしてサンプル点として加えることにより、近似解を修正しつつ、効率的に解空間を探索していくことが出来る。この手法の特徴として、近似解を用いることから、解空間を探索するための計算回数が少なく、高精度な評価手法を採用しやすい点にある。

こうした背景を踏まえ、本研究では高揚力装置の揚力特性改善を目的とし、kriging法による近似解上で算出されるEI値の最大化を多目的遺伝的アルゴリズム(MOGA)^{7,8)}を用いて行った。迎角スイープを行って揚力特性を把握しつつ最適化作業を行うと、計算時間が膨大となるため、本研究では着陸迎角と失速直前の迎角2点での揚力同時最大化

問題を取り扱う。また、CFD解析にはReynolds平均Navier-Stokes方程式(RANS)を用いた。

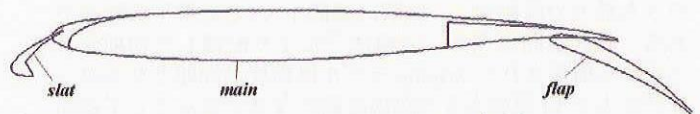


図1 ベースラインとした3要素翼

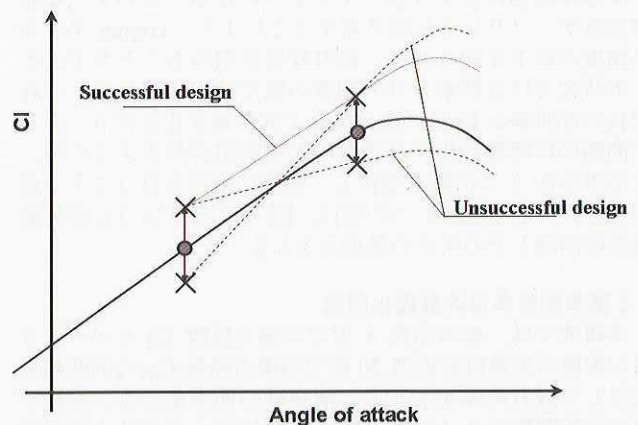


図2 揚力特性を考慮した最適化

2. 計算方法

2.1 最適化手法

本研究ではMOGAの改良版である領域分割型MOGA(DRMOGA)⁸⁾に基づく最適解探索をkrigingモデルによる近似解を用いて行う。DRMOGAの特徴は、GAにおける個体群(母集団)をある目的関数に従ってソートして分割し、その分割されたサブ母集団ごとに従来のMOGAの操作を行う点である(図3)。数世代ごとに再度、ソートの対象とする目的関数を変更して子集団の再編成が行われ、その新た

な子集団の中で再び MOGA の操作を行う。この手法の優れている点は、それぞれのサブ母集団に含まれる個体同士が目的関数空間において近傍にあり、まったくかけ離れた個体同士の交叉が防がれ、効率的かつ大域的に解を探索できることである。こうした手法を近傍培養スキーム⁹⁾と言う。さらに、子集団の再編成により、解の多様性を維持することができ、局所解に陥ることを防ぐことができる点も大きな利点である。これらの特徴は本研究で扱うような実用問題に対して効果的であることが期待される。

本研究では解空間の把握に近似手法を導入する。GA は大域解の探索において有利であるが、探索のための計算回数が多大であるという問題点がある。そこで、サンプリングによる少ない評価回数で kriging 法による近似解を求め、多目的設計探索を試みる。Kriging 法は解と設計空間の相関を考慮した近似手法で、多峰性のある問題についても高い精度で設計空間での解の変化を予測することが出来る。本研究では、2 つの目的関数を取り扱うため、近似解も 2 つ構築し、多目的問題への適用を図った。

近似手法の問題点として、近似解上で予測した目的関数の値には誤差が含まれる点が挙げられる。この問題点に対して、近似解上での誤差の程度を見積もりつつ、最適性の高い部分で大きい値を示す指標である Expected Improvement (EI) 値を利用した探索手法がある¹⁾。EI 値は Φ を正規分布、 ϕ を確率密度関数とすると、次の式で表される

$$E[I(\mathbf{x})] = (\hat{y} - f_{\max}) \Phi\left(\frac{\hat{y} - f_{\max}}{s}\right) + s \phi\left(\frac{\hat{y} - f_{\max}}{s}\right) \quad (1)$$

ここで、 \hat{y} は未知の設計点 \mathbf{x} での応答、 f_{\max} はサンプル点のうち最大の評価値、 s は設計空間上での 2 乗平均誤差である。設計空間にラテン方格法⁶⁾により配置した初期サンプルから構築された kriging モデルは精度が問題となるが、モデル上で EI 値の大きな箇所を新たなサンプルとして追加する作業を逐次的に行うと精度の向上につながる。また、サンプルを追加する作業を繰り返すと、EI 値の大きなサンプル点は最適性をより強く示すようになる。このような特徴からサンプリングを繰り返すことにより、kriging モデルの精度の向上を図りつつ、設計探索を進めることができる。

本研究では近似解を目的関数の数だけ用意した後、それぞれの近似解を EI 値に置き換えて同時最大化を行う。多目的問題の同時最大化では多数の非劣解集合が求まるため、その中から 3 つの解を選択し、実際に解析を行うことで追加サンプルとした。3 つの解は、図 4 に示すように非劣解集合の両端とその中点の最近点とした。

2.2 翼素配置多目的最適化問題

本研究では、着陸迎角 8 度での揚力係数 C_{L8} とベースライン配置の失速付近迎角 20 度での揚力係数 C_{L20} の同時最大化として設計問題を設定し、解空間の探索を行う。それぞれの目的関数は 2.1 で述べた方法で kriging モデル上の対応する EI 値 ($EI_{C_{L8}}$ と $EI_{C_{L20}}$) に再計算され、近似解の精度を上げる追加サンプルを求めるため、2 つの EI 値の同時最大化を行い、追加サンプル点を選択する。これらの解から、追加サンプルを求めると同時に、そのサンプル点の C_{L8} と C_{L20} を、解空間の探索へ反映させる。

位置を決定するパラメータについては、図 5 のように定義し、設計範囲は経験的に以下のようにした。

- 1) スラット取り付け角：
 $20\text{deg.} \leq \theta_{\text{slat}} \leq 30\text{deg.}$
- 2) スラットの overlap：
 $-0.01 c \leq \text{overlap}_{\text{slat}} \leq 0.01 c$

- 3) スラットの gap：
 $0.01 c \leq \text{gap}_{\text{slat}} \leq 0.04 c$
- 4) フラップの取り付け角：
 $30\text{deg.} \leq \theta_{\text{flap}} \leq 40\text{deg.}$
- 5) フラップの overlap：
 $-0.01 c \leq \text{overlap}_{\text{flap}} \leq 0.01 c$
- 6) フラップの gap：
 $0.01 c \leq \text{gap}_{\text{flap}}/c \leq 0.03 c$

ここで、 c は各翼素を母翼に収納したときの主翼の基本コード長である。

2.3 評価計算

空力性能評価には、宇宙航空研究開発機構総合技術研究本部で開発された CFD 共通基盤プログラム UPACS¹⁰⁾ を用いた。支配方程式には RANS を用い、全面乱流を仮定した。流束計算には ROE の流速差分法を用い、3 次精度 MUSCL 法で高精度化した。乱流計算には Spalart-Allmaras モデルを適用した。Mach 数は 0.2、Reynolds 数は実機寸数に対応する 1.24×10^7 とした。

空間離散化には構造格子法を用い、複雑な多翼素展開形態に対応するためにマルチブロック法を適用した。外部境界は基本コード長の 100 倍の位置に設定した。また、翼素移動に伴う格子再生成については動的格子法¹¹⁾を用いた。ブロック数は 35、セル数は約 1 万である。

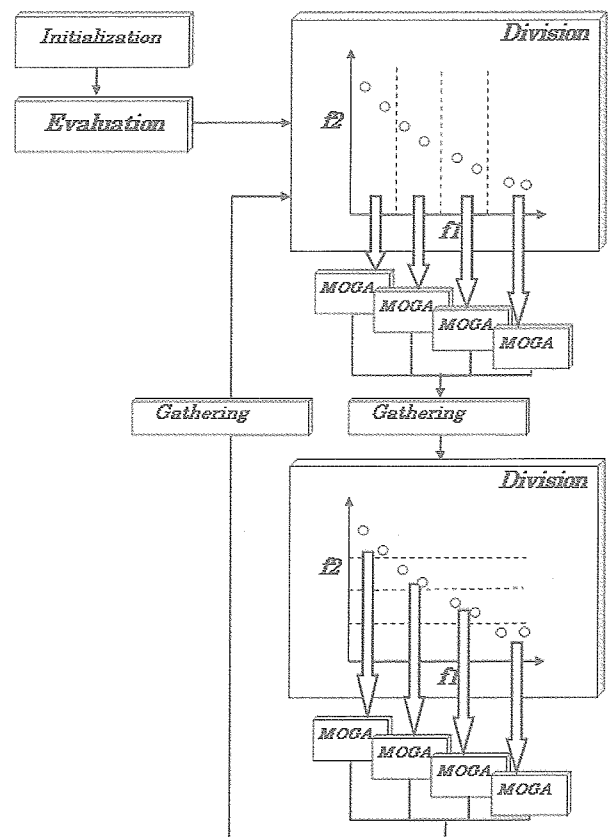


図 3 2 目的問題に対する DRMOGA のフローチャート

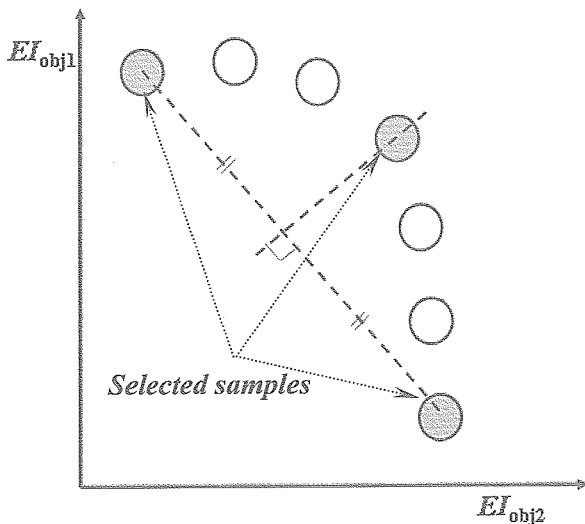


図4 非劣解集合からの追加サンプルの抜き出し

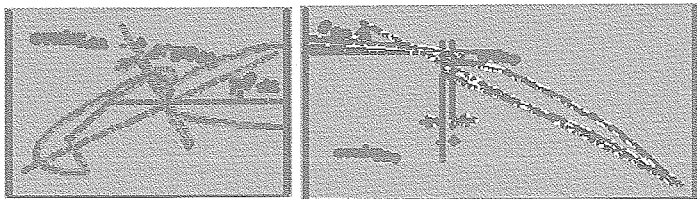


図5 翼素配置の設計変数

3. 結果

3.1 多目的設計探索結果

図6に多目的設計探索結果を示す。2.1節で述べた探索手法を10回繰り返したことにより、サンプリング回数を重ねるごとに最適な方向に解が移動している。また、初期形状よりも優れた形状を多数サンプリングすることが出来ている。これは、本手法により、少ない解析回数で、近似解の探索による設計を行うことができることを示している。

設計結果とBaseline形状の比較のために図6から探索によって得られたサンプルのうち C_{l8} について最も良いものについて選び出した。なお、この設計候補は C_{l20} についてもBaselineを上回る評価値を示している。表1にはBaseline形状と選択した形状の評価値と設計変数の比較を、図7には設計迎角での C_p 分布の比較を示す。図7(a)から選択した形状は迎角8度では母翼の前縁で負圧のピークがBaselineよりも高くなり、上面全般にわたりより大きな負圧を実現し、揚力係数の上昇につながっていることが分かる。また、図7(b)から、迎角20度のときの揚力係数の上昇は、特に母翼前縁での負圧のピークが大きくなっていることが作用していると言える。これはBaselineに比べスラットのギャップが大きくなり、スラットの循環による影響が母翼前縁で弱くなっていることに起因すると考えられる。

3.2 kriging 法による近似解空間

図8, 9に揚力係数に関する近似曲面を示す。設計変数空間は6次であるため、応答をプロットしない設計変数の値

は表1に示すBaselineの値とした。それぞれ $\Delta\theta_{\text{flap-gap}}_{\text{flap}}$ と C_{l8} , $\Delta\theta_{\text{slat-gap}}_{\text{slat}}$ と C_{l20} についての近似応答曲面をそれぞれ示した。それぞれのパラメータはその影響が高いもの(後述)を選び、プロットした。図8, 9ともに(a)が初期の30サンプルのみによる応答曲面、(b)が10回追加サンプリングを行い30サンプルの追加を行った計60サンプルからの応答曲面である。追加サンプルはEI値の最大化に基づいて選ばれるため、特に最適解近傍での近似精度の向上が見込まれる。

図8より、サンプルを追加することによって C_{l8} のピーク位置が変化していることがわかる。これは、追加サンプリングにより最適値(ピーク)近傍が詳しく探索されたことを示している。また、設定したフラップ角は設計範囲上限近くまで下げ、ギャップは小さくすると評価値 C_{l8} が高くなっている。これは母翼からフラップにかけてのキャンバーの効果が表れているものと考えられる。

図9より、サンプルの追加によって、 C_{l20} のピークが絞り込まれている。これは初期サンプルによる近似解の誤差が高いところにサンプルが追加され、精度が上がったためと考えられる。

図10には合計60サンプルから求められた主効果線図を示す。主効果とはある設計変数 x_i が変化したときの、近似解の変動を表したもので、主効果 $\mu(x_i)$ は次の式で計算される。

$$\mu_i(x_i) \equiv \int \cdots \int \hat{y}(x_1, \dots, x_n) dx_1, \dots, dx_{i-1}, dx_{i+1}, \dots, dx_n - \mu \quad (1)$$

ここで、 \hat{y} は kriging モデルから予測される近似値、 μ は \hat{y} を解空間全体で積分したもので、次式で表される。

$$\mu \equiv \int \cdots \int \hat{y}(x_1, \dots, x_n) dx_1, \dots, dx_n \quad (2)$$

図10の横軸は設計範囲で正規化された各設計変数である。このように、近似解の変動を主効果に置き換えて見ることは解空間全体の把握に有効である。

図10(a)は C_{l8} についての主効果である。この図から、スラットのオーバーラップについて変動がほとんど認められず、 C_{l8} への寄与が小さいことがわかる。一方で、フラップのギャップについては設計範囲の中間で最大値を迎えており、 C_{l8} への寄与が大きく、適切な範囲に設定されたパラメータと言える。また、フラップの角度については単調増加の傾向にあり、設計範囲の上限より高いところでピークを迎えると考えられ、設計範囲の再検討の対象と成り得るが、フラップ角が40度を超えることが現実的に適切かどうかなどについても注意する必要がある。

図10(b)は C_{l20} についての主効果である。この図から、スラットのギャップが C_{l20} に影響を与え、また、設定した範囲も適切であると言える。また、 C_{l8} ではその変動がほとんど見られなかったスラットのオーバーラップについても変動が見られているため、高い迎角ではスラットの効果により失速を遅らせることが出来ることを確認できる。また、フラップのギャップやフラップ角にも変動が大きく、寄与が認められることから、高い迎角ではスラットとフラップが相互に作用して揚力係数が決まっていることが分かる。これは母翼とフラップそれぞれの直前にある翼素(スラットと母翼)の循環が作用しあって翼全体の揚力特性が決まることを示している。

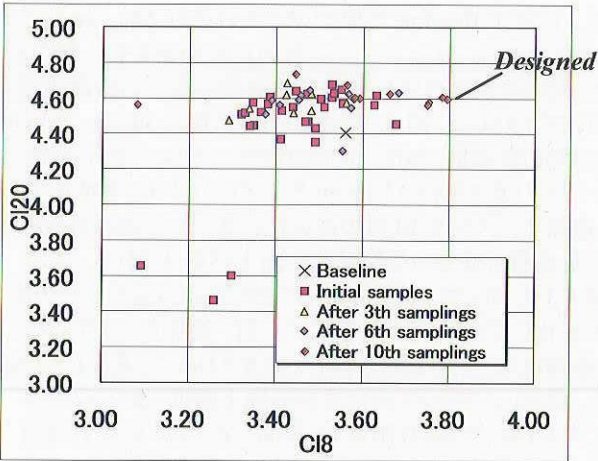
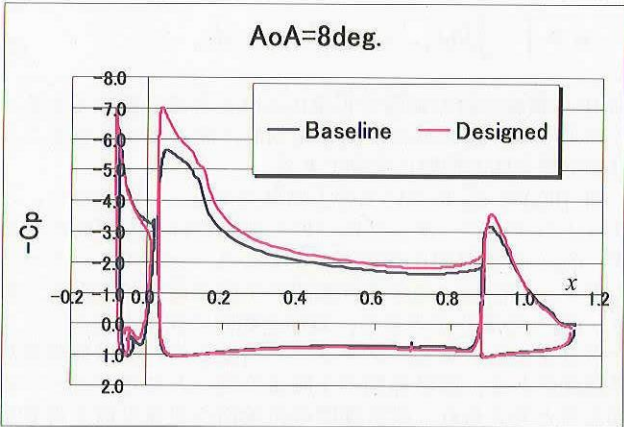


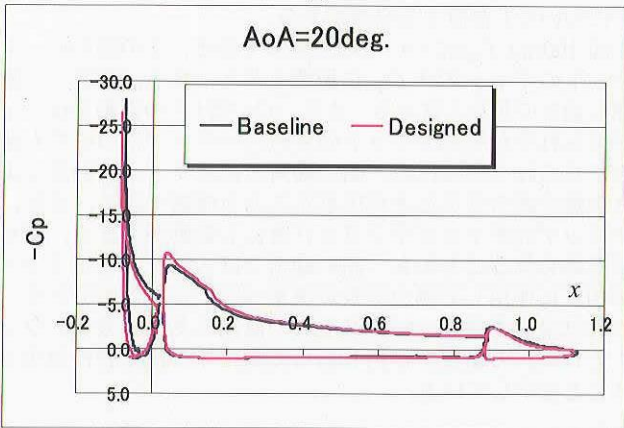
図 6 多目的設計探索による解空間

表 1 Baseline 形状と探索によって選んだ解

	Baseline	Designed
C_{l8}	3.56	3.80
C_{l20}	4.41	4.59
θ_{slat}	25.0000	23.1319
$overlap_{slat}$	0.0050	-0.0096
gap_{slat}	0.0169	0.0293
θ_{flap}	35.0000	39.9800
$overlap_{flap}$	0.0100	0.0092
gap_{flap}	0.0166	0.0116

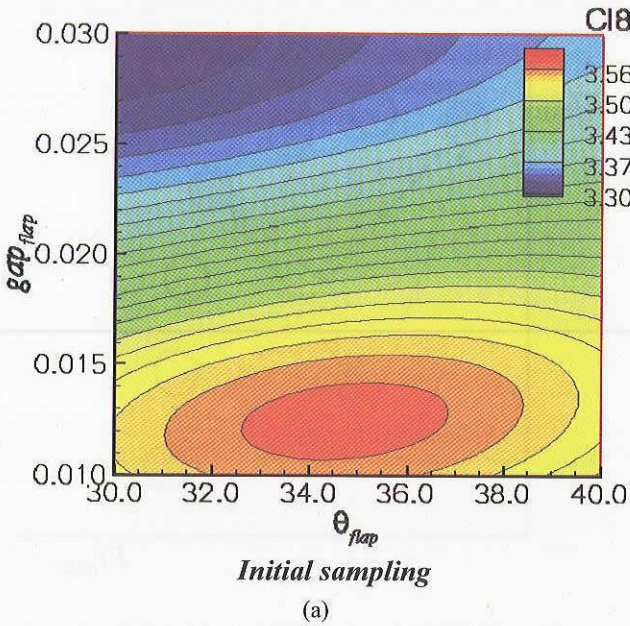


(a)

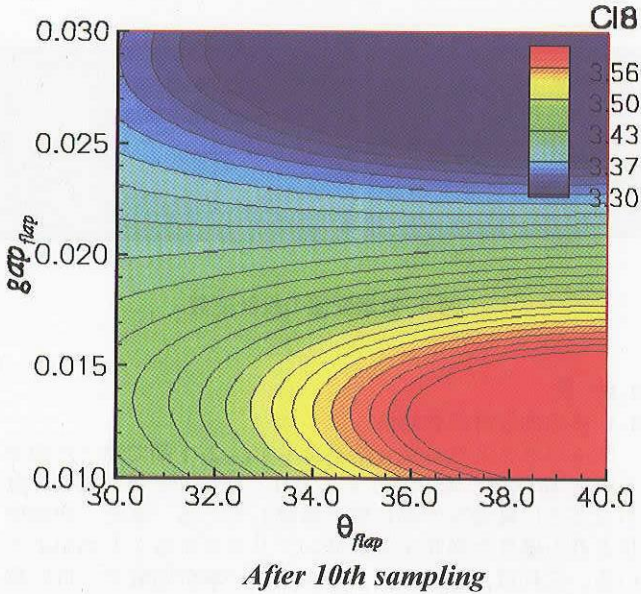


(b)

図 7 Baseline 設計と選択した設計との比較: (a)迎角 8 度, (b)迎角 20 度

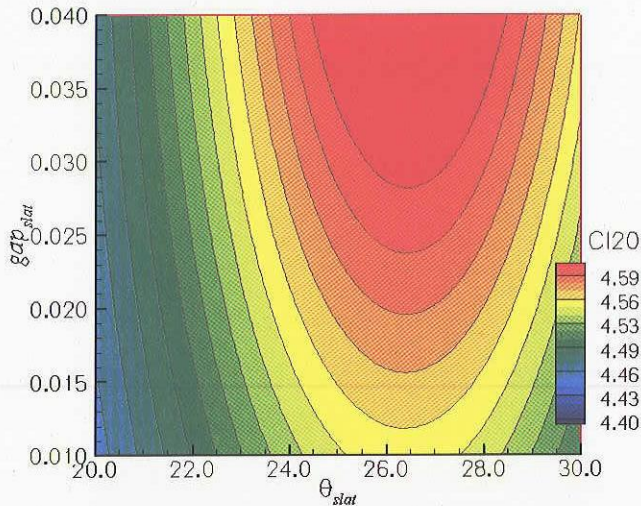


(a)



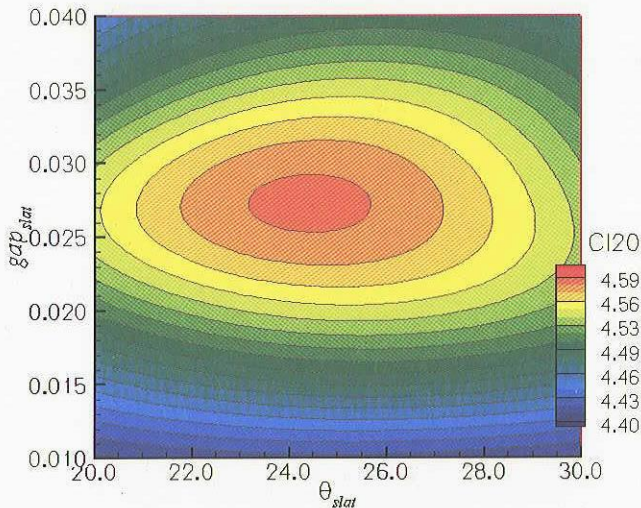
(b)

図 8 C_{l8} の θ_{flap} - gap_{flap} についての応答曲面: (a)初期のサンプリング, (b)10 回のサンプル追加後



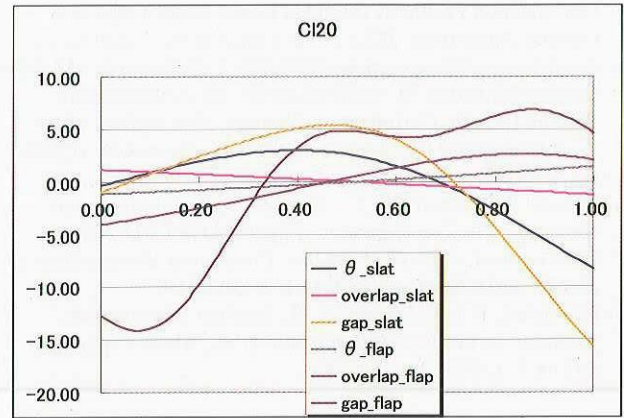
Initial sampling

(a)



After 10th sampling

(b)

図9 C_{120} の θ_{slat} - gap_{slat} についての応答曲面: (a)初期のサンプリング, (b)10回のサンプル追加後

(b)

図10 主効果線図: (a) C_{18} , (b) C_{120}

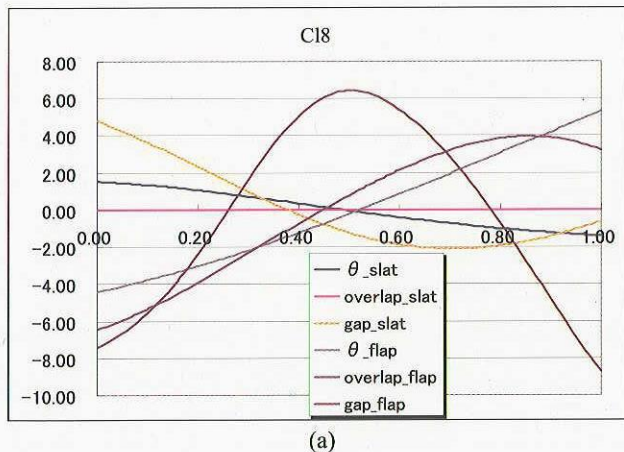
4. まとめ

3 要素翼の揚力特性の改善を目的として、サンプリングの結果から kriging 法による近似解を用いた設計空間の探索を行った。揚力特性の改善のために、設計問題は着陸迎角と失速迎角付近の揚力係数の同時最大化問題とした。この問題に対し、近似解の誤差と設計の最適性とのバランスを示す EI 値を導入し、それを指標としてサンプル点を逐次的に追加していくことにより、設計探索を行った。また、探索は領域分割型 MOGA により行ったが、これは大域的探索に効果的である反面、計算回数が膨大になる。こうした問題に対して、近似解の利用により設計の効率を高め、精度の高い RANS による評価手法を採用することが出来た。

これらの手法から、基準とした形状と比較して優秀な個体を多数見出した。また、近似曲面を利用し、効率良く設計空間と解空間の関係を把握し、設計候補を選択することが出来、Baseline 形状との性能比較を行った。また、近似解のプロットや主効果線図の利用により、解空間と設計空間の特長について検討を行い、それらの関係の把握に有効であることを確認した。

参考文献

- 1) Anthony, A. G., and Layne, T. W.: A Comparison of Approximation Modeling Techniques: Polynomial Versus Interpolating Models, AIAA Paper 98-4758, (1998).
- 2) van Dam, C. P.: The aerodynamic design of multi-element high-lift systems for transport airplanes, *Progress in Aerospace Science*, Vol. 38, (2002), p. p. 101-144.
- 3) Murayama, M., Lei, Z., Mukai, J., and Yamamoto, K.: CFD Validation for High Lift Devices: Three-Element Airfoil, *Proceedings of 2004 KSAS-JSASS Joint Symposium on Aerospace Engineering*, (2004).
- 4) Mani, M., and Bushm R. H: Overlapping Grid Method for High-Lift and Store Carriage Applications, AIAA Paper 93-3428, (1993).
- 5) Mathias, D. L., and Cummings, R. M.: Navier-Stokes Analysis of the Flow About a Flap Edge, *Journal of Aircraft*, Vol. 35, No. 6, (1998), p. p. 833-838.
- 6) Jeong, S., Murayama, M., and Yamamoto, K.: Efficient Optimization Design Method Using Kriging Model, AIAA Paper 2004-118, (2004).
- 7) Fonseca, C. M. and Fleming, P. J.: Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization, *Proceedings of the 5th ICGA*, (1993), pp. 416-423.
- 8) Hiroyasu, T., Miki, M. and Watanabe, S.: The New Model of Parallel Genetic Algorithm in Multi-Objective



(a)

- Optimization Problems (Divided Range Multi-Objective Genetic Algorithm), *IEEE Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation 2000*, Vol. 1, (2000), pp. 333-340.
- 9) Gorges-Schleuter, M.: ASPARAGOS An Asynchronous Parallel Genetic Optimization Strategy, *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms*, (1989), pp. 422-427.
 - 10) Takaki, R., Yamamoto, K., Yamane, T., Enomoto, S. and Mukai, J.: The Development of the UPACS CFD Environment, *High Performance Computing, Proceedings of ISHPC 2003*, Springer, (2003), p. p. 307-319.
 - 11) Crumpton, P. I. and Giles, M. B.: Implicit time accurate solutions on unstructured dynamic grids, AIAA Paper 95-1671-CP, (1995), pp.284-294.

ロケットエンジン同軸型噴射器まわりの燃焼シミュレーション

松山新吾, 新城淳史, 溝淵泰寛, 小川哲
宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部

A Numerical Simulation of Shear Coaxial LOX/GH₂ Jet Flame

by

Shingo Matsuyama, Junji Shinjo, Yasuhiro Mizobuchi, Satoru Ogawa

ABSTRACT

Numerical simulation of liquid oxygen/gaseous hydrogen rocket engine combustor is conducted to investigate the flame structure under supercritical pressure. A preliminary result by an axisymmetric numerical simulation with detailed chemistry is shown for a single shear coaxial injector element which follows the experiment by Mayer and Tamura. A real gas effect under supercritical pressure is accounted for by van der Waals equation of state. A fine mesh system with minimum mesh spacing of 5 μ m is employed to resolve a thin reaction layer under high pressure environment. A stable flame, though unsteady, is obtained by the present simulation. Fundamental features of the flame are clarified by a brief and short-term (for 0.8msec) observation of the simulated result. Small eddies, which are generated intermittently at the upper corner of the LOX post tip, interact and coalescence with their neighboring eddies while convecting downstream. A recirculation zone near the LOX post tip drives the GH₂ flow toward the LOX stream, which anchors the flame and results in a stationary combustion. The flame edge attaches to the LOX post tip and non-premixed combustion occurs. The flame thickness is less than 0.1mm. No local extinction is observed during the simulation. The present simulation has succeeded to capture the unsteady flame with very thin reaction layer at supercritical pressure.

1. はじめに

H-IIA, Delta IV, Ariane V などの打ち上げシステムには、主に液酸/液水ロケットエンジンが採用されている。これらの打ち上げシステムの第一段エンジンである、LE-7A, RS-68, Vulcain エンジンに現在比較的安定して運用されているが、ロケットエンジン燃焼器の内部で生じている燃焼過程に対する理解は未だ不十分である。その要因は、燃焼器内部では、液体酸素の微粒化、蒸発、混合、燃焼といった複雑な過程を伴うためである。そのような複雑な過程を伴う燃焼を理解すべく多くの研究が行われてきたが⁽¹⁻⁹⁾、いまだ十分なレベルに達しているとは言いがたい。したがって、実際の燃焼器設計では、試験の積み重ね、試行錯誤の繰り返しによって得られたノウハウに頼るところが大きく、エンジン性能の向上・新規エンジンの開発を行う上で、開発期間を長期化し、開発コストを増大する要因となっている。

一方で、近年の著しい計算機能力の向上によって、詳細な反応機構を用いた燃焼シミュレーションが行われ、火炎の構造を理解する上で重要なツールになってきている^(10,11)。今後、ロケットエンジン燃焼器の開発においても、数値シミュレーションが重要なツールとなりうると思われる。しかしながら、ロケットエンジン燃焼器のシミュレーションを実現する上で困難となるのは、第一に、酸素は液体の状態で噴射されるため、基本的には気液二相流としての取り扱いが必要なことである。さらに、燃焼器のサイズが数十 cm のスケールであることに對し、高圧力下での燃焼で生じる火炎厚さは 1mm 以下のスケールになることである。このようなごく薄い火炎を高解像度の計算格子を用いて DNS 的にとらえながら、燃焼器全体のシミュレーションを実行することは、現状の計算機性能では完全に不可能である。したがって今のところ、ロケットエンジンの燃焼器シミュレーションは必然的に LES もしくは RANS に火炎モデルを用いたアプローチに頼らざるを得ない。すでに、ロケットエンジン燃焼器をターゲットとした LES がいくつか行われ始めてはいるが^(1-3,5)、火炎のモデリングや、実験との比較によるシミュレーション結果の検証など、まだまだ解決すべき問題は多い。

著者らも、ロケットエンジン燃焼器内部の基本的な火炎構造を把握することを目指して、基礎的な燃焼シミュレー

ションを開始している。本報では、ロケットエンジン燃焼器の基本要素である、同軸型噴射エレメントについて燃焼シミュレーションを行った結果について報告する。最終的には火炎モデルを用いた LES を視野に入れているが、今回の計算では、火炎モデルと乱流モデルは用いずに、高解像度の計算格子を用いて詳細な素反応機構を解くことによって火炎を直接模擬した。

2. 解析対象

解析対象は図 1 に示す同軸型噴射エレメントである。液体酸素 (LOX) 噴射ノズルの周りに円環状の気体水素 (GH₂) 噴射ノズルが配置されており、気相-液相間の相互作用によって燃料と酸化剤の混合・拡散を促進し燃焼させるというものである。このような同軸型噴射エレメントは、多くの液酸/液水ロケットエンジンに採用されており、LE-7A エンジンでは約 300 本用いられている。

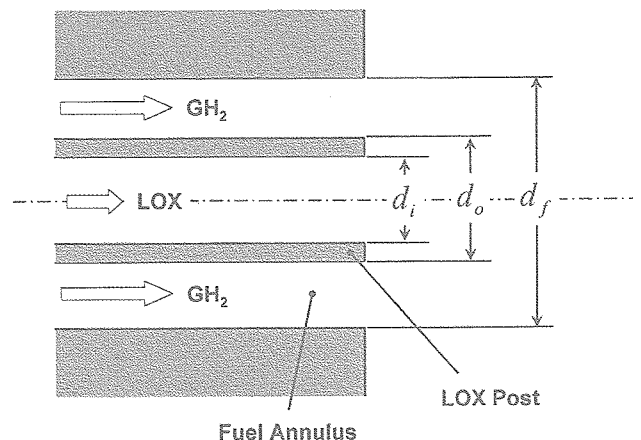


図 1 同軸型噴射エレメント

計算条件は、Mayer と Tamura によって行われた、超臨界圧力 (10MPa) における LOX/GH₂ 燃焼・可視化試験⁽⁶⁾を模擬したものである。この燃焼・可視化試験では、円筒形燃

焼器の端に単一の同軸型噴射エレメントが設置され、観測窓を通して計測が行われた。噴射ノズル・燃焼器の寸法、および、LOX/GH₂の噴射条件を表1に示す。LOXの噴射温度は酸素の臨界温度（154K）よりも低い、燃焼器内部の圧力は酸素の臨界圧力（5.04MPa）を大きく超えており、超臨界圧力下にある。このような条件下では、通常の気液二相流とは異なり、気相－液相間で不連続な相変化が生じず、相界面は不明確になる。実際の試験においても、そのような可視化結果が報告されている⁽⁶⁾。

表1 噴射ノズル・燃焼器寸法、LOX/GH₂噴射条件

液体酸素噴射ノズル内径, d_i	1 mm
液体酸素噴射ノズル外径, d_o	1.6 mm
水素噴射ノズル直径, d_f	3.9 mm
液体酸素噴射速度	40 m/sec
液体酸素噴射温度	150 K
水素噴射速度	300 m/sec
水素噴射温度	300 K
燃焼器内圧力	10 MPa
燃焼器直径	40 mm
燃焼器全長	400 mm

3. 数値計算手法

3. 1. 支配方程式と離散化

支配方程式は軸対称を仮定した Navier-Stokes 方程式である。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} + H = \frac{\partial F_{vj}}{\partial x_j} + H_v + H_c, \quad (1)$$

ここで、

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ E \\ \rho z_s \end{bmatrix},$$

$$F_j = \begin{bmatrix} \rho u_j \\ \rho u_1 u_j + p \delta_{1j} \\ \rho u_2 u_j + p \delta_{2j} \\ (E + p) u_j \\ \rho z_s u_j \end{bmatrix}, \quad F_{vj} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2j} \\ \tau_{jk} u_k - q_j \\ -\rho D_s \frac{\partial z_s}{\partial x_j} \end{bmatrix},$$

$$H = \frac{1}{x_2} \begin{bmatrix} \rho u_2 \\ \rho u_1 u_2 \\ \rho u_2 u_2 \\ (E + p) u_2 \\ \rho z_s u_2 \end{bmatrix}, \quad H_v = \frac{1}{x_2} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2\theta} \\ \tau_{2k} u_k - q_2 \\ -\rho D_s \frac{\partial z_s}{\partial x_2} \end{bmatrix},$$

$$H_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_s \end{bmatrix}.$$

$$E = e + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2), \quad (2)$$

$$e = \sum_s \rho z_s H_s - p, \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{u_2}{x_2} \right), \quad (4)$$

$$\tau_{2\theta} = 2\mu \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{u_2}{x_2} \right), \quad (5)$$

$$q_j = \kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} + \sum_s \rho D_s H_s \frac{\partial z_s}{\partial x_j}. \quad (6)$$

z_s , H_s , w_s はそれぞれ、化学種 s の、単位質量あたりのモル数、1モルあたりのエンタルピー、および、反応による生成項である。その他の記号は慣用に従う。

化学種として H₂, O₂, OH, H₂O, H, O, H₂O₂, HO₂ の 8 化学種を考慮し、化学反応モデルには Westbrook による 17 反応モデルを用いた⁽¹²⁾。通常、気相－液相間の界面では表面張力が働き、蒸発による不連続な密度変化が生じるため、界面をラグランジュ的に追跡して特別に扱う必要がある。しかし、本計算で対象としている超臨界圧力下では、気相－液相間の相変化には密度の不連続を伴わない。また、表面張力、蒸発潜熱も小さくなることから、LOX と GH₂ を単一的に考え、オイラー的に取り扱っている。

支配方程式は有限体積的手法により離散化し、対流流束は空間 2 次精度の AUSM-DV スキーム⁽¹³⁾により求める。粘性流束は中心差分的手法により求め、化学種の質量保存を保つように修正を施している⁽¹⁴⁾。時間積分には Euler 法による完全陽解法を用いる。今回の計算では、計算格子幅が非常に小さいことによって時間刻みが制限されるため、反応による化学種の生成項に対して特別な取り扱いを行わない。また、今回は、乱流モデルは用いずに計算を行っている。乱流の取り扱いに関しては今後の課題であると考えている。

3. 2 状態方程式、熱力学諸量、輸送係数

本計算では、10MPa という高い燃焼器圧力に加え、LOX の噴射温度は 150K と非常に低い温度のため、実在気体効果が無視できなくなる。そこで、状態方程式として以下の van der Waals (vdW) 状態方程式を用いる⁽¹⁵⁾。

$$p = \frac{R_u T}{V - b_m} - \frac{a_m}{V^2}, \quad (7)$$

ここで、 R_u は一般気体定数、 V はモル体積を表す。また、混合気体の van der Waals 係数 a_m , b_m は以下のように求める。

$$a_m = \sum_i \sum_j X_i X_j (a_i a_j)^{1/2}, \quad a_i = \frac{27}{64} \frac{R_u^2 T_{c,i}^2}{P_{c,i}}, \quad (8)$$

$$b_m = \sum_i X_i b_i, \quad b_i = \frac{1}{8} \frac{R_u T_{c,i}}{P_{c,i}} \quad (9)$$

$X_i, P_{c,i}, T_{c,i}$ はそれぞれ化学種 i のモル分率, 臨界圧力, 臨界温度である。

音速は vdW 状態方程式に基づいて導出した。また, エンタルピ, モル比熱といった物性値は, departure function を用いて常圧での状態からのずれを評価した⁽¹⁵⁾。輸送係数についても, 高圧力による効果を評価する必要があるが⁽¹⁶⁾, 今回は通常の Lennard-Jones ポテンシャルに基づいた手法によって求めた⁽¹⁷⁾。

3. 3 計算格子

図2に, 噴射ノズル出口近傍の計算格子を示す。計算領域は, LOX/GH₂ 噴射ノズル部と燃焼器部に分かれており, LOX 噴射ノズル内部に 70×60 セル, GH₂ 噴射ノズル内部に 70×120 セル, 燃焼器部について 910×300 セルを配置している。今回の計算では, 噴射ノズル出口付近に形成される薄い火炎を捉え, 基本的な構造を把握する。そのため, LOX 噴射ノズルポスト近傍の領域 ($0 < x < 3.0\text{mm}$, $0.3 < y < 1.1\text{mm}$) を 5 μm の等間隔格子幅で解像する (合計で 630×160 セル)。ただし, LOX ポスト壁面での最小格子幅は 1 μm としている。計算は領域分割に基づいて並列化し, 並列計算を宇宙航空研究開発機構 (JAXA) 総合技術研究本部 (ISTA) に設置されている中央 NS システム (CeNSS) 上で 68CPU を用いて行った。並列計算の実効性能は約 30Gflops を達成している。

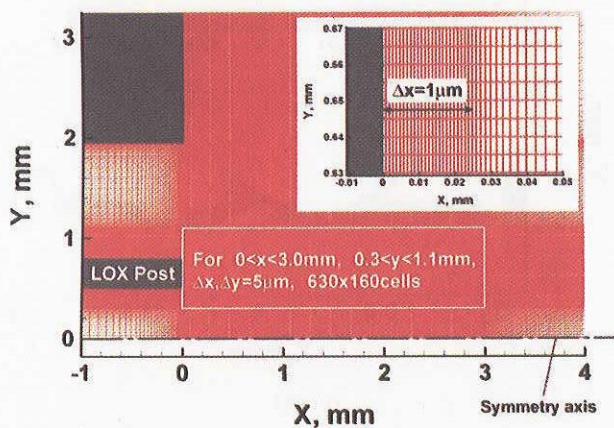


図2 噴射ノズル出口近傍の計算格子

3. 4 境界条件

境界条件は, 以下の通りである: LOX/GH₂ の流入条件は完全に層流を仮定し, 人工的な擾乱などは加えない。壁面ではすべりなしで 300K の等温壁, 非触媒性条件を仮定した。流出境界では無反射条件を用いた⁽¹⁸⁾。

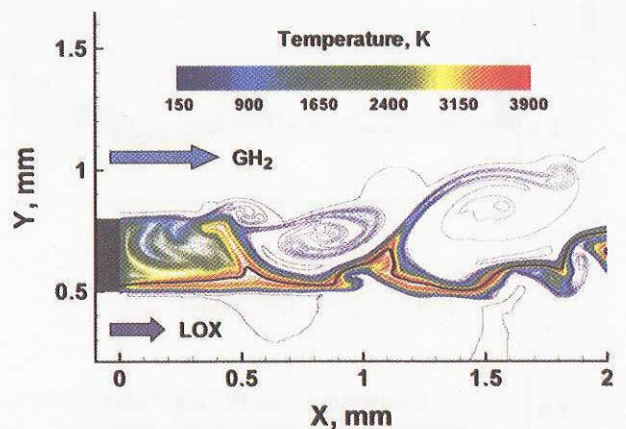
4. 計算結果

4. 1 燃焼流れ場の概要

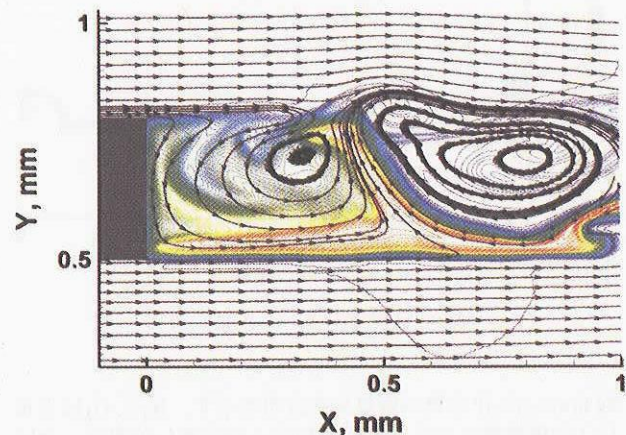
今回の計算では, 実時間にして約 0.8msec に相当するシミュレーションを実行し, その間, 非定常な火炎をとらえることに成功した。図3に $t=0.3\text{msec}$ における LOX ポスト近傍の流れ場の様子を示す。図中, 黒実線は当量比 1 の等

値線を示している (拡散火炎の場合, 当量比 1 の等値線付近で火炎が形成される)。図3(a)に温度分布を示す。最大火炎温度は断熱火炎温度に近い 3800K 弱に達している。GH₂ 噴流側では LOX ポスト上端から渦が間欠的に発生していることがわかる。ここから発生した渦は下流に流れていくに従って, 隣接する渦と合体しながら発達していく。下流では, 渦の運動にともなって火炎形状は大きく変形するが, 局所的な消炎によって分断されることなく, 非定常に運動しながらも安定して火炎が維持された。

図3(b)に LOX ポスト近傍の瞬間流れ線を示す。LOX ポスト近傍には反時計回りの循環領域が存在しており, この循環によって未燃の H₂ が常に LOX 噴流側へ供給され, 燃焼が維持されている。高い温度分布からもわかるように (後で, 発熱率, 化学種の分布によっても示す), ポスト下端で GH₂ 噴流と LOX 噴流が合流するこの部分から燃焼が始まっている。



(a) 温度



(b) 瞬間流れ線

図3 LOX ポスト近傍の流れ場 ($t=0.3\text{msec}$)

図4に同時刻における密度分布を示す。LOX 噴流はノズル出口直後では乱れずにそのまま下流へ流れる。その後, せん断層の不安定性によって, 噴流表面が徐々に乱れていく様子がわかる。低温の LOX 噴流と高温の燃焼ガスとの間の密度差は 200 倍近くに達しており, LOX 噴流と燃焼ガスが接する領域では非常に大きな密度勾配が生じている。

図5に発熱率の分布を示す。発熱層（火炎面に相当する）は、当量比1の等値線に沿って存在している。発熱層の厚さはほぼ全域で0.1mm弱であることがわかる。また、火炎の端はLOXポストの下端に付着しており、ほぼ完全な拡散火炎になっている。図3で示した温度分布と同様に、発達した渦によって下流では火炎面が大きく変形しているが、局所的な消炎によって分断されることはなく、非定常に運動しながら安定して燃焼が保たれる。これらの結果から、高解像度の計算格子と素反応機構を用いた今回の計算が、超臨界圧力下における非常に薄い火炎をとらえていることがわかる。

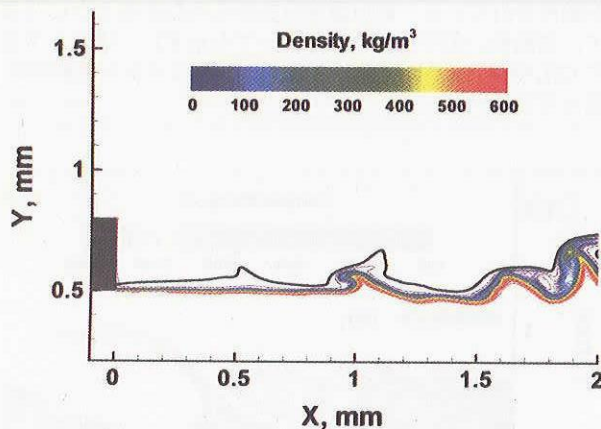


図4 密度分布 ($t=0.3\text{msec}$)

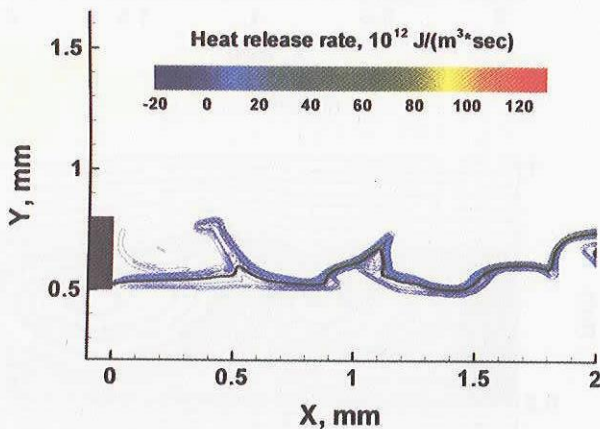
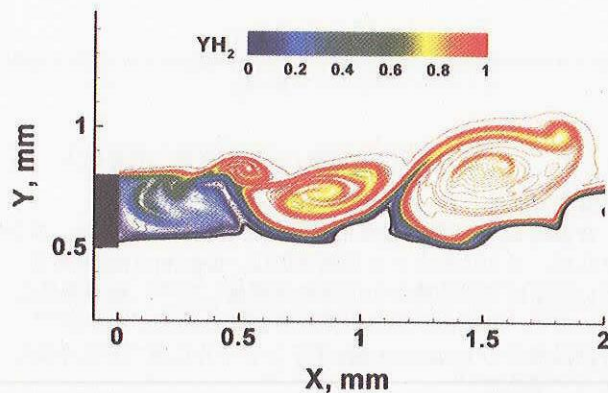
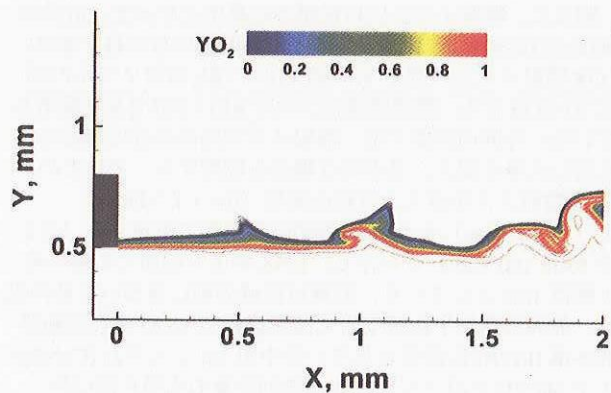


図5 発熱率分布 ($t=0.3\text{msec}$)

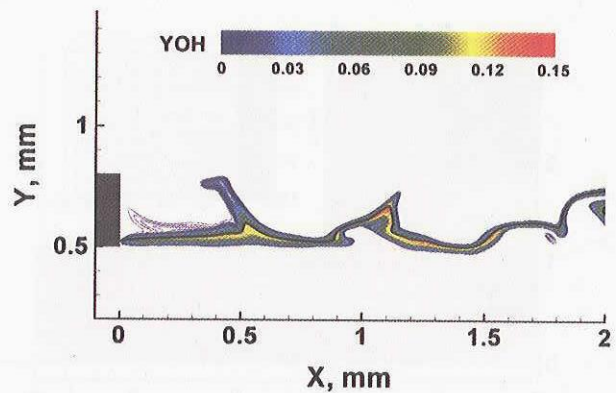
図6(a)-(d)に化学種の質量分率分布を示す。 H_2 と O_2 は当量比1の等値線をはさんで向かい合って分布しており、やはり、ほぼ完全な拡散火炎の形態であることがわかる。 OH の分布は発熱層の分布とほぼ重なりあう位置に存在している。 H_2 - O_2 間の燃焼生成物である H_2O は、 GH_2 噴流側で渦の運動によって H_2 と混合しながら下流へ流れていく。その一方で、LOX噴流側では O_2 は H_2O とほとんど混合することなく流れていく。また、LOXポスト近傍の循環領域では、 H_2 は H_2O と混合しながらLOX噴流側へ合流する。 OH の分布がLOXポスト下端に位置していることから、燃料と酸化剤が合流するLOXポスト下端から拡散燃焼が始まっていることがわかる。



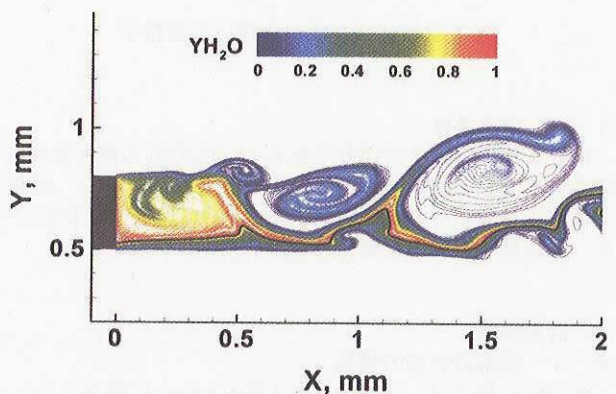
(a) H_2



(b) O_2



(c) OH

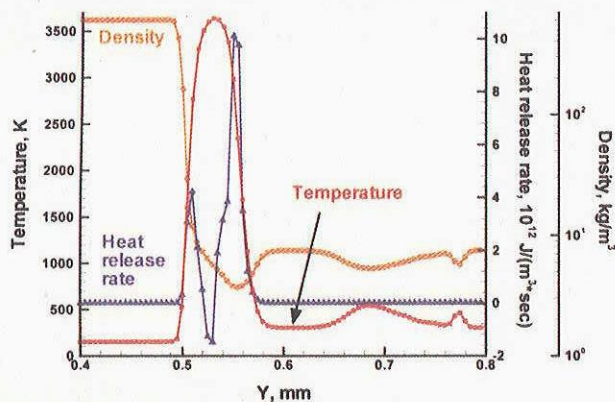


(d) H_2O

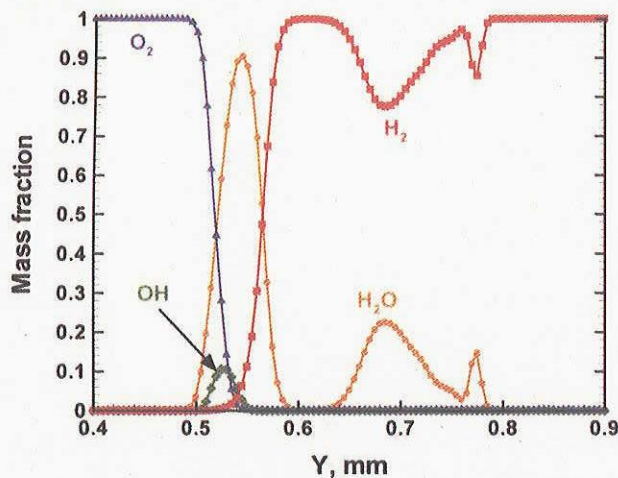
図6 化学種の質量分率分布 ($t=0.3\text{msec}$)

4. 2 火炎の局所構造

以下では、 $x=0.7\text{mm}$ の位置について、火炎の局所構造を調べる。図7に $x=0.7\text{mm}$ における諸量の y 方向分布を示す。この位置での火炎の最高温度は約 3700K 、発熱率の分布からは反応帯の厚さが 0.1mm 以下であることがわかる。今回の計算では格子幅を $5\mu\text{m}$ としているので約 20 セルで反応帯がとらえられていることになる。今回の計算のように、高解像度の計算格子と素反応機構によって超臨界圧力下での薄い火炎をとらえるためには、少なくとも $10\mu\text{m}$ 以下の格子解像度が必要であると考えられる。低温の LOX 噴流と高温の燃焼ガスとの間の大きな密度差から、両者が隣接する領域で密度勾配が非常に大きくなっており、狭い領域で密度が 2 桁以上変化していることがわかる。化学種の質量分率分布からも、火炎構造は拡散火炎のものであることがわかる。GH₂ 噴流側では、H₂ と H₂O が渦によって混合されているが、基本的には H₂-O₂ 間で形成される拡散火炎と同様の構造になっている。



(a) 温度、発熱率、密度



(b) 化学種の質量分率

図7 $x=0.7\text{mm}$ における諸量の y 方向分布

現在、LESなどのシミュレーションでは、主に Laminar Flamelet の概念に基づいた火炎モデルが用いられている。Laminar Flamelet の概念では、乱流火炎の瞬間的な局所構造は層流火炎で模擬することが可能であり、乱流火炎はそのような層流火炎の集合体であると考えられる。通常、火炎モ

デルを用いた計算では、一次元的な層流拡散火炎の構造を、混合分率 (Mixture fraction) とスカラー散逸速度 (Scalar dissipation rate) を変数としてテーブル化し、燃焼シミュレーション中ではそれを参照することで、化学反応計算をシミュレーションから切り離すことができる。

今回のシミュレーションで得られた火炎の局所構造について、そのような火炎モデルが適用できそうかどうかを、一次元対向流拡散火炎⁽¹⁹⁾による計算結果と比較することで検討してみることにする。具体的には、シミュレーション結果から、火炎面 (当量比 1 の等値線を火炎面と定義) のスカラー散逸速度が 500sec^{-1} となる箇所について火炎に垂直方向の温度分布をサンプリングし、一次元対向流拡散火炎による同じ条件での計算結果と比較する。図8に、両者の温度分布を混合分率についてプロットした結果を示す。シンボルは、今回のシミュレーションからサンプリングした結果、実線は一次元対向流拡散火炎による計算結果を示す。両者の比較からは、一次元対向流拡散火炎による計算結果が、今回のシミュレーションによって得られた火炎の局所構造を比較的良好に再現することがわかる。

流れ場の乱れが弱く、火炎厚さが乱流のスケールよりも十分に小さい場合、Flamelet の概念は非常に有効である。しかし、乱流のスケールが火炎厚さのスケールよりも小さくなるような場合、火炎の内部構造は乱流の影響を受けて Flamelet の仮定が成り立たなくなる⁽¹⁰⁾。今回の計算では高解像度の計算格子を用いているものの、軸対称を仮定しているため微細な乱流構造が捉えられているかどうかは疑問が残る。ロケットエンジン燃焼器内部で生じる火炎について Flamelet の仮定が成り立つかどうかは、今後も検討が必要であると思われる。

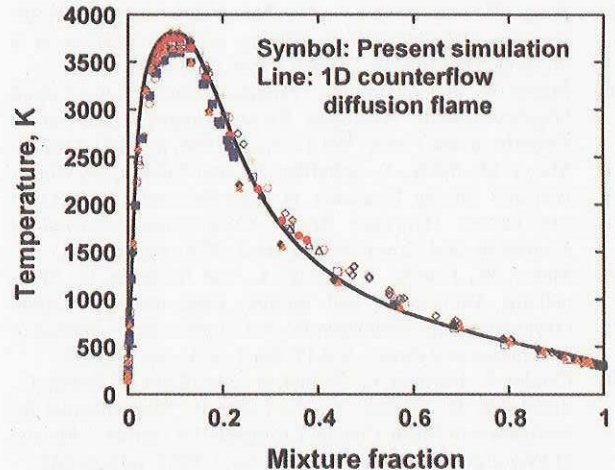


図8 局所火炎構造と一次元対向流拡散火炎との比較
(スカラー散逸速度 = 500sec^{-1})

5. まとめ

ロケットエンジン燃焼器の基本要素である同軸型噴射器を模擬して、超臨界圧力下での LOX/GH₂ の燃焼シミュレーションを行った。今回の計算では、火炎モデルは用いず、高解像度の計算格子を用いて詳細素反応機構を解くことにより火炎を直接とらえることに成功した。シミュレーションの結果から以下のような火炎の様子が明らかになった。

- (1) LOX ポスト上端から間欠的に渦が発生し、GH₂噴流側で発達しながら下流へ流れていく。火炎は非定常に運動しながらも安定的に存在する。
- (2) LOX ポスト近傍では循環領域が存在しており、未燃のH₂が常にLOX噴流側へ供給されることにより、燃焼が維持される。
- (3) 火炎の端はLOXポストの下端に付着しており、火炎形態はほぼ完全な拡散火炎である。火炎厚さは0.1mm以下である。局所的な消炎による火炎の分断は観測されなかった。
- (4) 火炎の局所構造は、一次元対向流拡散火炎によって比較的良好に再現することができた。しかしながら、今回の計算における乱流の取り扱いが十分ではないことから、乱流による火炎内部構造への影響は今後も検討の必要がある。

参考文献

- 1) Oefelein, J. C., and Yang, V., "Modeling High-Pressure Mixing and Combustion Processes in Liquid Rocket Engines," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.14, No.5, 1998, pp.843-857.
- 2) Oefelein, J. C., "LES of Supercritical LOX-H₂ Injection and Combustion in a Shear-Coaxial Uni-Element Rocket," AIAA Paper 2003-0479.
- 3) Oefelein, J. C., "Thermophysical Characteristics of Shear-Coaxial LOX-H₂ Flames at Supercritical Pressure," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol.30, 2002, pp.2929-2937.
- 4) Zong, N., Meng, H., Shih-Yang, H., and Yang, V., "A Numerical Study of Cryogenic Fluid Injection and mixing Under Supercritical Conditions," *Physics of Fluids*, Vol.16, No.12, 2004, pp.4248-4261.
- 5) Zong, N. and Yang, V., "A Numerical Study of High-Pressure Oxygen/Methane Mixing and Combustion of a Shear Coaxial Injector," AIAA Paper 2005-0152.
- 6) Mayer, W., and Tamura, H., "Propellant Injection in a Liquid Oxygen/Gaseous Hydrogen Rocket Engine," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.12, No.6, 1996, pp.1137-1147.
- 7) Mayer, M., Schik, A., Schaffler, M., and Tamura, H., "Injection and Mixing Processes in High-Pressure Liquid Oxygen/Gaseous Hydrogen Rocket Combustors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.16, No.5, 2000, pp.823-828.
- 8) Mayer, W., Ivancic, B., Schik, A., and Hornung, U., "Propellant Atomization and Ignition Phenomena in Liquid Oxygen/Gaseous Hydrogen Rocket Combustors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.17, No.4, 2001, pp.794-799.
- 9) Candel, S., Herding, G., Synder, R., Scoufflaire, P., Rolon, C., Stepowski, D., Cessou, A., and Colin, P., "Experimental Investigation of Shear Coaxial Cryogenic Jet Flames," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.14, No.5, 1998, pp.826-834.
- 10) Mizobuchi, Y., Tachibana, S., Shinjo, J., Ogawa, S., and Takeno, T., "A Numerical Analysis of the Structure of a Turbulent Hydrogen Jet Lifted Flame," *Proceeding of the Combustion Institute*, Vol.29, 2002, pp.2009-2015.
- 11) Mizobuchi, Y., Shinjo, J., Ogawa, S., and Takeno, T., "A Numerical Study on the Formation of Diffusion Flame Island in a Turbulent Hydrogen Jet Lifted Flame," *Proceeding of the Combustion Institute*, Vol.30, 2005, pp.611-619.
- 12) Westbrook, C. K., *Combustion Science and Technology*, Vol.29, 1982, pp.67-81.
- 13) Wada, Y. and Liou, M. S., "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities," NASA TM-106452, 1994; also AIAA Paper 94-0083, 1994.
- 14) Mizobuchi, Y., and Ogawa, S., "Numerical analysis of fractal feature of hydrogen-air jet flame," AIAA Paper 2000-0184, 2000.
- 15) Polling, B. E., and Prausnitz, J. M., and O'Connell, J. P., *The Properties of Gases and Liquids*, McGraw-Hill, 5th ed., 2001.
- 16) Yang, V., "Modeling of Supercritical Vaporization, Mixing, and Combustion Processes in Liquid-Fueled Propulsion Systems," *Proceeding of the Combustion Institute*, Vol.28, 2000, pp.925-942.
- 17) Kee, R. J., Dixon-Lewis, G., Warnatz, J., Coltrin, M. E., Miller, J. A., "A Fortran Computer Code Package for the Evaluation of Gas-Phase, Multicomponent Transport Properties," Sandia National Laboratories Report SAND 86-8246, 1986.
- 18) Poinso, T. J., and Lele, S. K., "Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol.101, 1992, pp.104-129.
- 19) Lutz, A. E., Kee, R. J., Grcar, J. F., and Rupley, F.M., "OPPDIF: A Fortran Program for Computing Opposed-Flow Diffusion Flames," Sandia National Laboratories Report SAND 96-8243, 1996.

希薄予混合燃焼器内の燃焼挙動に関する数値解析

新城淳史、松山新吾、溝渕泰寛、小川哲
宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部

Numerical Study on Combustion Dynamics in a Lean Premixed Combustor

by

J. Shinjo, S. Matsuyama, Y. Mizobuchi and S. Ogawa

ABSTRACT

This study presents numerical simulation results of combustion dynamics in a lean premixed combustor. The combustor is a swirl-stabilized gas turbine model combustor installed at Aerospace Research Center (ARC), Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA). The methane/air lean premixed gas is used at the preheated temperature of 700K, pressure 1atm and equivalence ratio 0.5. Without control, large pressure oscillations are observed in the combustor mostly with longitudinal acoustic modes. The basic mode is quarter-wave mode. The pressure waves induce periodical vortex shedding from the combustor dump plane, thus changing the flame shape and location. This leads to temporal and spatial fluctuations in heat release rate, and the Rayleigh index, the correlation between pressure and heat release fluctuations, indicates that these fluctuations are coupled to sustain combustion oscillations. Secondary fuel injection control is introduced to change the coupling between these factors. This numerical simulation succeeds in reproducing reduced combustion oscillations with constant injection of 3% fuel through the swirler hub injection ports. The change in flame shape is reproduced and the reduced amplitude can be attributed to the change in heat release distribution as the Rayleigh index implies. Thus, it is expected that the amplitude may be reduced further when injection phase control is additionally introduced with a feedback control system, and this is our future research subject.

1. はじめに

近年環境問題がますます重要視されており、航空用あるいは産業用のガスタービンに対するNOx等の排ガス規制も年々厳しくなっている。従来型の拡散燃焼方式に比べ、NOx等の燃焼生成物を低く抑えることができる新たな燃焼方式の実用化が求められている。

そのような燃焼方式の一つに、希薄予混合燃焼がある。これは燃料・酸化剤を予め混合しておき燃焼室で燃焼させるものである。予混合燃焼では、当量比が1から外れた混合比でも火炎を形成することができるため、従来型の拡散燃焼に比べて火炎温度を低くすることができる。この特性により、局所的な高温によって形成されるNOxを抑制することができる。

しかしながら、予混合燃焼方式では、安定燃焼域が狭く燃焼が不安定になりやすいという欠点をもつ。このことは、作動中での燃焼の吹き消えや振動による燃焼器システムへの機械的ダメージ等の原因になり、場合によっては致命的になることもある。特に航空機用ガスタービンでは、幅広い作動条件に渡って安定に燃焼することが要求されるため、燃焼不安定性の克服が強く求められる。

これまで、希薄予混合燃焼において燃焼安定化のためにさまざまな手法が試されてきた。受動的制御では、燃焼器形状の変更、ダンパーとしての共鳴器の設置等の手法が使われてきた。システムがシンプルで済む反面、ある特定の振動に対してだけしか効果がないため、制御としてはロバスト性に欠ける。一方、能動的制御では、さまざまな作動条件下でロバストに機能することが期待される反面、システムは複雑になり構築も難しい。これまでいくつかの報告がなされているがまだまだ研究の余地は大きい[1-6]。

本研究では、ガスタービン燃焼器を模したスワロー型希薄予混合燃焼器内の流れ場を数値解析しその燃焼挙動を説明することを目的とする。更に、不安定な燃焼場に制御を施し、その効果と流れ場の変化を見る。制御の手段としては2次燃料噴射を用いる。これは、流れ場の中に少量の2次燃料を噴射することによって発熱場を変化させ制御を実現するものである。スピーカのような音響機器とは違い、

制御出力を大きく取れるので実燃焼器への応用につながるものである。

対象とする燃焼器は、JAXA 航空宇宙技術研究センターに設置されたモデル燃焼器と同様の形態・条件である[1]。この燃焼器を用いた実験と相互に補完する形で現象解明と制御の実現を行った。図1に燃焼器の概要を示す。燃焼器は本体長さ630mmであり、断面は100mmの正方形である。燃焼器入口部に内径20mm、外径50mmのスワローが取り付けられており未燃予混合気回転をかける。スワローのハブ部には制御のための2次燃料を噴射する孔が12個開けられており別系統から燃料を噴くことができる。燃焼器前方部は光学的計測を可能にするために石英ガラスの壁面になっている。燃料には主燃料・2次燃料ともメタンを用いた。実験で基準となる流れ条件は、未燃ガス温度700K、圧力1気圧、スワロー部での未燃ガス速度を90m/s、当量比を0.5と設定した。

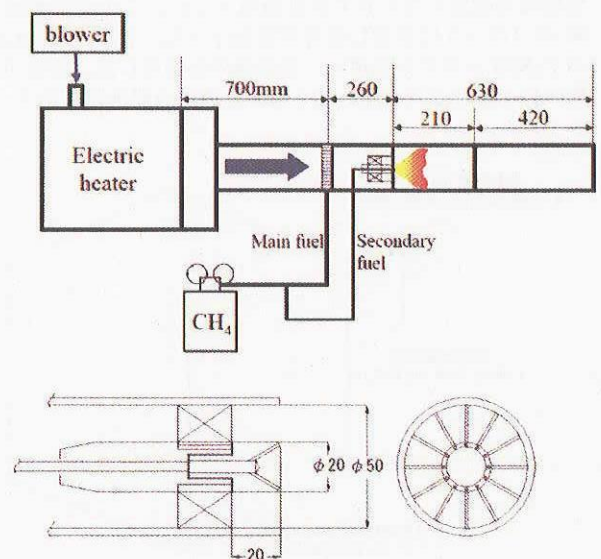


図1 対象とする燃焼器システム
(上段) 全体図 (下段) スワロー部

2. 解法

対象とする流れ場では音響的な振動が現象に重要な影響を与えるため、流れ場の基礎方程式は3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式である。乱流の扱いは、流れ場が実スケールかつ非定常であるため Large Eddy Simulation (LES) に基づいた。ここでは乱流場のサブグリッドスケールモデルはダイナミック Smagorinsky モデルで与えた。

考えている流れ場の条件では、グリッドスケールに比べて予混合火炎厚さは薄く LES の格子では解像できないため何らかの火炎モデルが必要になる。ここでは、予混合火炎面を未燃ガスと既燃ガスの境界面とみなして火炎の伝播を追跡する手法をとった[7]。このことにより火炎内部での化学反応は予め計算してテーブルとして持っており、流体の計算からは化学反応計算を分離できる。火炎面の伝播速度（燃焼速度）については、層流燃焼速度は CHEMKIN による計算で与えた。火炎の伝播式は

$$\frac{\partial \rho G}{\partial t} + \frac{\partial \rho G u_i}{\partial x_i} = \rho_u s_L |\nabla G| \quad (1)$$

で与えられ、一般に G 方程式と呼ばれている。ここでは $G=0$ を未燃ガス、 $G=1$ を既燃ガスとした。LES 空間フィルタリング後のサブグリッド乱流による効果は、半経験的に与えられる次式を用いた。

$$\frac{\tilde{s}_L}{s_L} = 1 + C \left(\frac{u'_{sgs}}{s_L} \right)^n \quad (2)$$

$$u'_{sgs} = C_s \Delta \sqrt{\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij}}$$

これにより、乱流強度が上がるにつれて火炎面積が増加する効果を考慮する。

2次噴射時など燃焼器内に局所的な濃度分布が存在する場合は、混合分率の式も同時に解き、局所的には拡散火炎 flamelet の式を適用する。

$$\frac{\partial \rho Z}{\partial t} + \frac{\partial \rho Z u_i}{\partial x_i} = \nabla \cdot (\rho D \nabla Z) \quad (3)$$

燃焼器内の音響振動が現象を決定する要因の一つであるため、圧縮性解法（Roe スキーム）を用いた有限音速の圧力波を捉えられるようにした。

本計算では、燃焼器本体、上流スワラ部および下流流出領域を設置し合わせて計算領域とした。この計算領域を60のブロックに分割し並列計算を行った。計算機は JAXA の CeNSS システムを使い、自動並列も併用した。総格子点数は約1千万点である。図2に計算領域の概念図を示す。

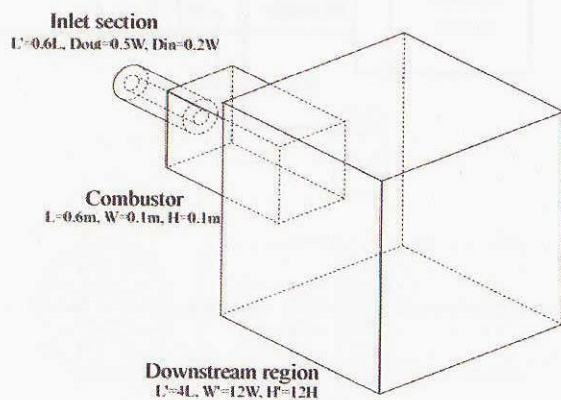


図2 計算領域概念図

境界条件は、最下流では圧力固定、流入条件は Poinso らの手法[8]に基づいた。壁面は滑り無しとした。

3. 結果および考察

3.1 制御なしの場合

流れ場の条件は、実験と同じく、未燃ガス温度 700K、圧力 1 気圧、未燃ガス速度を 90m/s、当量比を 0.5 と設定した。実験においてこの条件では逆火は観察されていない。

図3に、時間平均した流れ場を、軸方向速度と流線で示す。流入予混合気は旋回がかかっているため、燃焼器中心軸上に再循環領域が形成される。この再循環流れによって高温の既燃ガスが上流に戻され、火炎が燃焼器入口に保持される。

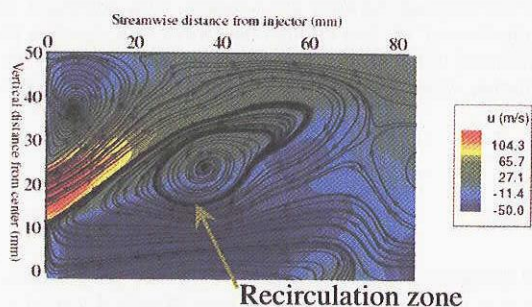


図3 時間平均した流れ場。燃焼器入口付近上半分を示す。

瞬間の火炎形状は、乱流場との干渉で複雑な形状をしている。図4にある瞬間の火炎形状を示す。

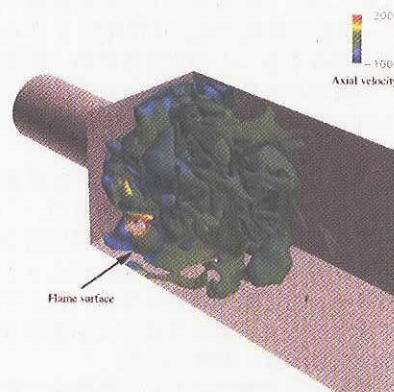


図4 ある瞬間の火炎形状

燃焼器内部には、特定の振動モードが励起される。実験と同様の燃焼器入口から 10mm 下流の燃焼器壁面上の位置で測った燃焼器圧力の時間履歴および FFT の結果を図5に示す。

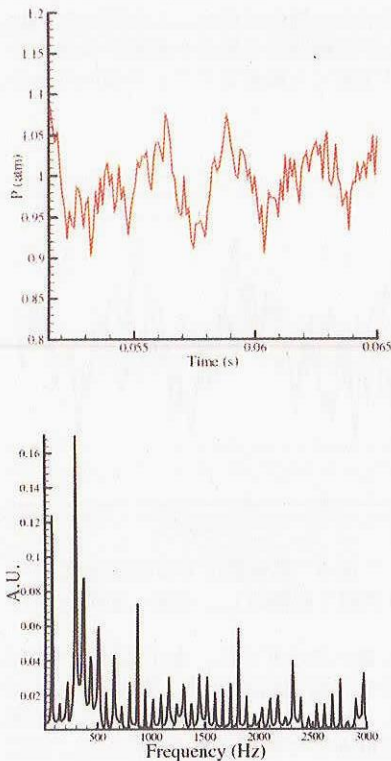


図5 燃焼器圧力の時間履歴（上）とFFTの結果（下）

このように燃焼器内で基本モードとして卓越するのは300Hz 弱のモードであり、これは燃焼器長さと同燃焼ガスの音速で決まる4分の1波長モードになっている。実際に実験で確認されたのもこのモードであり、計算での結果と一致している[1]。

この燃焼器縦方向の音響振動により燃焼器入口のスワラダンパ面から流入する予混合気の流れに変動が起こる。ダンパ面からの流入であるので結果としてせん断渦の放出が起こる。図6に4分の1波長モードでのあるサイクルの火炎形状と渦度の変化の様子を示す。

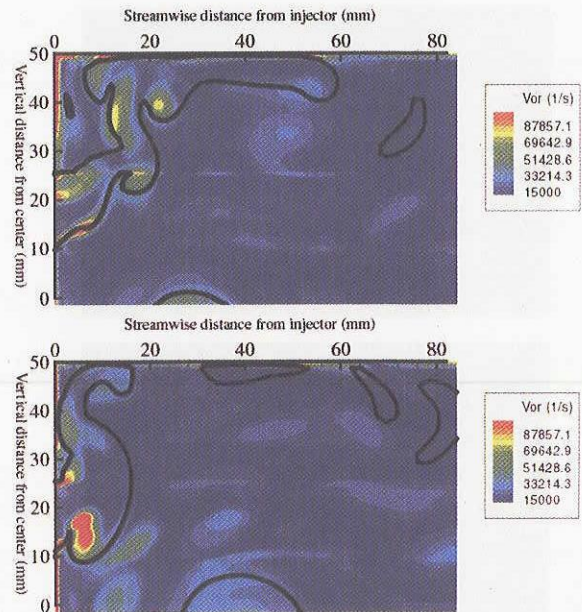


図6 振動サイクルでの火炎形状と渦度の変化
(燃焼器入口付近の上半分を示す。上から、各0度、90度、180度、270度の位相。ここでは圧力が平均から上昇し始める点を0度とした)

火炎形状は、局所の流れ場に大きな影響を受けるため、渦の放出は火炎の形状と位置を時々刻々と変えていく。このため、局所的にも全体的にも発熱量の変化が生じる。

発熱量の変化は、Rayleighの指標

$$R = \frac{\gamma - 1}{\gamma p} \iint p' q' dV dt \quad (4)$$

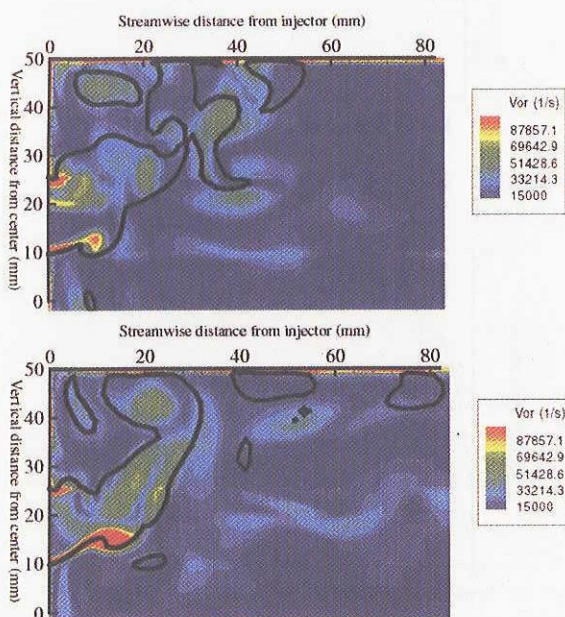
に表されるように、圧力変動との相関で音響エネルギーの生成項として働くことがわかっている[9]。この条件で圧力変動と発熱変動の相関を取ってみると正になっており音響エネルギーの生成に作用している。したがって、燃焼器内の振動を抑制するには、これまで見たような圧力変動、速度変動、発熱変動の間のカップリングを弱めるように作用する制御を加える必要がある。

3. 2 制御ありの場合

次に、2次燃料噴射による制御の効果を調べる。これは、前節で見たように、圧力、速度、発熱のカップリングのうち、発熱場を変化させて振動の抑制を図るものである。

2次燃料は図1で見たスワラ中心のハブ部から12個の小孔を通して導入される。2次燃料は100%メタンであり、メインの希薄予混合気の3%の燃料量を噴く。

実験では、2次燃料を時間的に一定の量で噴く開ループ制御と2次燃料噴射量を燃焼器内の圧力信号からのフィードバックで変化させる閉ループ制御の両方を試している。このとき、開ループ制御では制御無しの状態に比べて17dBの振動の減少、閉ループ制御では更に10dBの減少に成功している[1]。図7に、実験で得られた制御無しおよび開ループ制御時の火炎の直接写真を示す。



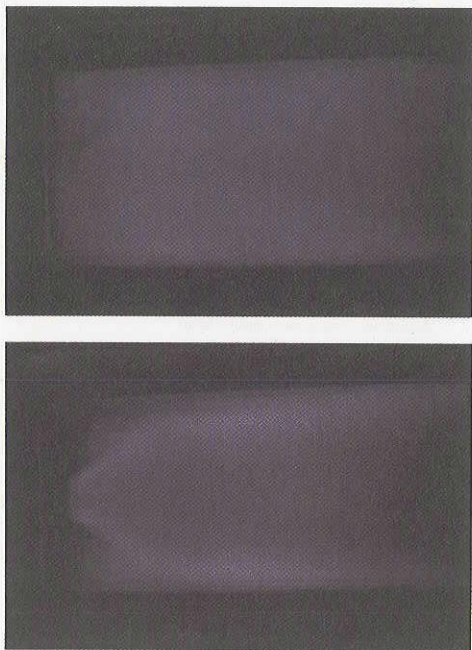


図7 火炎直接写真(上)制御無し(下)開ループ制御

図7からわかるように、2次燃料噴射があるときと無いときで火炎の形状が若干変化していることがわかる。制御が無い場合は、火炎が短く、燃焼器コーナーのリブ部にも火炎が形成されるのに対して、2次燃料の噴射を行ったときはリム部の火炎が外れ、火炎がより後方に伸びていることがわかる。本計算においても、この噴射があるときと無いときでの火炎形状の違いを考慮した。図8にある瞬間の火炎形状を噴射有る無しの状態を示した。このときの噴射は開ループで一定であり、2次燃料流量はメイン燃料の3%とした。

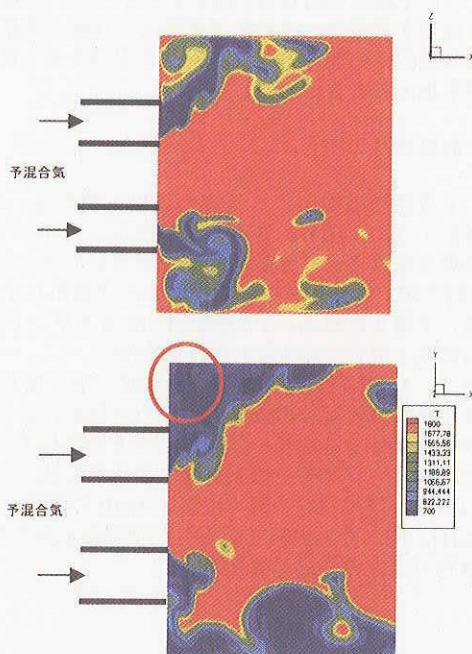


図8 ある瞬間の火炎形状
(上)2次噴射無し(下)2次噴射あり

このときの燃焼器内の圧力振動の履歴を示したのが図9である。制御が無い場合に比べ、2次燃料を一定の割合で噴射したほうが燃焼器内の振動の振幅が減少することがわかる。これは実験でも確認されている傾向である。

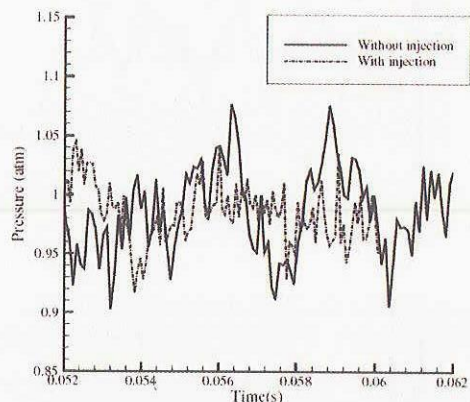


図9 燃焼器圧力の時間履歴
(実線：制御無し、点線：制御あり)

この振幅の違いを示すのに、まず燃焼器内の圧力振動の振幅の空間分布を図10(a)に示す。縦方向の4分の1波長モードが卓越しているのが、振幅は燃焼器入口で最大になり燃焼器出口に向かって減少することになる。次に、図10(b)には時間平均した火炎発熱量の空間分布を示す。前述したように制御無しの場合は火炎が比較的小さい燃焼器入口付近に形成されるのに対して、2次燃料の噴射を行った場合は、火炎が下流方向に伸びた分布になっている。

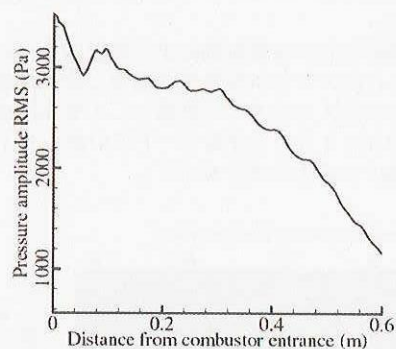


図10(a) 燃焼器内の圧力振動の振幅の空間分布

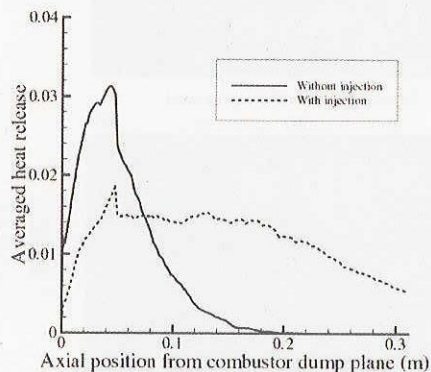


図10(b) 時間平均した火炎発熱量の空間分布

したがって式(4)にあったように Rayleigh の指標を取ると、圧力変動と発熱変動の相関は、2次燃料噴射を行ったときのほうが小さくなることが予想される。実際に本計算において、Rayleigh の指標を空間積分して時間履歴として示したものが図 11 である。

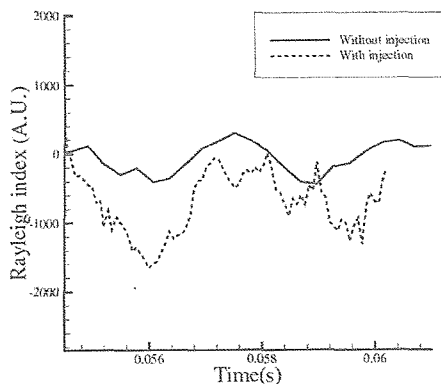


図 11 Rayleigh index の時間履歴
(実線：制御無し、点線：制御有り)

この図からわかるように、制御が無い場合は正になり音響エネルギーが生成されるところがあるのに対して、制御をかけた場合は概ね負になり、音響エネルギーの生成には効いていないことがわかる。したがって、図 9 にあったような振動の振幅の現象につながったと考えられる。

実験では[1]、更に H_2/H_{O_2} 混合フィードバック制御による制御で更なる振動の現象を実現している。このときは燃焼器圧力をトリガーとして 2 次燃料噴射バルブの開度を変化させる。このことにより、式(4)の Rayleigh の指標の中の時間積分に対して圧力変動と発熱変動の位相差を組み込むことができ、適切な位相差を設定すればさらなる振動抑制ができる。本計算では、フィードバック制御は計算途中であり結果がまだ出ていないのでこれは今後の課題としたい。

4. 結論

LES と flamelet 火炎モデルに基づく計算手法を用い、希薄予混合ガスタービン燃焼器内の燃焼挙動の解析を行った。制御としての 2 次燃料噴射が無い場合とある場合の計算を行い、流れ場の様子の違いを考察した。その結果、以下の知見を得た。

- 燃焼器内の振動は、縦方向の音響振動が卓越し、基本のモードは 4 分の 1 波長モードである。この圧力振動の伝播により流入部からの渦放出が誘起される。渦が火炎近傍に近づくとき火炎の形状と位置を変化させるため、結果として発熱率の空間的・時間的変動を生じる。その発熱変動が音響エネルギーにフィードバックされ燃焼器内の振動が持続されている。したがって制御によりそのカップリングを変化させることが振動の抑制を実現することになる。
- 制御として 2 次燃料噴射を用いた。本計算では 2 次燃料を一定の割合で噴く開ループ制御を模擬した。噴射時の火炎形状の変化を考慮すると、火炎が後方に伸びた分、発熱率の空間分布に違いが生じ、Rayleigh の相関が小さくなるため振動が抑制されることが再現された。Rayleigh の指標は音響エネルギーの生成を見るの

に適切な指標であり、燃料噴射量に位相差を付けた場合には更に有効に働く可能性を示唆している。

- 燃焼器圧力を入力とし、2 次燃料流量を出力とするフィードバック制御系の計算は実行中でありその解析は今後の課題である。

参考文献

- 1) Tachibana, S., Zimmer, L., Kurosawa, Y., Suzuki, K., Shinjo, J., Mizobuchi, Y. and Ogawa, S., 2005, Proc. The 6th Sym. Smart Control of Turbulence, pp.181-190.
- 2) Candel, S., Proc. Combust. Inst. 29, 2002, pp.1-28.
- 3) Lee, J.G., Kim, K., and Santavicca, D.A., Proc. Combust. Inst. 28, 2000, pp.739-746.
- 4) Choi, G. M., Tanahashi, M. and Miyauchi, T., Proc. Combust. Inst. 30, 2005, 1807-1814.
- 5) Stone, C., Menon, S., Proc. Combust. Inst. 29, 2002, 155-160
- 6) Shinjo, J., Mizobuchi, Y. and Ogawa, S., Proceedings of the 4th Symposium on Smart Control of Turbulence, Tokyo, 2003
- 7) Peters N., Turbulent Combustion, 2000
- 8) Poinso T., Lele, S., J. Comp. Phys., 101, pp104-129, 1992
- 9) Poinso T. and Veynante, D., Theoretical and numerical combustion, Edwards, 2001

謝辞

本研究は、文部科学省開放的融合研究「乱流制御による新機能熱流体システムの創出」の一環として行われた。ここに記して謝意を表す。

2次元スクラムジェットエンジン・インレットの数値解析

長谷川 進 (宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部 角田宇宙センター)

Numerical Analysis of Two Dimensional Scramjet Inlet

Susumu Hasegawa (Kakuda Space Center, ISTS, JAXA)

Abstract

An automated design optimization process is applied to both single and multi objective optimization problems of scramjet engine inlet design. This optimization process integrates together an optimizer with a mesh generator, a flow solver, and an objective analysis tool into an automated optimization loops because the flow simulation is required for every step along the line search and finding the feasible direction. This paper presents the implementation of these new design techniques by the gradient-based optimizer Sequential Quadratic Programming (SQP) and their application to scramjet engine inlet case in flight condition of Mach 8. The performance of scramjet inlets with uniform inflow is improved, and the optimized functions, that is, the total pressure recovery coefficient increases. The trade-off (also known as the ϵ -constraint) method is applied and implemented to find the Pareto optimal set formed by the nondominated solutions of the feasible design. The objective functions are the total pressure loss and the drag, and some solutions are obtained to analyze the relations between the total pressure loss and the drag.

1. 緒言

宇宙往還機や超音速航空機の推進システムとしてスクラムジェットエンジンが有望視されており、近年、その研究が盛んに行われている。2003年10月1日に発足した宇宙航空研究開発機構(JAXA)においても、将来の宇宙往還機の極超音速飛行用エンジンとしてスクラムジェットエンジンの研究^{1) - 6)}を進めている。そのための試験設備であるラムジェット試験設備(RJTF)、高温衝撃風洞(HEST)を用いて、各種飛行条件の気流条件下でエンジン試験を進めており、エンジン内部の様々な現象を明らかにしてきた。

エンジン内の流れは、非常に高速なので実験的研究では把握しきれない現象も数多く存在し、数値計算による現象の解明^{7) - 10)}、および数値最適化によるエンジン設計^{11) - 17)}を必要とされている。特に、スクラムジェットエンジンのように作動条件が厳しいエンジンでは、各性能を最適化し、十分な推力を得ることが出来るエンジンをコンピュータ上で設計することが求められている。特に、実験的資源、お

よび人的資源に限られるために、コンピュータ上に設計したエンジンの仮想実験を繰り返し最適化するプロセスを自動化して、最適解を見出す研究^{18) - 20)}が不可欠になりつつある。

本研究では、スクラムジェットエンジンのインレットの数値最適化の研究を進めた。

2. インレット形状と格子生成

2次元の超音速インレットを最適化するにあたり、インレット形状を設計空間で定義する必要がある。図1には、この研究で用いられる超音速インレットを示す。このインレットは、表1に示される6変数、および、表2に示される5の拘束条件で定義される。図1は、インレット部、および分離部からなる。

インレット部は、[0.2 m, 1.25 m]であり、スクラムジェットエンジンの空気圧縮システムである。図1に示すように、インレットは3つのランプを持ち、第1ランプ、第2ランプ、および第3ランプの角度をそれぞれ、 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ とする。分離部は、[1.25 m, 1.45 m]であり、インレット部と燃焼器の間にあ

る。

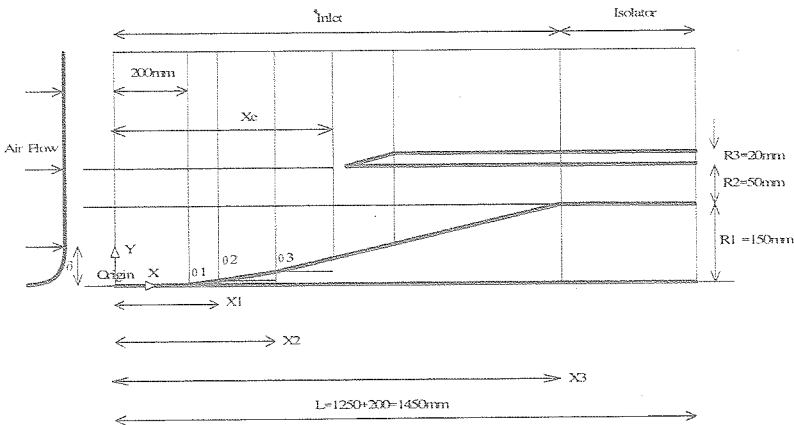


図1 スクラムジェットエンジンのインレット図

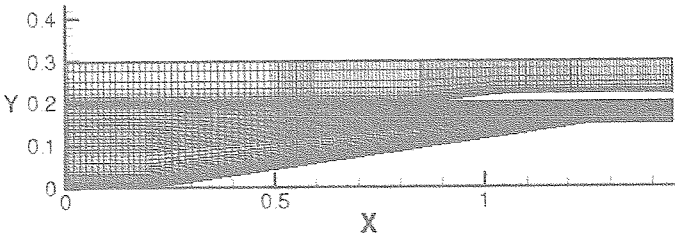


図2 インレットの格子

表1 設計変数

番号	パラメータ	定義
1	X_1	第1ランプの後端の位置
2	X_2	第2ランプの後端の位置
3	X_c	カウルの前縁の位置
4	θ_1	第1ランプ角
5	θ_2	第2ランプ角
6	θ_3	第3ランプ角

表2 固定変数

番号	パラメータ	定義
1	$R_1=150\text{mm}$	ランプの厚さ
2	$R_2=50\text{mm}$	分離部の幅
3	$R_3=20\text{mm}$	カウルの厚さ
4	$L_1=1250\text{mm}$	第3ランプの後端の位置
5	$L_2=1450\text{mm}$	インレット、および分離部の長さ

幾何学的拘束条件は、線形不等式拘束条件、および非線形等式拘束条件である。明確な幾何学的拘束条件

$$0 \leq \theta_1 \leq \theta_2 \leq \theta_3, 0.2 \leq X_1 \leq X_2 \leq 1.25, 0.2 \leq X_c \leq 1.25$$

の他に、次のような幾何学的圧縮率を固定するための非線形拘束条件が付加される。

$$(X_1 - 0.2) \tan(\theta_1) + (X_2 - X_1) \tan(\theta_2) + (1.25 - X_2) \tan(\theta_3) = 0.15$$

本研究において、格子生成プログラムは、FORTRAN言語により作成された自作プログラムである。2次元の格子は、4つの領域に分割されている（図2に

示される）。4つの領域の格子の次元は、 82×70 （領域1）、 108×70 （領域2）、 82×18 （領域3）、 108×18 （領域4）である。壁面周りの最小格子は理論的な計算により求められ、格子の正当性はCFD計算にもとづき確認された。

3. 数値流体力学手法

本研究で用いた基礎方程式は、3次元 Reynolds-Averaged Compressible Navier-Stokes 方程式である。以下に、数値流体力学的手法についてまとめる。

- Cell 中心の有限体積法
- MUSCLE 型
- 非粘性流速は3次精度の MinMod 制限を

伴った Roe's Method

- ・ 時間積分は、Gauss-Seidel relaxation 法
- ・ 乱流モデルは、Wilcox's k- ω モデル²⁾¹⁾
- ・ 粘性項は、中心差分
- ・ マルチブロック構造格子
- ・ MPI 法

また、インレットに流入する主流条件は、表3に示されており飛行条件8に対応している。その条件下で計算したインレット内の流れのマッハ数分布を図3に示す。ランプからの衝撃波がカウルに反射し、その反射衝撃波が分離部に衝突している。さらに、インレット部と分離部の角から生じる膨張波が生じている。

表3 飛行マッハ数8の条件

飛行マッハ数	8
高度	35 km
流入マッハ数	6.73
流入速度	2546 m/sec
静温	324 K
静圧	1.6 kPa

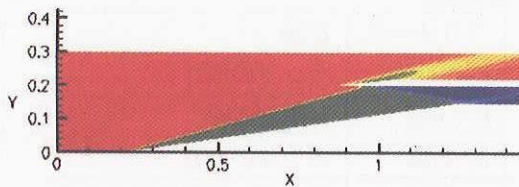


図3 初期形状のマッハ数の分布

4. 最適化アルゴリズム

今回のインレット最適化問題において、目的関数は総圧回復率 η ²⁾²⁾⁻²⁾⁴⁾ とする。よって、上記の幾何学的拘束条件下において、総圧回復率 η を最大にする解を求めることになる。

各種のプログラムのツールを自動化し実行するためのデータの流れ図を、図4に示す。ここで最適化に用いるアルゴリズムは、逐次2次計画法(SQP法)である。以下で記述した(1)～(5)のプログラムをC言語によりリンクし自動下し、解が収束するまで繰り返す。

- (1) 最適化プログラム Optimizer からインレットの設計変数を入力する。
- (2) インレットの設計変数から、新しい格子を出力する。
- (3) 新しい格子から、CFD計算によりインレット内の流れを求める。
- (4) インレット内の流れから、目的関数の総圧回復率 η を求める。
- (5) 目的関数の総圧回復率 η を最適化プログラム Optimizer に入力する。

ここで、逐次2次計画法とは勾配法的一种であり、次の3つのプロセスからなる。

- ・ 探索方向を決める。
- ・ ステップ幅を決めるために一次元探索を実行する
- ・ 収束判定を行う。

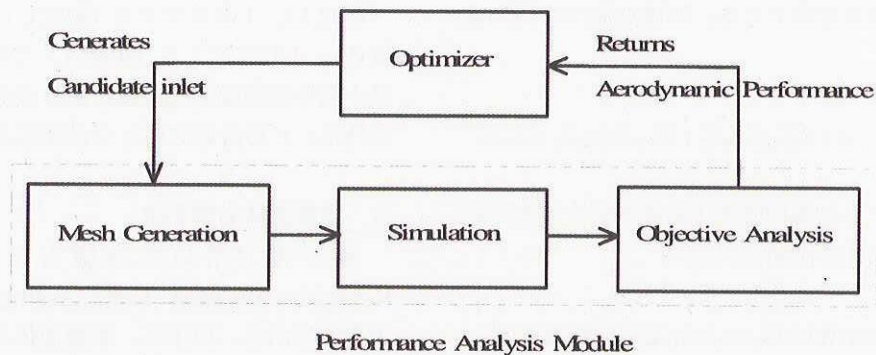


図4 自動最適化のループ

最適化アルゴリズムSQPを用いて、いくつかの最適計算が行われた。勾配法を用いた最適化においては、最適化のための初期設計変数が必要である。

この初期設計変数を用いて計算した、総圧損失 η_0 は、0.545 である。

最適化プログラムSQPのパラメータの中で、差分

法で勾配を計算するために u_{delta} を導入する。異なるパラメータ u_{delta} を与えて、最適値を検索した結果を表4に示す。この中で、最も大きな総圧回復率 η_{max} は、0.599である。その時の流れを図5に示す。

表4 SQP 最適化

Run	u_{delta}	η_{max}
1	δ	0.546
2	2δ	0.599
3	3δ	0.568
4	4δ	0.551
5	5δ	0.554

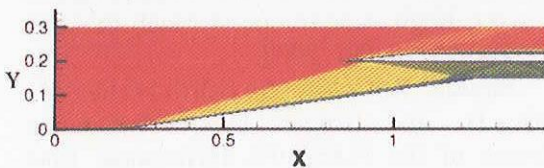


図5 最適化されたマッハ数の分布

5. 多目的最適化

この研究の目的は、多目的最適化アルゴリズムをスクラムジェットインレット設計に適用することである。以下で、数値最適化の手法、および、アルゴリズムについての概要をまとめる。

$$\text{Minimize } f_i(\mathbf{x}) \quad (\text{or Maximize } f_i(\mathbf{x})), \\ i=1, \dots, m$$

複数の目的関数を有する最適化問題は多目的最適化問題として知られており、工学的設計問題の多くは複数の目的関数がある。これらの目的関数はお互いに相反する可能性があり、一つの解を求めるといよりも、むしろ一組の良い妥協的な解を求めることになります。意思決定者の望ましい設計変数の解の集合は、パレート最適と呼ばれている。

多目的最適化問題は、目的関数のベクトルをスカラーにして、単一目的関数として扱える。ここで、トレード・オフ法 (ϵ -制約) を我々の最適化問題を解決するために用い、以下のように多目的関数をスカラー化する。図6は、トレード・オフ法に基づいたフローチャートを示す。

$$\text{Minimize } f_i(\mathbf{x}) \quad (\text{or Maximize } f_i(\mathbf{x})) \\ \text{s.t. } f_j(\mathbf{x}) \leq \epsilon, j \neq i$$

本研究の最適化問題において目的関数は、総圧回復率 $\eta (= \phi_1)$ と抗力 $D (= f_2)$ である。よって、最適化問題は、以下のように表せる。

$$\begin{aligned} &\text{Maximize } f_1 = \eta \\ &\text{Minimize } f_2 = D \\ &\text{s.t. Geometrical Constraints} \end{aligned}$$

上記の問題にトレード・オフ法を適用して、問題を次のようにスカラー化される。

$$\begin{aligned} &\text{Maximize } f_1 = \eta \\ &\text{s.t. } f_2 = D \leq \epsilon, \text{ and Geometrical Constraints} \end{aligned}$$

勾配法の一つであるSQP法を用いて、数値最適化を行った。検索過程において、検索を始める初期点が必要であり、初期形状においては総圧回復率 η_0 が 0.545、抗力 D_0 が 2985N である。最適解を求めるプロセスを繰り返して、いくつかの解を求め、図7に表示する。

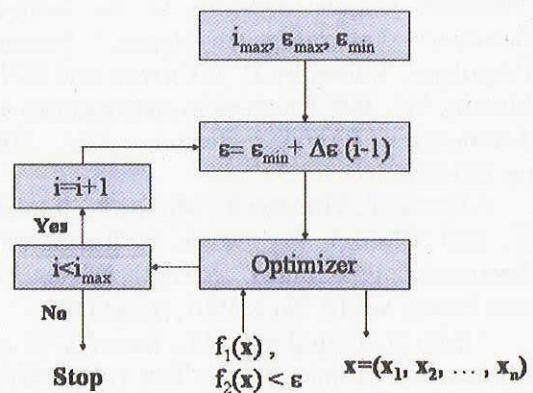


図6 トレードオフ法のフローチャート

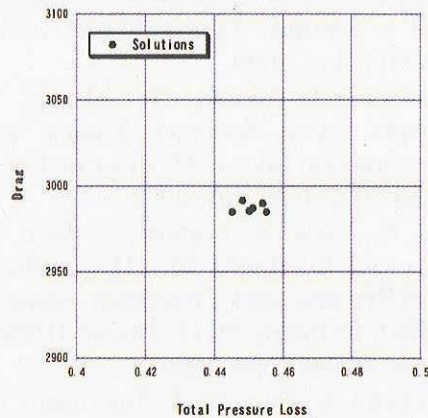


図7 トレード・オフ法により求められた解

6. 結論と課題

2次元スクラムジェットエンジンのインレットの最適化するシステムを開発した。最適化の目的は、幾何学的収縮比を一定に保ちながら総圧回復最大にすることである。勾配法一つである逐次2次計画法 (SQP 法) を用いて、6つの設計変数と5つの固定変数率のインレットの最適化を行い、目的関数を約増加させた。トレード・オフ法がインレットの多目的最適化問題に適応された。目的関数を総圧回復率と抗力とする多目的最適化問題を数値的に解き、いくつかの解を求めた。

今後の課題としては、現実的な設計に向けて次のような要素を取り入れ最適化をする必要がある。すなわち、現実的な要素とは、インレットの3次元性、気流の境界層の効果、また複数の飛行条件の効果などである。また、遺伝的アルゴリズム等の大域的な最適化手法の適用により、最適値の検証等を行う必要がある。

参考文献

- ¹ Chinzei, N. Mitani, T., and Yatsuyanagi, Y., "Scramjet Engine Research at the National Aerospace Laboratory in Japan," Scramjet Propulsion. Edited by E. T. Curran and S.N.B. Murthy, Vol. 189, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Reston, VA, 2001, pp.159-222.
- ² Kanda, T., Hiraiwa, T., Mitani, T., Tomioka, S., and Chinzei, N., "Mach 6 Testing of a Scramjet Engine Model," Journal of Propulsion and Power, Vol.13, No.4, 1997, pp.543-551.
- ³ Sato S., Izumikawa, M., Tomioka, S. and Mitani, T., "Scramjet Engine Test at the Mach 6 Flight Condition," AIAA Paper 97-3021, July 1997.
- ⁴ Kanda, T., Wakamatsu, Y., Ono, F., Kudo, K., Murakami, A., and Izumikawa, M., "Mach 8 Testing of a Scramjet Engine Model," AIAA Paper 99-0617, Jan. 1999.
- ⁵ Hiraiwa, T. Kanda, T., Mitani, T., "Experiments on a Scramjet Engine with Ramp-Compression Inlet at Mach 8 Condition," AIAA Paper 2002-4129, July 2002.
- ⁶ Itoh, K., Ueda, S., Komuro, T., Sato, K., Tanno, H., and Takahashi, M., "Hypervelocity Aerothermodynamic and Propulsion Research Using a High Enthalpy Shock Tunnel HIEST," AIAA Paper 99-4960, Nov. 1999.
- ⁷ Hasegawa, S., Sunami, T., Takahashi, M., Mochizuki, M., Miyajima, H., Itoh, K., Vogels, M.E.S., "The Virtual Test Bed Environment at NAL-Kakuda Research Center," Parallel Computational Fluid Dynamics 1999, pp.233-240, Elsevier Science, Amsterdam, 2000.
- ⁸ Hasegawa, S., Tani, K. and Sato, S., "Numerical Simulation of Scramjet Inlets on a Vector-Parallel Supercomputer," Parallel Computational Fluid Dynamics 2001, pp.159-166, Elsevier Science, Amsterdam, 2002.
- ⁹ Hasegawa, S., Tani, K. and Sato, S., "Aerodynamic Computation of a Scramjet Engine on Vector-Parallel Supercomputers," Parallel Computational Fluid Dynamics 2002, Elsevier Science, Amsterdam, 2003.
- ¹⁰ Hasegawa, S., Tani, K. and Sato, S., "Aerodynamic Analysis of Scramjet Engines under the Flight Conditions of Mach 6," AIAA Paper 2002-5128, Oct. 2002.
- ¹¹ Shukla, V., Gelsey, A., Schwabacher, M., Smith, D., and Knight, D., "Automated Redesign of the NASA P8 Hypersonic Inlet Using Numerical Optimization", AIAA Paper No. 96-2549, 1996.
- ¹² Zha, G.-C., Smith, D., Schwabacher, M., Rasheed, K., Gelsey, A., and Knight, D., "High Performance Supersonic Missile Inlet Design Using Automated Optimization", AIAA Paper No. 96-4142, 1996.
- ¹³ Shukla, V., Gelsey, A., Schwabacher, M., Smith, D., and Knight, D., "Automated Design Optimization for the P2 and P8 Hypersonic Inlets", Journal of Aircraft, Vol. 34, No. 2, March-April 1997, pp. 228-235.
- ¹⁴ Zha, G.-C., Smith, D., Schwabacher, M., Rasheed, K., Gelsey, A., Knight, D., and Haas, M., "High Performance Supersonic Missile Inlet Design Using Automated Optimization", Journal of Aircraft, Vol. 34, No. 6, November-December 1997, pp. 697-705.
- ¹⁵ Blaize, M., Knight, D., and Rasheed, K., "Automated Optimal Design of Two Dimensional High Speed Missile Inlets", AIAA Paper No. 98-0950, 1998.
- ¹⁶ Knight, D., "Automated Optimal Design of Supersonic and Subsonic Diffusers Using CFD", ECCOMAS 2000, Barcelona, Spain, September 2000.
- ¹⁷ Knight, D., "Application of Genetic Algorithms to High Speed Air Intake Design", VKI Lecture Series Course on Genetic Algorithms for Optimisation in Aeronautics and Turbomachinery, May 2000.
- ¹⁸ Lawrence, C., Zhou, J., and Tits, A., User's Guide for CFSQP Version 2.1: A C Code for Solving (Large Scale) Constrained Nonlinear

(Minimax) Optimization Problems, Generating Iterates Satisfying All Inequality Constraints, Electrical Engineering Department and Institute for Systems Research, University of Maryland, College Park, MD 20742

¹⁹ Michalewicz, Z., ``Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs'', Springer Verlag, 3rd Revision edition, Oct., 1997.

²⁰ Michalewicz, Z., Fogel, D., ``How to Solve It: Modern Heuristics'', Springer Verlag, Dec., 1999.

²¹ Wilcox, D., ``Turbulence Modeling for CFD'', DCW Industries, 2nd edition, Dec., 2002.

²² Curran, E.T. Leingang, J., Carreiro, L., and Petters, D., ``Further Studies of Kinetic Energy Methods in High Speed Ramjet Cycle Analysis'', AIAA Paper 92-3805, July. 1992.

²³ Heiser, W.H., Pratt, D.T., ``Hypersonic Airbreathing Propulsion'', American Institute of Aeronautics and Astronautics, June, 1994.

²⁴ Kanda, T., Kudo, K., ``A Conceptual Study of a Combined Cycle Engine for an Aerospace Plane'', AIAA Paper No. 2002-5146, Oct. 2002.

マッハ10以上の超高速域スクラムジェット作動特性に関する数値解析

高橋政浩、小寺正敏、小室智幸、佐藤和雄、伊藤勝宏

JAXA 総合技術研究本部 角田宇宙センター 複合推進研究グループ

Numerical Simulation on High-speed Scramjet Characteristics
at Flight Mach Number over 10

by

M. Takahashi, M. Kodera, T. Komuro, K. Sato, and K. Itoh

ABSTRACT

To investigate hypervelocity scramjet characteristics, numerical simulation was applied to combusting flows in a M12-02 HM scramjet engine at a free-stream stagnation enthalpy of 5MJ/kg and 7MJ/kg, which corresponds to the flight Mach number condition of 10 and 12. The numerical results were compared with the experimental results obtained by using a large free-piston shock tunnel to verify the numerical procedure. Good agreement was obtained between the numerical and experimental results of the wall pressure distribution. The results gave detailed information on the ignition process in the combustor. To investigate influence of the uncertainty in the test flow composition on the combustion process in the engine, numerical results computed assuming the free-stream condition with and without a small amount of atomic oxygen were compared. At 5MJ/kg condition, existence of atomic oxygen in the free-stream affected ignition process and better agreement with the experimental results was obtained in the case of the free-stream condition without atomic oxygen than in the case with atomic oxygen. The numerical simulation showed that the combustor gas temperature exceeded 2600K at near the combustor exit and loss in the net combustion heat release due to thermal dissociation of the combusting gas was still one of major causes to drop the combustor performance.

1. はじめに

スクラムジェットエンジンは将来型宇宙輸送システムを実現するための有力な推進系技術として期待されている極超音速空気吸い込み式エンジンである。1980年代後半よりスクラムジェットエンジンの実用化を目指してきた JAXA は、近年、世界最大級の高温衝撃風洞 Hiest を用いて、課題となっている飛行マッハ数 8 以上の超高速域におけるスクラムジェット作動特性及び推力向上の研究に着手した。

一般に、スクラムジェット性能は飛行速度の増加に伴い著しく低下する。これは第一に、エンジンに流入する空気流の運動エネルギーが増加し、燃焼による生成熱の寄与が相対的に減少することによる。これに加えて、超高速条件では、燃焼器内の燃焼ガス温度が高くなりやすく、特に、燃焼ガス温度が 2500K を越える場合、燃焼ガスの熱解離が顕著となり、燃焼により得られる正味発熱量は著しく減少する。このことが超高速域におけるスクラムジェット性能低下をより深刻にする要因の一つとして挙げられる[1]。

我々は、燃焼ガス温度の過度な上昇を防ぎ正味発熱量損失の軽減を図りつつ、高い発熱レートの維持と安定した高燃焼状態の確保を達成することを目指した燃焼器ガス温度最適化の考えに基づき、超高速域スクラムジェット性能向上を図る研究を進めている[1,2]。まず、飛行マッハ数 12 相当条件 (Hiest 試験条件では気流総エンタルピー 7MJ/kg、総圧 30MPa に相当) において燃焼ガス温度が 2500K を越えないよう燃焼器入口ガス温度を 1200K 程度に設定して設計した試作 1 号エンジンの燃焼試験を行ったところ、高燃焼状態が安定に持続せず、不安定な燃焼特性が問題となった[1]。そこで、次にインレット圧縮を強化し燃焼器入口温度及び密度を上げることで燃焼器内での発熱を促進し高燃焼状態の安定化達成を目標とした改良型エンジン(M12-02)を製作した[1]。M12-02 エンジンでは、高燃焼状態の持続時間が延長され燃焼安定性が大きく改善された。しかし、試験条件によっては依然として燃焼圧力の低下が見られるなど M12-02 の燃焼安定性はまだ十分とは言えない結果であった。そこで、燃焼安定性のさらなる向上のため、超高速域燃焼器要素試験[3]において燃焼安定化に高い有効性を示した縦渦導入型燃料噴射器 (Hyper-mixer:HM) の M12-02 への適用が試みられた[2]。HM 噴射器を適用した M12-02HM では、極めて安定な高燃焼状態が達成された他、飛

行マッハ数 10 以下の条件で M12-02 を大きく上回る燃焼器性能が得られた。その反面、M12-02HM の燃焼器性能は気流速度の増加に伴い単調かつ著しく低下したことから、燃焼ガス温度の過度な上昇による正味発熱損失の増加が懸念された[2]。

本報では、エンジン内混合/燃焼状態を詳細に解明しエンジン試験結果の詳細検討及びエンジン性能向上に資することを目的として着手したエンジン試験対応 CFD の適用性評価及び燃焼特性の検討結果について報告する。

2. 数値解法

本研究では JAXA が開発し、スクラムジェットエンジン試験対応解析に適用してきた非構造格子 3 次元燃焼流計算コードを用いた[4]。燃焼過程のモデル化については、水素/酸素系燃焼反応過程のみを考慮し Stahl-Warnatz の 9 化学種 17 素反応モデル[5]を用いた。ここで、窒素は不活性としている。また、計算領域は全域乱流であると仮定し、乱流モデルとして Spalart-Allmaras 1 方程式モデルを用いた[6]。計算コードの詳細は文献[4]に譲る。計算は、JAXA 「数値宇宙エンジン」システムを用いて実行した。

3. 結果および考察

計算対象である M12-02 エンジンの形状を Fig.1 に示す。エンジンは 2 次元ダクト形状であり、全長 2900mm、空気取入口形状 W200mm×H250mm、燃焼器長さ 1700mm である。燃料は常温のガス水素であり、側板の燃焼器入口 (エンジン先端から 736mm 位置) 直上流位置に設置された燃料噴射器より供給される。M12-02 に適用された HM 噴射器の形状を Fig.2 に示す。HM 噴射器は圧縮ランプと膨張ランプを組み合わせた形状で、圧縮ランプ背面にキャビティを設けることでエンジン主流中に強い渦を導入するよう設計されたものである[3]。燃料は圧縮ランプ下流端面の噴射孔よりエンジン軸に対して 12 度の角度で噴射される。

計算領域は、エンジン軸方向についてはインレット入口面からノズル出口面までとし、水平及び垂直方向については計算効率化のため各方向の中央対称面に対称境界条件を適用し 1/4 断面のみとしている。計算格子はテトラプリズム Hybrid 非構造格子を適用し、使用した格子点数は約 500 万点である。

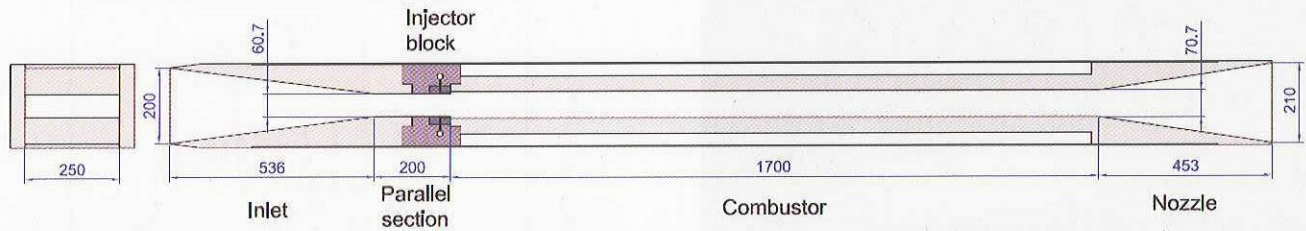


Fig.1 Schematic of M12-02 scramjet engine

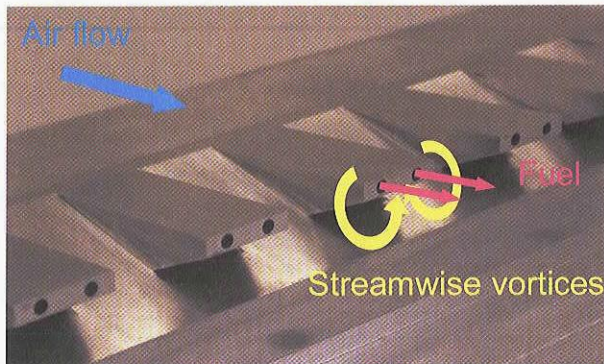


Fig.2 Photograph of the hyper-mixer injector for the M12-02

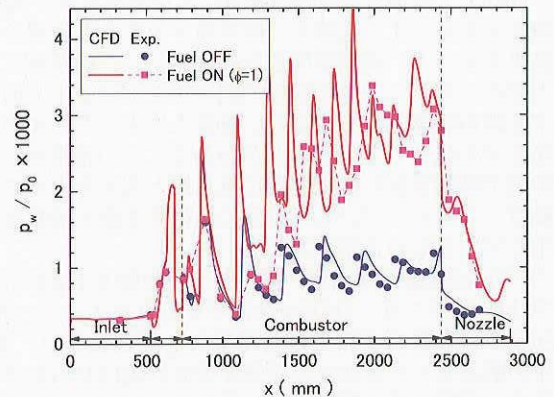
試験結果との比較

$H_0=5\text{MJ/kg}$ 条件のエンジン側壁中央におけるエンジン軸方向壁圧分布について試験結果と解析結果との比較を Fig. 3 に示す。各図には燃料噴射有り無しの場合の結果を示した。各壁圧分布に見られるピークは HM 噴射器の圧縮ランプにより形成された衝撃波が燃焼器内で反射を繰り返すことによる。燃焼時の試験結果では燃焼発熱による壁圧上昇が 1300mm 付近より始まるが、燃焼圧力上昇の開始位置については主流中に酸素原子が含まれない場合の解析結果の方が試験結果とよく一致し、酸素原子が含まれる場合の解析結果では燃焼による圧力上昇がより上流位置から始まっている。また、 5MJ/kg 条件における燃焼時壁圧分布には、ランプ衝撃波の入射による短周期のピークの他に、その周期の約 3 倍にあたる 500mm 程度の間隔で壁圧の大きな変動

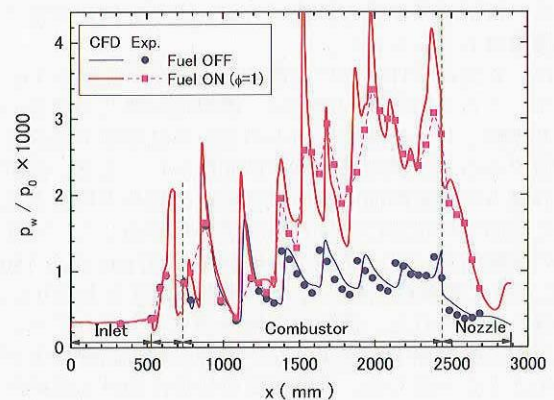
試験気流条件は Hiest 試験の気流淀み点エンタルピー $H_0 = 5\text{MJ/kg}$ 及び 7MJ/kg 条件とした。これらはそれぞれ飛行マッハ数 10 及び 12 に相当する。エンジン流入気流条件は、Dunn-Kung モデル[7]を用いて化学非平衡性を考慮した軸対称 NS 解析コードを Hiest ノズル流れに適用し計算した値を用いた。上記の試験条件の場合、試験気体は貯気槽状態で一旦 3500K から 5000K 程度の高温になり、酸素分子等の解離や NO の生成が起こる。その後、ノズル膨張過程で再結合が進むものの、高速気流ゆえに反応凍結が起こり解離した状態の酸素原子が微量ながら試験気流中に残留する可能性がある。また、ノズル流解析結果によれば NO も 5% 程度存在すると推定される。酸素原子は微量であってもエンジン内での着火過程に強く影響することが懸念されるため、ここでは試験気流中の酸素原子濃度を不確定要因とし、エンジン流入気流中に酸素原子が含まれる場合と含まれない場合について解析を行い解析結果への影響を評価した。なお、NO のスクラムジェット燃焼過程への影響は小さいと考えられるが、一方で、NO は不活性で NO に含まれる酸素は燃焼に寄与できないと考えられる。そこで、ここでは NO を N_2 に置き換えて取り扱っている。エンジン流入気流条件を Table 1 に示す。燃料水素は総温 300K とし、噴射孔から音速噴射される。燃料総流量は $H_0 = 5\text{MJ/kg}$ 及び 7MJ/kg 条件でそれぞれ 0.095kg/s 及び 0.090kg/s (エンジン全断面に対する値) で、主流中の酸素量に対する当量比は約 1.1 である。また、エンジン内壁面の境界条件は non-slip、等温壁 (壁温 300K) を仮定している。

Table 1 Test flow condition

Stag. Enthalpy	5MJ/kg		7MJ/kg	
Density(kg/m^3)	0.0219		0.0192	
Velocity(m/s)	3000		3340	
Temperature(K)	437		604	
Mach Number	7.2		6.8	
Mass fraction O_2	0.2040	0.2052	0.1992	0.2030
O	0.0012	0.	0.0038	0.
N_2	0.7948	0.7948	0.7970	0.7970

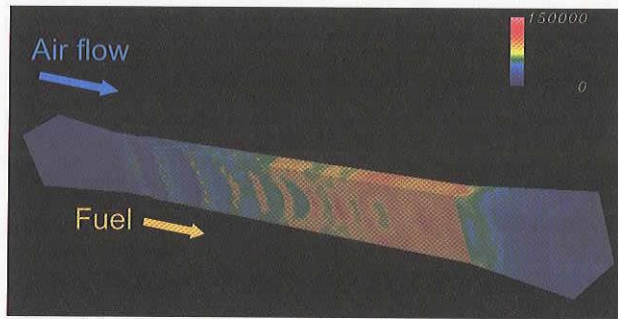


(a) With atomic oxygen (Mass fraction= 0.0012)

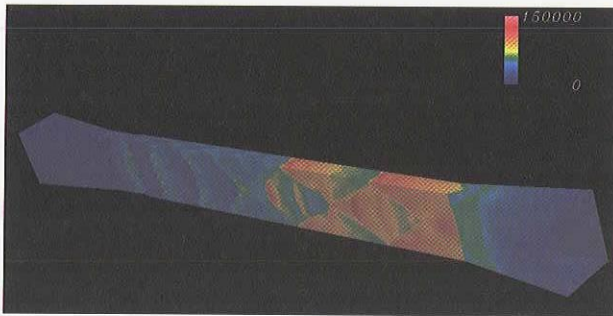


(b) Without atomic oxygen

Fig.3 Comparison of the wall pressure distribution at $H_0 = 5\text{MJ/kg}$



(a) With atomic oxygen (Mass fraction= 0.0012)



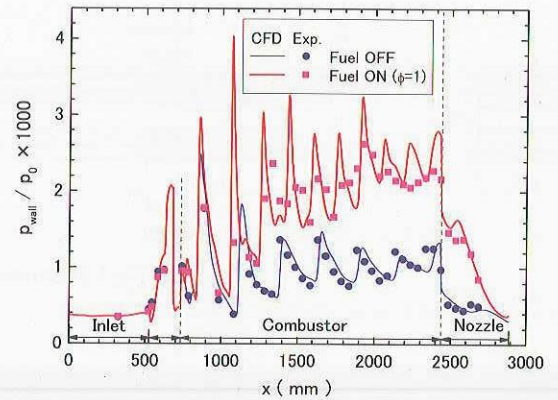
(b) Without atomic oxygen

Fig.4 Wall pressure distribution (Fuel ON, $H_0 = 5\text{MJ/kg}$)

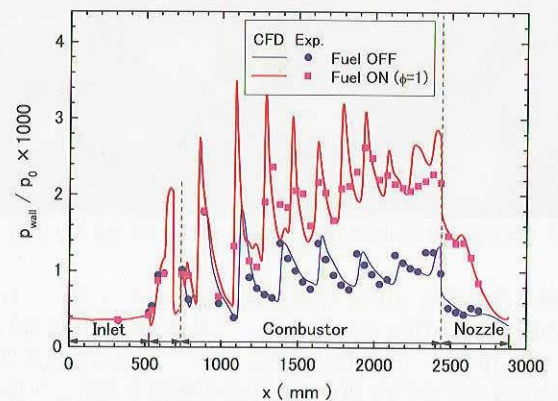
が見られるのが特徴であるが、酸素原子を含まない場合の結果には、この大スケールの壁圧変動もよく捕らえられている。Fig.4に 5MJ/kg 条件の燃焼時における天板及び側板上の壁圧分布を示す。主流中に酸素原子を含まない場合の解析結果を見ると、両側壁間を伝播するランプ衝撃波による圧力変化に加え、天板と底板の間をエンジン上下方向に伝播する斜め衝撃波が形成され、側板上に大スケールの壁圧変化を引き起こしていることがわかる。この結果から、側板中央で計測された壁圧分布に見られた大スケールの壁圧変動は、このエンジン上下方向に伝播する斜め衝撃波により生じているものと推定される。

次に、 7MJ/kg 条件の場合の壁圧分布の比較を Fig.5 に示す。 7MJ/kg 条件では、 5MJ/kg 条件で見られた大スケールの壁圧変動は試験結果にも解析結果にも見られない。また、主流中の酸素原子の有無による壁圧分布の差は見られず両解析結果は試験結果と概ねよく一致した。Fig.6は 7MJ/kg 条件の燃焼時における天板及び側板上の壁圧分布である。エンジン全体の壁圧分布においても酸素原子の有無による差は見られない。また、 5MJ/kg 条件の酸素原子が含まれない場合の解析結果に見られたエンジン上下方向に伝播する斜め衝撃波も見られない。

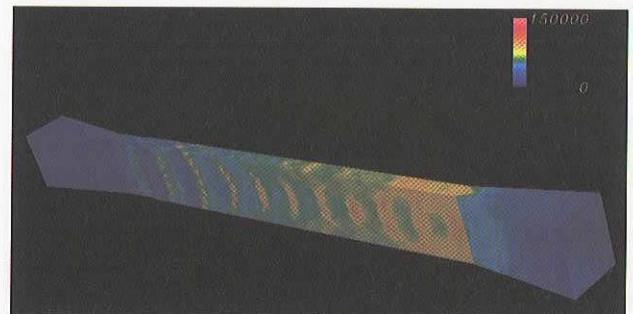
次に、各気流条件における燃焼圧力増分の比較を Fig.7 に示す。ここで燃焼圧力増分は、燃料噴射無しの場合の圧力を基準値とし、燃焼時圧力との差分を基準値で無次元化した値である。試験結果は壁圧計測値から、また、解析結果は各軸方向位置断面内での保存変数の積分平均値を基に求めた断面平均状態における静圧値から算出した。 5MJ/kg 条件の試験結果では、燃焼圧力増分が 1300 mm から 1500 mm にかけて急激に上昇しており燃焼圧の立ち上がりに大きい遅れが見られた。燃焼圧力増分の立ち上がりについても主流中に酸素原子が含まれない場合の解析結果の方が試験結果とよく一致した。燃焼器出口付近における燃焼圧力増分は酸素原子の有無によらずほぼ同等である。一方、 7MJ/kg 条件では、燃焼器入口付近より燃焼圧力増分の増加が始まっている。酸素原子の有無による差は 5MJ/kg 条件



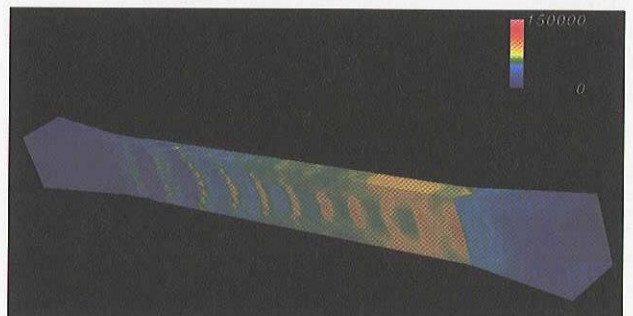
(a) With atomic oxygen (Mass fraction= 0.0038)



(b) Without atomic oxygen

Fig.5 Comparison of the wall pressure distribution at $H_0 = 7\text{MJ/kg}$ 

(a) With atomic oxygen (Mass fraction= 0.0038)



(b) Without atomic oxygen

Fig.6 Wall pressure distribution (Fuel ON, $H_0 = 7\text{MJ/kg}$)

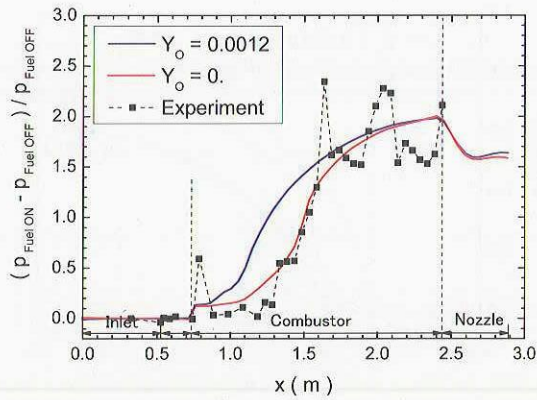
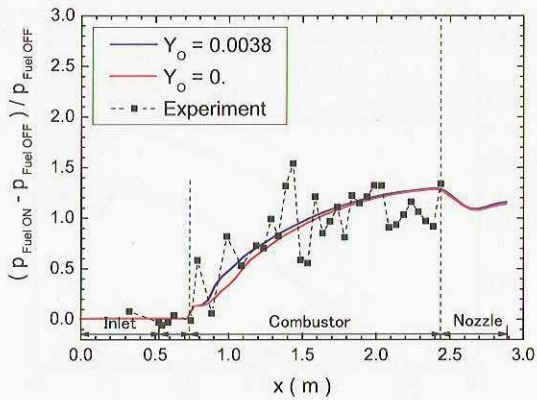
(a) $H_0 = 5\text{MJ/kg}$ (b) $H_0 = 7\text{MJ/kg}$

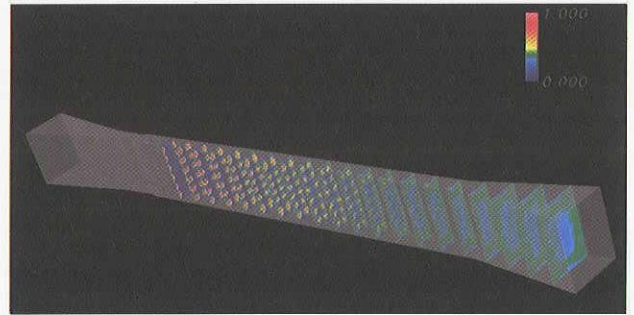
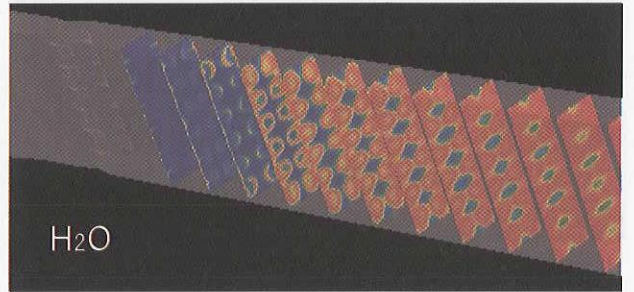
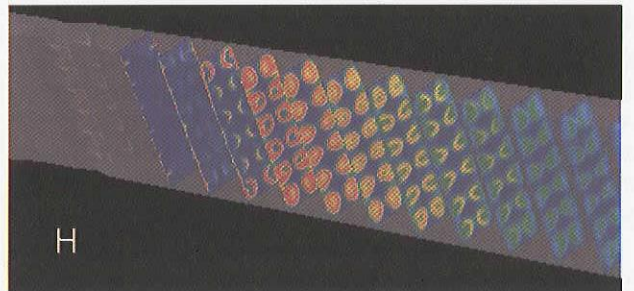
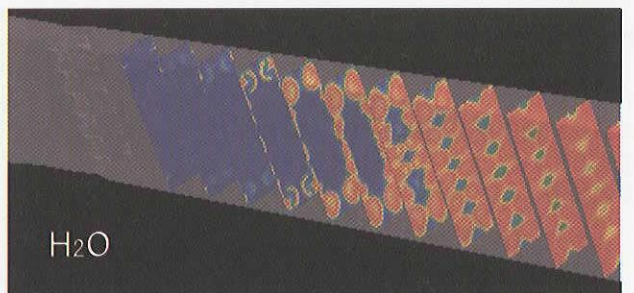
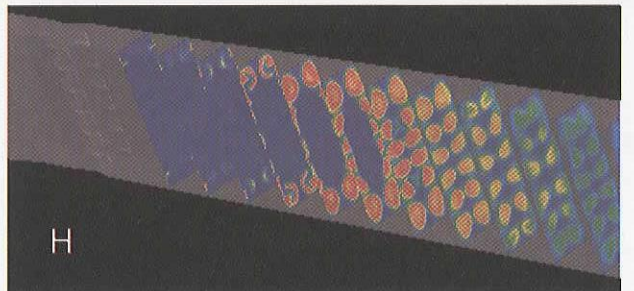
Fig.7 Comparison of the normalized combustion pressure rise

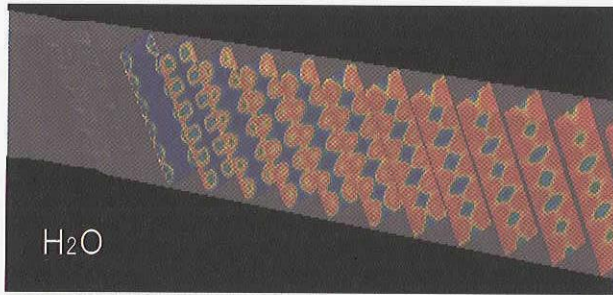
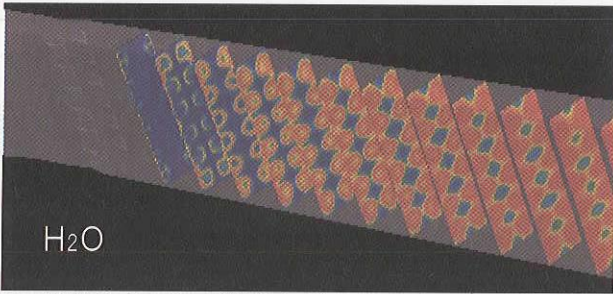
の場合に比べずっと小さく、両解析結果は試験結果と概ねよく一致した。

燃料／空気混合及び着火過程

5MJ/kg 条件における燃料水素のモル分率分布を Fig.8 に示す。燃料は噴射位置近くでは縦渦に取り込まれ圧縮ランプの下流位置に集中して分布するが、下流へ進むにつれ混合が進み均質な分布になっている。

5MJ/kg 条件における燃焼により生成された H_2O 及び H のモル分率断面内分布（エンジン軸方向位置 900mm より 100mm 間隔で表示）を、主流中に酸素原子が含まれる場合と含まれない場合についてそれぞれ Fig.9 及び Fig.10 に示す。酸素原子が含まれない場合、まず側板上の天板及び底板付近で着火し、天板及び底板と側板とのコーナー付近で燃焼が進んでいる。これに続き、1200mm で側板上境界層内の広範囲で着火し、さらに、1500mm 以降、燃料と主流との混合層内で着火し断面内広域での燃焼へと移行している。5MJ/kg 条件では、燃焼器入口ガス温度が境界層を含む断面平均値でも 1100K 程度と推定され、ガス温度が低いことから主流中での着火遅れは大きいと考えられる。最初に起こる天板及び底板付近での着火は、インレットのコーナー流れにより生じた局所的な高温領域が起点となっている。また、最初に天板及び底板付近でのみ燃焼が進み、その領域の気体が膨張することで、天板－底板間をエンジン上下方向に伝播する斜め衝撃波が形成されるものと考えられる。一方、主流に酸素原子が含まれる場合、天板及び底板付近の着火とほぼ同時に側板上の広範囲でも着火しているが、酸素原子の存在により主流内での着火遅れが大幅に短縮さ

Fig. 8 Mole fraction of the fuel ($H_0=5\text{MJ/kg}$)(a) H_2O (b) H atomFig.9 Mole fraction (with atomic oxygen, $H_0=5\text{MJ/kg}$)(a) H_2O (b) H atomFig.10 Mole fraction (without atomic oxygen, $H_0=5\text{MJ/kg}$)

Fig.11 Mole fraction of H₂O (with atomic oxygen, H₀=7MJ/kg)Fig.12 Mole fraction of H₂O (without atomic oxygen, H₀=7MJ/kg)

れたためと考えられる。また、このように燃焼器断面の広範囲で早期に主流着火が起こる場合、燃焼が比較的均質に進むため、エンジン上下方向に伝播する斜め衝撃波は形成されにくいと考えられる。主流中に酸素原子が含まれない場合の解析結果の方が試験結果とよく一致したことから、5MJ/kg 条件における着火・燃焼は天板及び底板付近の領域を起点としているものと推定される。

次に、7MJ/kg 条件の場合のモル分率分布 (H₂O のみ) を酸素原子有り及び無しの場合についてそれぞれ Fig.11 及び Fig.12 に示す。7MJ/kg 条件では、燃焼器入口付近の空気流静温が 1400K 程度まで高くなったことで、酸素原子を含まない場合でも側板上の広範囲で早期の主流着火が可能となり、主流中の酸素原子による着火過程に対する顕著な影響は見られない。

燃焼状態

混合効率及び燃焼効率のエンジン軸方向分布を Fig.13 に示す。混合効率 η_{mix} 及び燃焼効率 $\eta_c(\text{H}_2\text{O})$ 及び $\eta_c(\Delta Q)$ はエンジン軸に垂直な断面内での積分に基づき以下のように定義している。

混合効率：

$$\eta_{\text{mix}} = \frac{\int \rho \frac{Y_{\text{H}}^*}{\phi} u dA}{\int \rho Y_{\text{H}}^* u dA}, \quad \text{ただし} \quad \phi = \begin{cases} 1 & \Phi < 1 \\ \Phi & \Phi \geq 1 \end{cases}$$

燃焼効率 (H₂O 生成量)：

$$\eta_c(\text{H}_2\text{O}) = \frac{\int \rho Y_{\text{H}_2\text{O}} u dA}{9 \int \rho Y_{\text{H}}^* u dA}$$

燃焼効率 (燃焼発熱量)：

$$\eta_c(\Delta Q) = \frac{\int \rho \left(\sum Y_i \cdot \Delta H_i^f \right) u dA}{121 \int \rho Y_{\text{H}}^* u dA}$$

ここで、 ϕ 及び Φ はそれぞれ局所当量比及び断面平均状態における全体当量比である。また、 Y_{H}^* は燃料水素の質量分

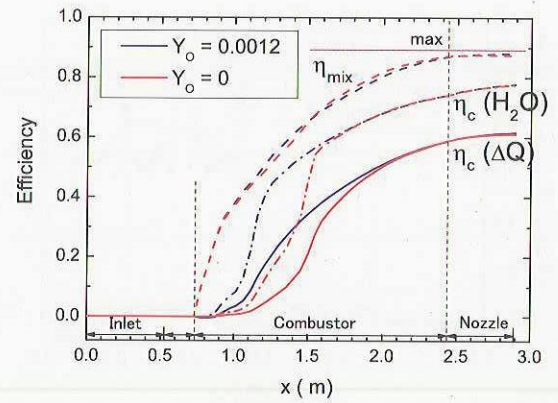
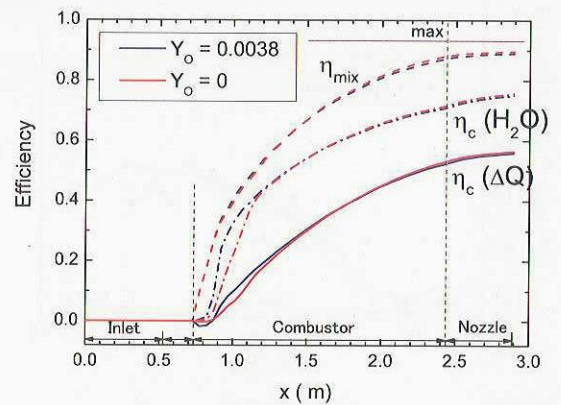
(a) H₀=5MJ/kg(b) H₀=7MJ/kg

Fig.13 Mixing and combustion efficiencies

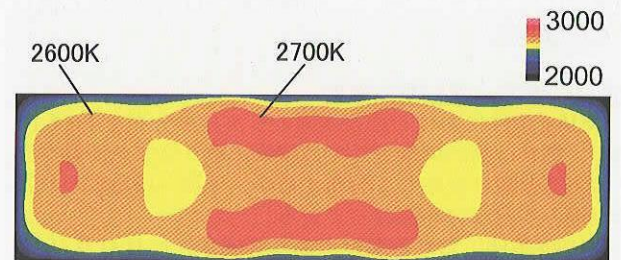
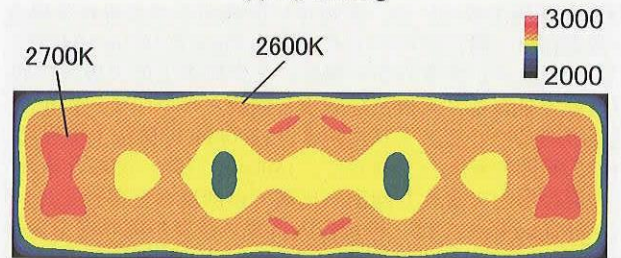
(a) H₀=5MJ/kg(b) H₀=7MJ/kg

Fig.14 Static temperature distribution at the combustor exit plane (x = 2400mm)

率、 ΔH_i^f は各化学種の生成エンタルピーである。上記の定義式は噴射された燃料水素の総量及びそれが理想燃焼して生成される H₂O 量や燃焼発熱量に対する効率であるため、全体当量比 Φ が 1 より大きい場合、各効率の最大値は $1/\Phi$ と

なる。そのため、各図には最大値を合わせて示してある。混合効率は噴射面から 100mm までの区間で急速に上昇し、その後、やや上昇率が低下するものの上昇を続け、燃焼器出口付近ではほぼ最大値に到達している。混合効率の上昇に伴い燃焼効率も上昇していることから、燃焼の進行は混合の進行に強く支配されていると考えられる。燃焼器出口における燃焼効率は最大値に対して H_2O 生成量による評価で約 80%、また、発熱量による評価では、 H_2O 生成量の減少に伴う発熱量減少に加えラジカル生成による吸熱分が損失として加わるためさらに低下して約 60%であった。一方、Fig.14 は燃焼器出口付近 ($x=2400\text{mm}$) の断面内燃焼ガス温度分布である。燃焼ガス温度は断面内の広範囲で 2600K を越え、局所的には 2700K 以上の高温領域も存在している。これらの結果は、燃焼ガスの熱解離による正味発熱量損失が燃焼器性能に及ぼす影響が未だ顕著であることを示すものである。今後の燃焼器改良によりさらなる性能向上が期待される。

4. まとめ

超高速域スクラムジェットエンジン作動特性解明及び性能向上のため、M12-02HM エンジンの高温衝撃風洞試験に対応した CFD 解析を行い、計算コード・数値解法の適用性評価、混合・燃焼状態の詳細解明に着手した。

- 1) 気流淀み点エンタルピ $H_0=5\text{MJ/kg}$ 及び 7MJ/kg 条件（飛行マッハ数 10 及び 12 に相当）で、燃焼器圧力分布について解析結果と試験結果とのよい一致が得られた。
- 2) 高温衝撃風洞試験気流組成の不確定要因として微量ながら酸素原子が存在する可能性が考えられ、エンジン内での燃焼過程に影響を及ぼすことが懸念されたため、エンジン流入気流に酸素原子が含まれる場合及び含まれない場合について解析を実施し比較した。 $H_0=5\text{MJ/kg}$ 条件の場合、酸素原子の有無により着火過程に違いが見られ、酸素原子が含まれない場合の解析結果の方が試験結果とよく一致した。また、 7MJ/kg 条件では酸素原子の有無により燃焼状態に顕著な差は見られなかった。
- 3) $H_0=5\text{MJ/kg}$ 条件の酸素原子無しの場合、燃焼器入口ガス温度が低いため、まず天板及び底板付近で着火し燃焼が進み、やや遅れて側板上境界層の広範囲及び燃料と主流との混合層で着火した。一方、 7MJ/kg 条件では主流温度が高いため、酸素原子の有無の違いが燃焼過程に及ぼす影響は 5MJ/kg 条件の場合よりずっと小さく、着火・燃焼過程に顕著な差は見られなかった。
- 4) 天板及び底板付近から着火する場合、天板と底板の間をエンジン上下方向に伝播する斜め衝撃波が形成され、それが 5MJ/kg 条件の壁圧分布に見られた大スケールの壁圧変動の原因であると考えられる。
- 5) 燃焼器出口付近の燃焼ガス温度は広範囲で 2600K 以上となっており、熱解離による正味発熱損失の燃焼器性能に対する影響が未だ顕著であることを示す結果であった。

参考文献

- 1) Takahashi, M., et al, "Experimental Study on Scramjet Engine Performance at Mach 10 to 15 Flight Condition," ISABE-2005-1238, 2005.
- 2) Takahashi, M., et al, "Performance Characteristics of a Scramjet Engine at High Speed Condition over Mach 10," Proc. 25th ISSW, Bangalore, 2005.
- 3) Sunami, T., et al, "Effect of Streamwise Vortices on the Scramjet Combustion at Mach 8-15 Flight Enthalpies - An Experimental Study in HIEST," ISABE-2005-1028, 2005.

- 4) Koder, M., et.al, "Numerical Analysis of Scramjet Combusting Flows by Unstructured Hybrid Grid Method," AIAA Paper 2000-0886, 2000.
- 5) Stahl, G., Warnatz, J., "Numerical Investigation of Time Dependent Properties and Extinction of Structure of Methane and Propane Air Flamelets," Combustion and Flame, Vol.85, 1991, pp.285-299.
- 6) Spalart, P.R., Allmaras, S.R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," La Recherche Aerospaciale, No.1, 1994, pp.5-21.
- 7) Dunn, M.G., Kang, S.-W., "Theoretical and Experimental Studies of Reentry Plasmas," NASA CR-2232, 1973.

アブレータ供試体周りの流れ場とアブレータ熱応答との連成解析

鈴木 俊之*, 山田 哲哉†, 酒井 武治‡, 山本 行光*

*宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部

†宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究本部

‡名古屋大学

Coupled Analysis of Flowfield and Thermal Response of Ablator Under Arc-Jet Flow Condition

by

Toshiyuki Suzuki, Tetsuya Yamada, Takeharu Sakai, Yukimitsu Yamamoto

ABSTRACT

An integrated numerical method to obtain thermal response of ablator under aerodynamic heating environment is briefly described. In this method, a two-dimensional thermal response analysis code, namely SCMA2, is loosely coupled with a thermochemical nonequilibrium CFD code. The method is applied to reproduce the thermal response of ablator obtained by the heating tests conducted in the 1MW arc-jet wind tunnel facility at ISAS/JAXA. Surface temperature, heat flux variation and surface shape change of the ablative test piece under arc-jet flow condition are calculated by the integrated code. These obtained results are compared with those given by one-dimensional SCMA code, and also with the experimental data for the purpose of validation. As to the comparison of calculated surface temperature with experimental data, quantitative agreement is yet to be accomplished because of the uncertainties in freestream conditions and material surface conditions. However, obtained results show that the present coupled approach is still available to predict the thickness of ablator required for space vehicles in future missions.

1. はじめに

基幹推進システムの信頼性の向上, 惑星探査計画の実現, 更に有人輸送技術の開発に向けて, アブレータを用いた熱防御技術の確立は重要な課題の一つである. 特にアブレータ熱防御システムを設計する際には, 幅広いミッション要求に対応するためにもアブレータ厚み分布を適切に与えて重量を必要最小限に留める必要がある, 予めアブレーションを伴う空力加熱環境を正確に予測する解析手法が望まれている.

一般にアブレータには, 炭素繊維に樹脂を含浸した炭素繊維強化型プラスチック (CFRP) 等が多く用いられる. アブレータは加熱を受けると樹脂が分解して熱を吸収しアブレータ内部に熱分解ガスが生じる. 熱分解ガスはアブレータ表面から境界層内に噴出し, アブレータ表面近傍に断熱層を形成する. この対流遮蔽効果によりアブレータ表面に伝わる熱は減少し, 結果としてアブレータ内部の熱伝導や熱分解といった熱応答にも影響を与える. 一方, 炭化したアブレータ表面は高温になっている. それにより炭素原子の酸化や昇華による表面形状の変化や質量の損耗が生じるため機体の空力特性も変化する. このようにアブレーションを含む空力加熱現象は非常に複雑であり, 流れ場とアブレータの熱応答は相互に強く作用し合う. したがってアブレーションを伴う空力加熱環境を正確に予測するためには, アブレータの熱応答とアブレータ周りの流れ場を同時に考慮する必要がある.

近年著者等はアブレータ熱応答の予測精度向上に向けて, JAXA 宇宙科学研究本部アーク風洞を用いてアブレータの加熱試験を行い, アブレータの表面温度, 内部温度, 熱分解ガス圧力の測定を試みた^[1]. 更に 1 次元アブレータ熱応答解析コード(SCMA)を用いて取得データの解析が行われ, 表面温度や内部温度に関しては実験データと計算結果の良好一致が見られた. また熱分解ガス圧力に関しては, 発生, 上昇, 減少のメカニズムを定性的に説明することに成功したが, 定量的な比較では課題が残った.

熱分解ガス圧力の 1 次元計算結果と測定結果との違いを調べるために, 著者らは 2 次元アブレータ熱応答解析コード(SCMA2)を開発し^[2], 加熱試験環境下のアブレータ熱応

答の再現計算を行った. 熱分解ガス挙動の 2 次元性を考慮することでアブレータ試験片側面からの熱分解ガスの流出を説明し, 実験結果との一致はやや改善された. しかしながらアーク風洞気流状態量がわからなかったためにアブレータ周りの流れ場との連成解析は行われていない.

近年, 気流測定技術が向上し, アーク風洞等の高エンタルピ試験設備によって生み出される複雑な気流状態も解明されつつある^[3,4]. また酒井は, アーク加熱部におけるジュール加熱や乱流エネルギー輸送, 輻射熱輸送を伴う流れ場を解く数値計算法を開発した^[5]. 更にノズル部における熱・化学非平衡を伴う膨張流れを解く数値解析コードと組み合わせることによって, 宇宙科学研究所アーク風洞試験部における流れの状態量を見積もった^[6]. 従って, アブレータ周りの流れ場を考慮してアブレータの熱応答を解くことが可能になったと思われる.

本研究ではアブレーション現象を伴う複雑な空力加熱環境を正確に予測し, ミッションに必要なアブレータ厚み分布を適切に与えることができる解析手法の開発を目的とする. ここでは流れ場を解く CFD コードとアブレータの熱応答を解く SCMA2 コードを連成し, アーク風洞加熱環境下のアブレータ試験片の熱応答の再現を試みる. 従来の解析手法を用いた結果や加熱試験結果との比較を通して本解析手法の妥当性とアブレータ設計支援ツールとしての可能性を検討する.

2. 数値計算法及び加熱試験概要

アブレータ周りの熱・化学非平衡流れ場解析

流れ場の支配方程式は軸対称 Navier-Stokes 方程式である. 反応モデルには高温空気に関する N_2 , O_2 , N , O , NO , N_2^+ , O_2^+ , N^+ , O^+ , NO^+ , e^- の 11 化学種に加え, アブレーションによる炭素・水素系化合物に関して C , C_2 , CN , CO , C_3 , C^+ , H , H_2 , C_2H , H^+ の 10 化学種の合計 21 化学種による 36 反応を考慮した. 反応速度係数には Park らの値を用いた^[7,8]. 熱・化学非平衡を表現するモデルには Park の 2 温度モデルを用いた.

アブレータ表面における炭素原子の相変化を伴う化学反応として, 酸素原子による酸化反応 ($C(s) + O \rightarrow CO$) と昇華反応 ($3C(s) \rightarrow C_3$) を考慮した. 酸化反応によりアブレ

一表面から生じる CO の質量流量は気体分子運動論より以下のように与えられる。

$$J_{CO} = \frac{M_{CO}}{M_O} \rho_O \frac{\alpha_{oxi}}{4} \sqrt{\frac{8RT_w}{\pi M_O}} \quad (1)$$

ここで M_{CO} 及び M_O はそれぞれ CO , O の分子量を表し, R は気体定数, T_w は壁面温度を表す. 一方, 昇華反応により生じる C_3 の質量流量は Hertz-Knudsen-Langmuir の式^[9]

$$J_{C_3} = \frac{\alpha_{sub} \max(p_{e,C_3} - p_{C_3})}{\sqrt{2\pi RT_w/R}} \quad (2)$$

で与えた. ここで p_{e,C_3} は平衡蒸気圧, p_{C_3} は C_3 の分圧である. 酸化反応と昇華反応の反応確率はそれぞれ以下のように与えられる.

$$\alpha_{oxi} = 0.63 \exp(-1160/T_w), \quad (3)$$

$$\alpha_{sub} = 0.023. \quad (4)$$

アブレータ表面における酸素原子と窒素原子の触媒性再結合反応については, アブレータの表面触媒性がよくわかっていないため非触媒壁と完全触媒壁の両極限を仮定した計算を行った. 但しアブレーションを伴う場合, 酸素原子による酸化反応確率と再結合反応確率が合計で1を超えないように調整している. 壁面における各化学種の濃度は反応速度と拡散速度の釣り合いから求められる.

計算は構造格子を用いたセル中心有限体積法で行った. 対流流束は shock-fix 法を組み込んだ AUSM-DV スキームで求め, 空間精度は MUSCL 法によって高次精度化した. 生成項の計算には対角化点陰解法を用いて安定性を向上させた. また局所時間刻み法を用いて計算効率の向上を図った.

アブレータ熱応答解析 (SCMA2)

本研究では SCMA2 コードを用いてアブレータの熱応答を解く. SCMA2 の数値計算法は文献[2]に記されているが以下に簡単に示す. 支配方程式は, 固体の熱伝導を解く固体フェーズと熱分解ガスの挙動を解くガスフェーズに分けられる. 固体フェーズで扱われる変数は更に樹脂状態と炭化状態に分けられる. そのためアブレータ固体密度 ρ_s は以下のように樹脂密度 ρ_{resin} と炭化層密度 ρ_{char} の和で与えられる.

$$\rho_s = \rho_{resin} + \rho_{char}. \quad (5)$$

固体内部エネルギーも以下のようにそれぞれ樹脂状態と炭化状態に分けられる.

$$e_{char} = H_{0, char} + \int c_{p, char}(T) dT, \quad (6)$$

$$e_{resin} = H_{0, resin} + \int c_{p, resin}(T) dT.$$

ここで e , H_0 , c_p はそれぞれ内部エネルギー, 生成エンタルピー, 比熱を表す.

本研究では, 加熱された樹脂はすぐに蒸発し空孔内部に液層は存在しないと仮定する. すなわち空孔率 ε はアブレータ固体密度を用いて以下のように与えられる

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} - \frac{\rho_s - \rho_{char}}{\rho_{resin}} \quad (7)$$

ここで ε_{max} は炭化層の空孔率である.

アブレータ内部の空孔の非等方性については Fig. 1 に示すようにモデル化する. まず内部に空孔を持ち, 辺の長さがそれぞれ dx , dy である長方形の検査面 ABCD を考える. 検査面と空孔の辺の長さの比をそれぞれ ε_x , ε_y とすると, 検査面と空孔の面積はそれぞれ

$$\Omega = dx \cdot dy, \quad (8)$$

$$P = \varepsilon_x dx \cdot \varepsilon_y dy. \quad (9)$$

であるので検査面 ABCD の空孔率 ε は以下ようになる.

$$\varepsilon = \frac{P}{\Omega} = \varepsilon_x \cdot \varepsilon_y. \quad (10)$$

従って単位体積当たりの熱分解ガスの密度は空孔率 ε と空孔内部の熱分解ガス密度 ρ_g の積で与えられる. また熱分解ガスの内部エネルギーは

$$e_g = H_{0,g} + \int c_{p,g}(T) dT. \quad (11)$$

である. 以上より, 系の総エネルギー E は以下のように表される.

$$E = \rho_{char} e_{char} + \rho_{resin} e_{resin} + \varepsilon \rho_g e_g + \frac{1}{2} \varepsilon \rho_g (u^2 + v^2). \quad (12)$$

アブレータ固体部の温度 T は(6), (11), (12)式を用いてニュートン反復法により求められる.

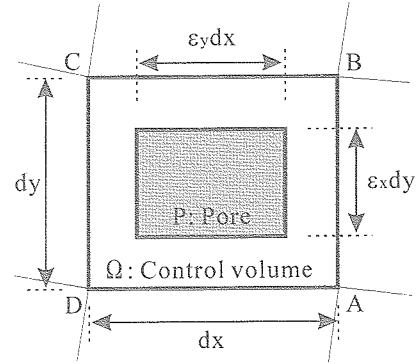


Fig. 1 Quadrilateral pore in two-dimensional control volume.

熱分解ガスの温度は固体部の温度 T と瞬時に平衡に達すると仮定し, 熱分解ガスの圧力は以下の式から与えられる.

$$p = \varepsilon \rho_g \frac{R}{M} T. \quad (13)$$

従って本計算手法で解かれる保存変数は, 固体フェーズとして樹脂密度 ρ_{resin} と総エネルギー E , またガスフェーズとして熱分解ガス密度 $\varepsilon \rho_g$, 熱分解ガスの運動量 $\varepsilon_x \rho_g u$, $\varepsilon_y \rho_g v$ である.

支配方程式は積分形で以下のように表される.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} Q d\Omega + \oint F_j \cdot dS = \int_{\Omega} W d\Omega. \quad (14)$$

保存ベクトル Q , 流束ベクトル F_j , 生成項ベクトル W はそれぞれ以下のように与えられる.

$$Q = \begin{pmatrix} \rho_{resin} \\ \varepsilon \rho_g \\ \varepsilon_x \rho_g u \\ \varepsilon_y \rho_g v \\ E \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} -R \\ R \\ -\varepsilon_x f_x \\ -\varepsilon_y f_y \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$F_j = \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon_j \rho_g u_j \\ \varepsilon_j \rho_g u u_j + \varepsilon_j p \delta_{1j} \\ \varepsilon_j \rho_g v u_j + \varepsilon_j p \delta_{2j} \\ \varepsilon_j u_j \left(\rho_g e_g + \frac{1}{2} \rho_g (u^2 + v^2) + p \right) - \kappa_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \end{pmatrix}$$

熱分解ガスに働く摩擦力 f_j は速度に比例し, 以下のように与えられる.

$$f_j = \frac{\mu}{\gamma_j} u_j. \quad (16)$$

ここで μ は粘性係数である. また γ_j は j 方向の気体透過率で, 積層角度 θ の関数として以下のように与えられる.

$$\begin{pmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin^2 \theta & \cos^2 \theta \\ \cos^2 \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{90^\circ}(v_c) \\ \gamma_{0^\circ}(v_c) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

$\gamma_{0^\circ}(v_c)$, $\gamma_{90^\circ}(v_c)$ はそれぞれ積層に垂直な方向と積層に沿う方向の気体透過率であり、アブレータの炭化度合いを表すパラメータ

$$v_c = \frac{\rho_{\text{virgin}} - \rho_s}{\rho_{\text{virgin}} - \rho_{\text{char}}}. \quad (18)$$

の関数で表される。本研究では $\gamma_{0^\circ}(v_c)$, $\gamma_{90^\circ}(v_c)$ の値は文献 [10] で得られた値を補完して与える。また式 (15) におけるアブレータの熱分解反応速度 R は以下の式で与える。

$$R = \sum_{k=1}^N f_k A_k \exp\left(\frac{-B_k}{T}\right) (\rho_{\text{virgin}} - \rho_{\text{char}}) \left(\frac{\rho_s - \rho_{\text{char}}}{\rho_{\text{virgin}} - \rho_{\text{char}}}\right)^{\mu_k}. \quad (19)$$

係数 A_k, B_k, f_k, μ_k は Thermo-gravimetry 試験結果をカーブフィットして与えられる。

アブレータの熱伝導率 κ は、温度の関数として静的に測定された炭化層とバージン層の熱伝導率 $\kappa_{\text{char}}(T)$, $\kappa_{\text{virgin}}(T)$ を用いて以下のように与えた。

$$\rho_s \kappa = \omega \rho_{\text{virgin}} \kappa_{\text{virgin}}(T) + (1 - \omega) \rho_{\text{char}} \kappa_{\text{char}}(T). \quad (20)$$

ただし、 $\omega = (\rho_s - \rho_{\text{char}}) / (\rho_{\text{virgin}} - \rho_{\text{char}})$ である。アブレータの比熱については、グラファイトの比熱が低温域では温度に比例し ($c_p \approx c_1 T$) し高温域では一定 ($c_p = c_\infty$) となることから以下の式を用いた。

$$c_p = c_\infty \frac{T}{\sqrt{T^2 + (c_\infty / c_1)^2}}. \quad (21)$$

支配方程式 (14), (15) は保存形のまゝ有限体積法を用いて離散化される。数値流束は中心差分で与え、数値的な不安定性を避けるために Jameson の人工粘性を付加した。時間積分については固体フェーズでは陽的に、ガスフェーズでは交互方向陰解法 (ADI 法) を用いて陰的に行われる。ガスフェーズの時間刻み幅は固体フェーズの約 1/100 程度である。

CFD-SCMA2 連成解析手法

本研究では、アブレータ表面の状態量は CFD コードと SCMA2 コード間の反復によって求める。CFD コードではある時刻における熱流束、表面圧力、更に (1), (2) 式から表面損耗量の定常解を求め、SCMA2 コードの境界条件として与える。熱流束は熱伝導及び拡散によるものと、黒放射体を仮定したアブレータ壁面からの輻射を考慮し、以下の式で与えられる。

$$q = \kappa \frac{\partial T}{\partial n} + \kappa_v \frac{\partial T_v}{\partial n} + \sum_s \rho D_s \frac{\partial c_s}{\partial n} - \varepsilon \sigma T^4. \quad (22)$$

一方 SCMA2 コードでは与えられた境界条件を用いてその時刻までのアブレータの熱応答を解き、その時刻における表面温度と熱分解ガス流量等を流れ場の壁面境界条件として与える。このコード間の反復計算は通常 4 回程度の反復で収束する。収束後は次の時刻の流れ場の定常解を求め、同様に SCMA2 コードとの反復計算を行っていく。

アブレータ表面から境界層へ噴出する気体の質量流量は、SCMA2 コードから得られる熱分解ガスによるものと壁面反応によるものに分けられ以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \dot{m}_g + \dot{m}_e \\ &= \varepsilon \rho_s |\mathbf{u}| + J_{CO} + J_{C_3}. \end{aligned} \quad (23)$$

この内熱分解ガスの組成は、壁面温度及び壁面圧力の下で熱・化学平衡を仮定して求められる。

本計算に用いる計算格子の例を Fig. 2 に示す。アブレータ周りの熱・化学非平衡流れ場については Zone 1 で計算を行い、Zone 2, Zone 3 ではアブレータの熱応答を解く。アブ

レータ表面で生じる化学反応による表面形状の変化を表現するために、Zone 1 と Zone 2 では格子の再生成を行う。酸化反応と昇華反応による単位時間単位面積当たりのアブレータ表面損耗量は式 (1) と (2) を用いて、以下のように与える。

$$\begin{aligned} r &= \frac{\dot{m}_c}{\rho_{\text{char}}} \\ &= \frac{J_{CO} + J_{C_3}}{\rho_{\text{char}}}. \end{aligned} \quad (24)$$

更にある時刻 t_i におけるアブレータ表面に垂直な方向への表面移動量は次式で与える。

$$S = \int_{t_i}^t r dt. \quad (25)$$

格子の再生成の際には、表面格子点の移動に伴う内部格子点の圧縮と伸長のみを行い、格子点数の増減はない。

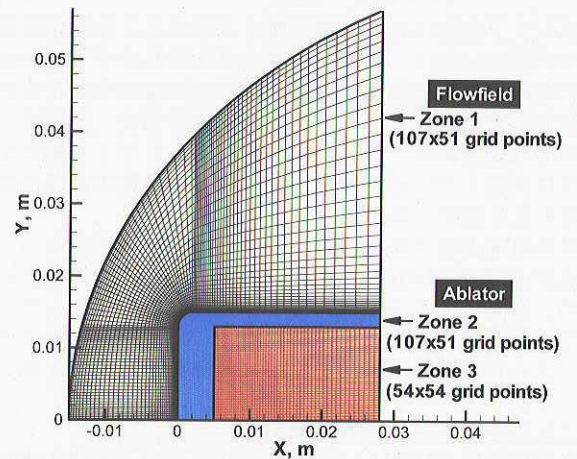


Fig. 2 Typical example of computational mesh consisting of three zones.

アーク風洞を用いたアブレータ加熱試験

本研究で議論するアブレータ加熱試験は、JAXA 宇宙科学研究本部の 1MW アーク風洞で行われた。アーク風洞は主に上流側の陽極とコンストリクタ、下流側の陰極、及びノズル部から構成される。コンストリクタ側面から流入した空気は電極間の放電によって加熱され、ノズル部で加速、膨張し、供試体が設置された試験部に流れ込む。本試験では直径 30mm のアブレータ供試体がノズル出口後方 130mm の位置にセットされ、30 秒間の加熱を行った。この加熱試験ではアブレータ表面温度履歴やアブレータ内部温度、熱分解ガス圧力の測定が行われた。ガーダゲージを用いて別途行われた冷温壁加熱率測定試験によると、ノズル出口後方 130mm の位置における冷温壁加熱率は約 3MW/m² である。アーク風洞の運転、気流特性に関する詳細は文献 [11]、本研究で議論するアブレータ加熱試験に関する詳細は文献 [1] に記されている。

アーク風洞試験気流の状態量

アーク気流にさらされるアブレータ周りの流れ場解析を行うに当たって、試験部に流入する主流の状態量を精度良く見積もる必要がある。そこで本研究に先立ち酒井は宇宙科学研究所アーク風洞の作動条件を用いて、アーク加熱部のジュール加熱や輻射熱輸送を伴う流れとノズル部における熱化学非平衡を伴う流れ場を詳細に解き、試験部における流れの状態量を詳細に見積もった^[6]。本研究では流れ場の流入境界条件に上記酒井の計算結果を用いる。本研究で用いた宇宙科学研究所アーク風洞のノズル出口後方 130mm における気流の状態量を Table 1 に示す。

Table 1 Freestream condition at 130mm from nozzle exit.

主流密度 [kg/m ³]	2.015 × 10 ⁻⁴
主流速度 [m/s]	5293.0
並進一回転温度 [K]	554.0
振動一電子励起温度 [K]	3920.0
化学種質量分率	
<i>N</i>	0.35222
<i>O</i>	0.23208
<i>N₂</i>	0.41546
<i>O₂</i>	0.00001
<i>NO</i>	0.00023
質量平均エンタルピ [MJ/kg]	18 (計算値)
	15 (測定値)

3. 結果及び考察

冷温壁加熱率測定値との比較

本連成解析は加熱開始から時刻 0 秒におけるアブレータ周りの流れ場の解を得ることから始まる。アブレーションはなく、アブレータ表面は任意の等温壁面であると仮定し、Table 1 で与えられる気流状態を流れ場の主流条件として与えた。計算によって得られたよどみ点加熱率と実験結果との比較を Fig. 3 に示す。計算では非触媒壁条件と完全触媒壁条件を仮定した。実験では冷温壁加熱率はガードンゲージを用いて測定されている。一般にガードンゲージの表面は完全触媒壁に近い状態を示すことが知られているが、Fig. 3 によると計算結果は実験値を約 67% 上回った。これは本計算の主流条件として与えている気流予測値の誤差が原因の一つと考えられる。Table 1 に示しているように、計算された流れの質量平均エンタルピは測定値を上回っている。冷温壁加熱率は試験気流の総エンタルピに比例する量であるから、加熱率を過大に見積もったと思われる。

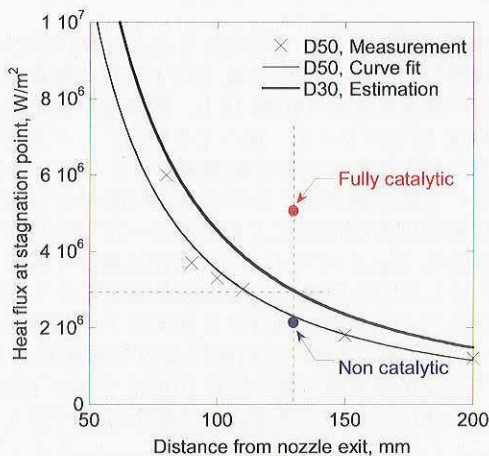


Fig. 3 Comparison of calculated heat flux value at stagnation point with experimental data obtained by gardon gauge.

アーク風洞加熱試験環境下のアブレータ熱応答

時刻 0 秒時の流れ場の解を初期解として、加熱が終了する 30 秒まで連成解析を行った。途中、非触媒壁条件の場合は 9 回、触媒壁条件の場合は 11 回の反復計算点を設けた。アブレータよどみ点における総熱流束の時間履歴を Fig. 4 に示す。加熱開始後、熱分解ガスの噴出による対流遮蔽効果と輻射冷却によって壁面に伝わる総熱流束が減少していく様子がわかる。加熱終了後は輻射によってアブレータ表面は冷却される。また従来用いられてきた経験式による解との一致も良好である。経験式による解は、本計算のような連成解析は行わず冷温壁加熱率の値のみによって求められる。

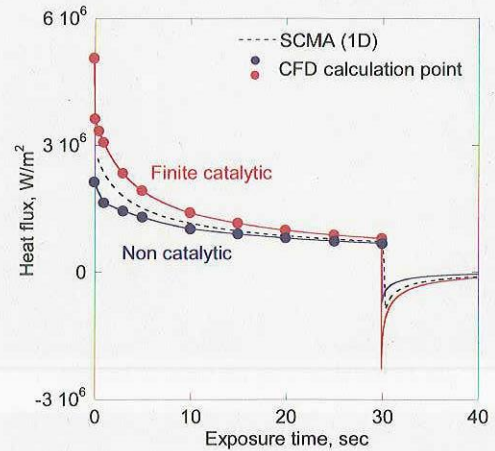
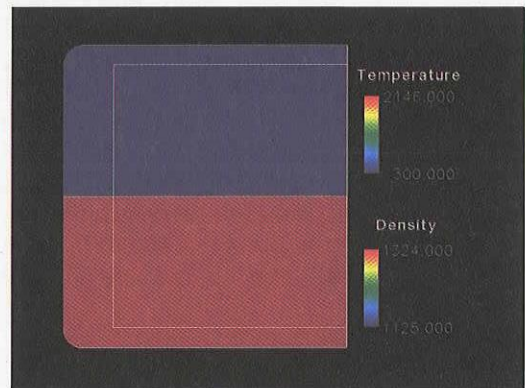
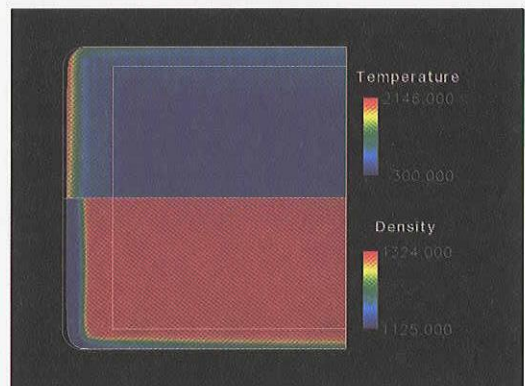


Fig. 4 Total heat flux variations at the stagnation point.

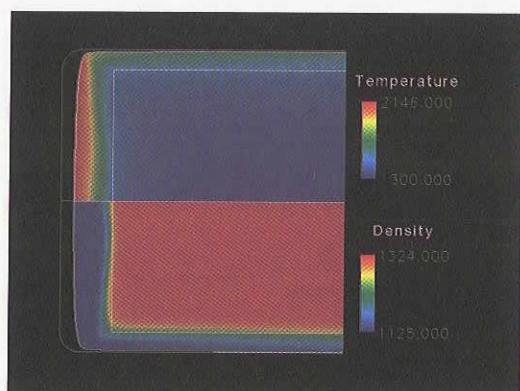
連成解析によって得られたアブレータ熱応答の概要について説明する。加熱開始前、開始後 10 秒、30 秒、50 秒後のアブレータ温度と密度をそれぞれ Fig. 5(a)-(d) に示す。加熱開始後、アブレータ壁面付近の温度が上昇し時間とともに内部に熱が伝導していく様子がわかる。また温度の上昇とともにアブレータの熱分解が進行し、壁面付近の高温領域では樹脂が完全に熱分解し炭化層を形成している。またアブレータ前面だけではなく側面でも温度が上昇し、密度が低下していく様子がよくわかる。更にアブレータ表面では酸化反応や昇華反応による損耗が起こり、30 秒後の表面形状は初期の形状に比べて変化している。加熱終了後はアブレータ表面からの輻射冷却によって温度は下がる。しかしながら 30 秒後と 50 秒後の様子を比べると 50 秒後では熱分解層が大きく広がっている。これは加熱終了後もアブレータ内部の熱により熱分解が進行していくからである。



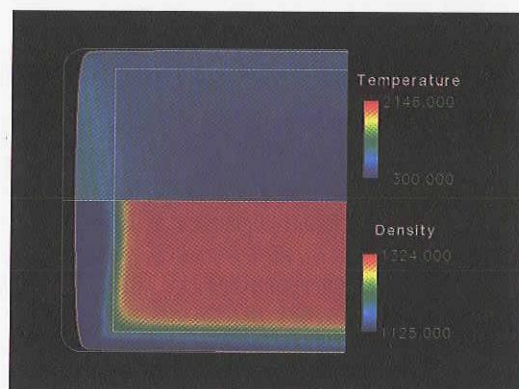
(a) Before heating.



(b) 10 sec after from the onset of heating.



(c) 30 sec after from the onset of heating.



(d) 50 sec from the onset of heating.

Fig. 5 Thermal response of ablator under arc-jet flow condition.
(upside: Temperature, downside: ablator density)

アブレータよどみ点における表面温度の時間変化を Fig. 6 に示す。加熱試験中にパイロメータを用いて測定された結果も合わせて示す。計算では、壁面に到達する酸素原子が酸化反応と触媒性再結合反応によって全て消費されると仮定した有限触媒壁条件と壁面で全く反応を起こさない非触媒壁条件を仮定している。加熱開始とともに温度は急激に上昇し、加熱終了後はアブレータ表面からの輻射冷却により温度は減少する。実験結果との比較では傾向は一致するものの、加熱開始から 30 秒後の壁面温度が触媒壁条件と非触媒壁条件で約 600K 異なる等、両極限に相当する触媒壁条件による壁面温度の差が大きい。現在のところアブレータの触媒性の詳細は解明されておらず、今後の重要な課題の一つである。

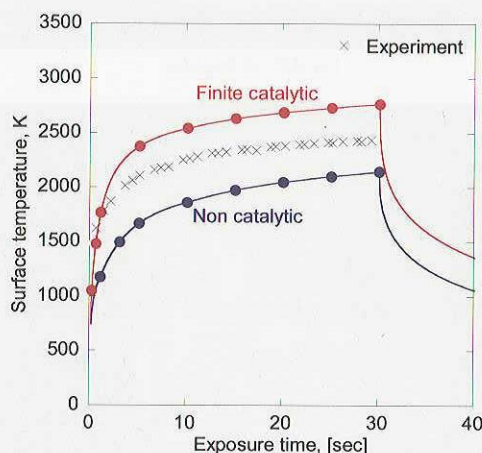


Fig. 6 Comparison of surface temperature variation at the stagnation point between calculation and experiment.

アブレータ質量損耗と形状変化

アブレータ表面で生じる酸化反応と昇華反応の効果を調べるために 1500K から 3600K までの範囲で等温壁を仮定し、各壁面温度に対する表面損耗量を求めた。この場合連成解析は行っていないので、熱分解ガスの噴出は考慮していない。各壁面温度に対する得られた無次元質量損耗量を Fig. 7 に示す。Metzger らによるグラファイトの損耗特性に関する経験式^[12]も合わせて示す。グラファイトの表面損耗に関しては反応律速、拡散律速、昇華の 3 領域に分けられることが知られており、今回の計算結果もその特徴をよく表している。拡散律速領域において触媒性モデルの違いによる表面損耗量の差異が見られる。これは触媒壁を仮定することで表面に到達する酸素原子が再結合するので、表面で酸化反応に消費される酸素原子の数が減少し、結果として表面損耗量が減少したためである。

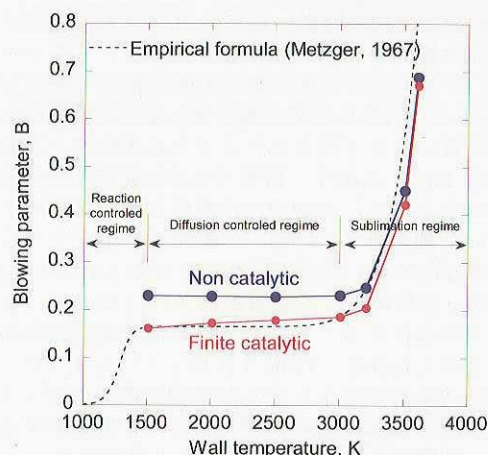


Fig. 7 Surface mass loss of graphite with temperature.

今回の連成解析によって得られたよどみ点における表面損耗の履歴を Fig. 8 に示す。Fig. 6 によると非触媒壁を仮定した場合の表面温度は 1500K 以上、触媒壁を仮定した場合は 3000K 以下であった。従って今回のアーク風洞加熱試験で生じた表面損耗は拡散律速領域によるものである。Fig. 7 によると拡散律速領域における単位時間単位面積当たりの表面損耗量は表面温度によらずほぼ一定であるので、表面損耗履歴は Fig. 8 に示すように時間に関して線形となる。Fig. 7 に示したのと同様に、触媒壁を仮定することにより非触媒壁に比べて表面に到達する酸素原子の数が少なくなる。そのため 30 秒後の表面損耗量は非触媒壁の場合約 1.2mm であるが触媒壁の場合は約 0.9mm であり Metzger らの経験式を用いた従来の手法による解とほぼ一致している。

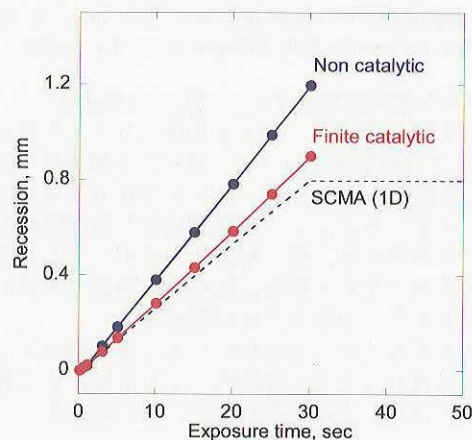


Fig. 8 Time history of surface recession at the stagnation point.

加熱前の表面形状と加熱が終了する 30 秒後の表面形状を Fig. 9 に示す。これら 2 つの線で囲まれた領域は 30 秒間の加熱で酸化反応や昇華反応により損耗したことを示している。また連成解析を行わず、時刻 0 秒時の加熱率分布を用いてアブレータの熱応答のみを解いて得られた 30 秒後の表面形状も合わせて示す。この場合よどみ点においても経験式による値を大きく上回り、更にアブレータ試験片肩部においても異常な形状変化をした様子が見られる。これはアブレーションによって絶えず変化する流れ場の情報がアブレータ熱応答解析に全く反映されていないことによって生じた非現実的な解であり、アブレーションを伴う空力加熱現象とアブレータ熱応答を予測するためには流れ場と熱応答を同時に考慮する必要があることを示した一例である。

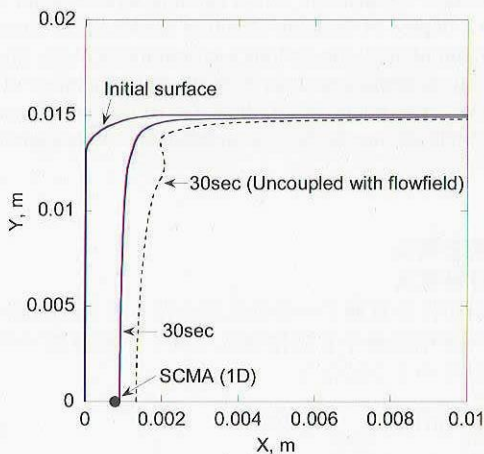


Fig. 9 Surface contours of ablative test piece at $t=30$ sec.

CFD-SCMA2 反復計算の収束

最後に、流れ場を解く CFD コードとアブレータの熱応答を解く SCMA2 コードによる反復計算の収束について説明する。触媒壁を仮定した場合の加熱開始から 0.1 秒後の対流加熱率分布を Fig. 10 に示す。図中の初期解はアブレーションがなく等温壁を仮定して得られた分布である。アブレーションの効果を考慮するために SCMA2 コードとの反復計算を開始すると、熱分解ガスが境界層内に流出し、それによる対流遮蔽効果により対流加熱率は減少する。また 4 回程度の反復計算により対流加熱率の分布に変化が見られなくなり、事実上収束している様子がわかる。他の計算点や壁面触媒性が異なった場合でもこの傾向に変化は見られない。

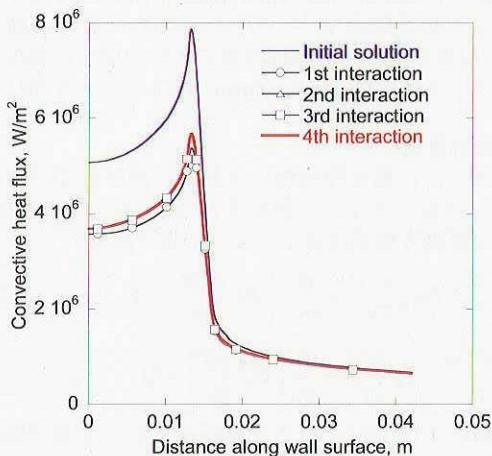


Fig. 10 Convergence history of convective heat flux with ablation.

4. 結論

アブレーション現象を伴う複雑な空力加熱環境を正確に予測し、ミッションに必要なアブレータ厚み分布を適切に与えることができる解析手法の開発を目的として、流れ場を解く CFD コードとアブレータの熱応答を解く SCMA2 コードによる連成解析手法を開発した。ここでは開発した手法を用いて、アーク風洞加熱試験によって得られたアブレータ熱応答の再現を試み、従来用いられてきた経験式による解や実験結果との比較を行った。

アブレータ表面における温度、熱分解ガス流量、表面損耗量の諸量は CFD コードと SCMA2 コードの反復計算によって求めた。冷温壁加熱率については、予測されたアーク風洞気流の質量平均エンタルピが測定値を上回っていたため加熱率も測定値を上回った。これは気流状態をより高い精度で見積もることで改善されるであろう。また本連成解析では触媒性の違いによるアブレータ表面温度への影響も大きく、触媒性の解明は今後の重要な課題の一つである。アブレータ表面形状の変化に関して、よどみ点においては従来用いられてきた経験式による解とほぼ一致した。またアブレータの熱応答を正確に予測するには連成解析が本質的に必要である。連成解析を行わない場合、本解析で示したようにアブレータ変形量は非現実的なものになることが予測される。今後は熱分解ガス圧力について議論を進め、加熱試験で観測された積層剥離の問題に取り組む予定である。

参考文献

- 1) Suzuki, T., et al., "Experimental and Numerical Study of Pyrolysis Gas Pressure in Ablating Test Piece," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 19, No. 3, 2005, pp. 266-272.
- 2) Suzuki, T., et al., "Thermal Response of Ablative Test Piece in Arc-Heated Wind Tunnel," AIAA Paper 2004-341, Reno, January 2004.
- 3) 石田清道, 渡辺泰夫, 松崎貴至, 伊藤健, 福井利夫, 長井遵正: アーク加熱チャンネルノズル流の気流診断, 航空宇宙技術研究所報告, TR-1446.
- 4) Fujita, K., et al., "Spectroscopic Measurement of ICP-heated Wind Tunnel Plasmas" AIAA Paper 2004-2681, June 2004.
- 5) Sakai, T., et al., "Improvements in a Navier-Stokes Code for Arc Heater Flows," AIAA Paper 2003-3782, June 2003.
- 6) 酒井武治: 分割式コンストリクタ型アーク加熱風洞流れの数値計算, 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 53, No. 612, 2005, pp. 29-35.
- 7) Park, C., et al., "Chemical-Kinetic Parameters of Hyperbolic Earth Entry," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 15, No. 1, 2001, pp. 76-90.
- 8) Park, C., et al., "Review of Chemical-Kinetic Problems of Future NASA Missions. I: Earth Entries," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 7, No. 3, 1993, pp. 385-393.
- 9) Blottner, F. G., "Prediction of Electron Density in the Boundary Layer on Entry Vehicles with Ablation," NASA-SP 252, pp. 219-240.
- 10) Suzuki, T., et al., "Gas Permeability of Oblique-Layered Carbon-Cloth Ablator," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 18, No. 4, 2004, pp. 548-550.
- 11) Yamada, T., et al., "Arc Heating Facility and Test Technique for Planetary Entry Missions," The Institute of Space and Astronautical Science Report SP No. 17, March 2003. pp. 148-163.
- 12) Metzger, J. W., Engel, M. J., and Diaconis, N. S., "Oxidation and Sublimation of Graphite in Simulated Re-entry Environments," AIAA Journal, Vol. 5, No. 5, 1967, pp. 451-460.

曲げ・振り梁構造モデルと非構造 CFD による三次元翼フラッタ解析

町田健太郎(横浜国大院), 宮路幸二(横浜国大)

3D Wing Flutter Analysis by Bending-Torsion Beam Model and Unstructured CFD

by

Kentaro Machida, Koji Miyaji (Yokohama National Univ.)

ABSTRACT

A 3D flutter of a sweptback wing is numerically investigated by coupling inviscid flow simulations with a bending-torsion beam structure model. The beam model of a 3D wing is a natural extension of a widely used 2D 2-degree-of-freedom structure model and it considerably simplifies the structure analysis. Finite-volume unstructured CFD is used with the aim of applying various configurations in the future. The grid is dynamically deformed in accordance with the wing motion. A truss-analogy is applied to determine the new positions of interior points when the displacements of boundary points are specified. A well-known experiment using the AGARD standard aeroelastic configuration called 445.6 wing is selected for the validation. The developed methods successfully simulated the experimental flutter boundary.

1. はじめに

航空機の軽量化, 薄翼化に伴い, 空力弾性に対する特性も厳しくなっているが, 航空機の翼のフラッタは機体に決定的な損害を引き起こすため, 開発段階においても実飛行と同等の条件下での高精度な解析が望まれる。しかし, 特に遷音速域における空力弾性現象の実験は大規模な設備を必要とし, また実機体形状に対する理論的なアプローチも困難である。CFD による空力解析と有限要素構造解析を組み合わせた連成解析は, このような飛行条件も扱うことが出来, またその条件をさまざまに変えられることから, フラッタの有力な解析手法となりつつある。今後の機体設計に積極的に活用して行くために, 非定常問題の精度の検証と, 解析手法の更なる高度化が望まれる。

筆者らは過去の研究¹⁾において, 2 次元空力弾性問題に対する非構造格子CFDの有効性と注意点を, 格子の解像度, セル形状, 格子移動変形手法のそれぞれについて調べた。本研究では同手法を 3 次元問題に拡張することを目的として, オイラー方程式を用いた非構造格子CFDによる空力解析と, 翼構造に曲げ・振り梁モデルを用いた有限要素解析による連成手法を開発し, その精度を確認する。空力解析においては, 変形する格子を伴う時間精度のある解法の開発が主要な課題である。一方, 構造解析については過去の多くのフラッタ計算で用いられている 3 次元翼の薄板近似モデルを用いたモード解析と異なり, より単純化した曲げ・振り梁構造モデルを用いた。これは 2 次元フラッタ解析の 2 自由度構造モデルをスパン方向に直接拡張したものである。スパン方向の翼の曲げ剛性・振り剛性の分布がわかれば翼の厚みを考慮して計算できること, コード開発が容易であること, また, 一次元要素分割であるため計算負荷が少なく, モード法を用いずとも直接連成計算に組み込めるといった利点を持つ。翼固有振動数の実験との一致が得られればフラッタ境界付近での翼微小振動の安定/不安定の判定には問題はなく, 翼まわりの流れ場を精度良く捉えることが特に重要であると考えられる。

本稿では多くの検証計算が行われているクリーンな翼²⁾を取り扱うが, 本手法の精度が確認できれば, 今後たとえばエンジン付き形状, 舵面フラッタなどのより複雑な形状, あるいはヘリコプターのローターブレードに対しても容易に適用可能である。

2. 数値計算法

2.1 流体計算法

流体解析は計算格子の移動変形を伴う 3 次元圧縮性 Euler 方程式を非構造格子有限体積分法で解く。積分形で式を記述すると以下ようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} Q dV + \oint_{\partial\Omega(t)} F_n dS = 0 \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \quad F_n = \begin{bmatrix} \rho U' \\ \rho u U' + p n_x \\ \rho v U' + p n_y \\ \rho w U' + p n_z \\ e U' + p U \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \quad (3)$$

$$U = u n_x + v n_y + w n_z \quad (4)$$

$$U' = (u - u_g) n_x + (v - v_g) n_y + (w - w_g) n_z \quad (5)$$

ここで (u, v, w) は流速ベクトル, (n_x, n_y, n_z) は境界面 $\partial\Omega$ での外向き法線ベクトル, また (u_g, v_g, w_g) は格子の移動速度を表す。

時間積分はMatrix-Free Gauss SeidelとNewton反復を組み合わせた 2 次精度陰解法³⁾を用いた。また対流項の離散化にはRoeのFDSを用い, 線形再構築により空間 2 次精度化している。リミターはVenkatakrishnan⁴⁾によるものを用いた。

2.2 構造計算法

本研究では, 翼を弾性軸のまわりに曲げおよび振りが作用する片持梁とみなして解析を行う⁵⁾。たわみ w と振り角 θ に対する運動方程式は以下のように表される。

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m x_{\theta} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = F \quad (6)$$

$$m x_{\theta} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + I_{\theta} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial y} \left(GJ \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = M \quad (7)$$

ここで EI および GJ はそれぞれ翼断面における曲げ剛性, ねじり剛性を表す。また m は単位長当たりの翼質量, x_{θ} は各断面での重心と剪断中心との距離, I_{θ} は弾性軸周りの単位長あたりの慣性モーメント, F は単位長あたりの外力, M は

弾性軸周りの外力のモーメントである。(6), (7)式はIsogai⁶⁾の計算などで用いられている2次元2自由度フラッタモデルを直接的に3次元へ拡張したものになっている。これらの式から分かるように、 x_θ が曲げと振りの連成振動をひきおこす。文献²⁾に示されている弾性軸位置と翼型から独自に算出したところ、本翼では翼根で $x_\theta=0.053$ (翼弦長 c で無次元化した値) となった。解析対象は異なるが文献²⁾の翼の場合と比較して、適正な値と考えられる。 x_θ は微小な値であるため構造的な曲げと振りの連成の影響は小さいと考えられ、CFDと連成した非定常計算では $x_\theta=0$ の場合のみを行い、固有振動数に関して x_θ の値の影響を調べた。

(6), (7)式を Galerkin FEM により離散化して解く。翼をスパン方向(y 軸)に分割して、各要素での解を次のように書く。

$$w(y, t) = \sum_{i=1}^4 \phi_i(y) w_i(t) \quad (8)$$

$$\theta(y, t) = \sum_{i=1}^2 \psi_i(y) \theta_i(t) \quad (9)$$

ここで ϕ_i と ψ_i はそれぞれ要素の境界条件を満たす曲げおよび振りの形状関数、また w_i と θ_i はそれぞれ曲げおよび振りの一般化座標である。(8), (9)式を(6), (7)式に代入して Galerkin法を適用すると、各要素についての運動方程式が以下のように行列形で得られる。

$$[M]\ddot{q} + [K]q = [F] \quad (10)$$

$$q = (w_1 \quad w_2 \quad \theta_1 \quad w_3 \quad w_4 \quad \theta_2)^T \quad (11)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 156A_i & 22IA_i & 21C_i & 54A_i & -13IA_i & 9C_i \\ 22IA_i & 4I^2A_i & 3C_i & 13IA_i & -3I^2A_i & 2C_i \\ 21C_i & 3C_i & 2S_i & 9C_i & -2C_i & S_i \\ 54A_i & 13IA_i & 9C_i & 156A_i & -22IA_i & 21C_i \\ -13IA_i & -3I^2A_i & -2C_i & -22IA_i & 4I^2A_i & -3C_i \\ 9C_i & 21C_i & S_i & 21C_i & -3C_i & 2S_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 12B_i & 6IB_i & 0 & -12B_i & 6IB_i & 0 \\ 6IB_i & 4I^2B_i & 0 & -6IB_i & 2I^2B_i & 0 \\ 0 & 0 & T_i & 0 & 0 & -T_i \\ -12B_i & -6IB_i & 0 & 12B_i & -6IB_i & 0 \\ 6IB_i & 2I^2B_i & 0 & -6IB_i & 4I^2B_i & 0 \\ 0 & 0 & -T_i & 0 & 0 & T_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[F] = \begin{bmatrix} \int \phi_1 F dy & \int \phi_2 F dy & \int \psi_1 M dy \\ \int \phi_3 F dy & \int \phi_4 F dy & \int \psi_2 M dy \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

ここで

$$A_i = \frac{ml}{420}, \quad B_i = \frac{EI}{l^3}, \quad C_i = \frac{mx_\theta l}{60}, \quad S_i = \frac{I_\theta l}{6}, \quad T_i = \frac{GJ}{l}$$

(10)-(14)式の要素方程式をスパン方向に重ね合わせて、構造全体の方程式を得る。(10)式の時間積分にはCrank-Nicolson法を用いた。この方法では $[q, \dot{q}]^{n+1}$ を求める際に未知の空気力 $[F]^{n+1}$ が必要になるので、これを前2つの時間ステップの値から外挿して与えている。FEM要素分割とCFDの計算格子点は一般に一致しないので、FEMの節点間の変位は、(8), (9)式の形状関数そのものを用いて求めた。

2.3 格子移動変形法

振動する物体まわりの流れ場を解析するため、流体計算に用いる格子も合わせて変形させる必要がある。本研究では非構造格子にも汎用的に用いることが可能なトラス模擬の格子変形法を用いた。各時間ステップにおいて翼の運動

にあわせて翼面上の格子点に変位し、トラスとみなした格子線の平衡条件から全体をなめらかに再分布させる。各トラスのばね定数はMurayama⁷⁾らにより提案されているように各辺の長さや面と面の狭角などを考慮して与え、大変形時でも計算格子の質を維持できるようにした。

各格子点の静的な平衡条件は巨大な連立1次方程式となるため、これを解くには大きな計算負荷がかかる。本研究ではこの平衡方程式を解く際に非定常反復解法の一つである残差切除法 (Residual Cutting Method: RCM)⁸⁾を用いて計算した。RCMおよびJacobi反復法を用いて、翼端に0.005[deg]のねじり角を与えて格子変形させた時の残差の収束履歴をFig.1に示す。RCMの方が1ステップの演算量が多いため、CPU時間に対して劇的な改善は無いが、2倍程度は速いこと、またJacobi法ではある程度の反復でそれ以上残差が落ちなくなってしまうのに対しRCMではマシンゼロ近くまで残差が落ちることが分かる。これらのことから、Jacobi法よりRCMの方が効率よく格子変形を行うことができると考えられる。またRCMの適用以前に、Gauss-Seidelを試みたが、ベクトル化のためのオーバーヘッドが大きく、ほとんど利点は無かった。

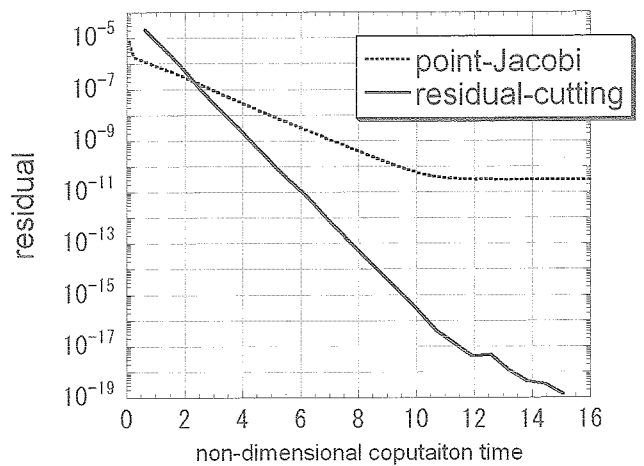


Fig.1 RCM および Jacobi 法の残差収束特性

3. 計算条件

フラッタ風洞試験はしばしば模型の破壊を伴うため、フラッタ境界の正確な計測は困難であるが、AGARD 445.6 標準空力弾性模型を用いたNASAのフラッタ試験²⁾が数値計算の検証データとして広く用いられており、本研究でもこれを参照する。

本模型はアスペクト比 1.65、テーパー比 0.66、25%翼弦線の後退角 45°、NACA 65A004 翼型を持つ薄い後退翼である。材質はマホガニー材であり、曲げ剛性 EI と振り剛性 GJ のスパン方向の分布が実験によって測定されている。Fig.2 に EI , GJ の測定値およびその近似曲線を示す。

実験によって得られたフラッタ境界を Fig.3 に示す。横軸は一樣流マッハ数 M 、縦軸は次式で定義される無次元の速度インデックス V^* をとっている。

$$V^* = U_\infty / \omega_a b \sqrt{\mu}$$

ここで ω_a は振りの固有振動数、 b は半翼弦長、 $\mu = m / \rho_\infty b^2$ は流体と構造の質量比である。マッハ数を固定して V^* が10%増加するということは、(翼の質量や剛性は保たれるとして) ほぼ一樣流の静圧が20%増加することに相当する。本研究ではマッハ数を $M=0.96$ に固定し、 $V^*=0.25, 0.3076, 0.35$ の3ケースについてフラッタ計算を行った。

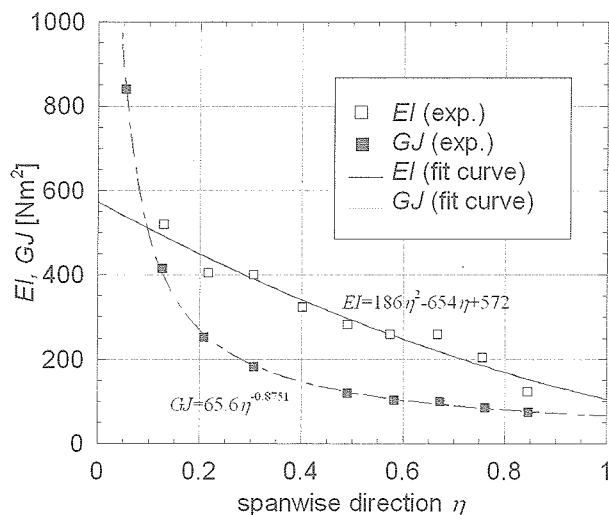
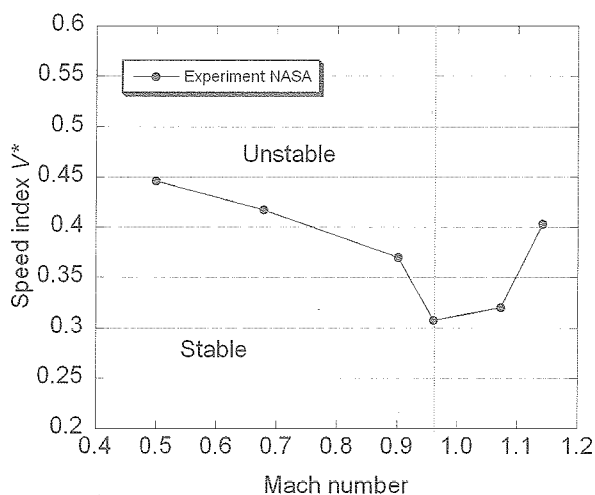
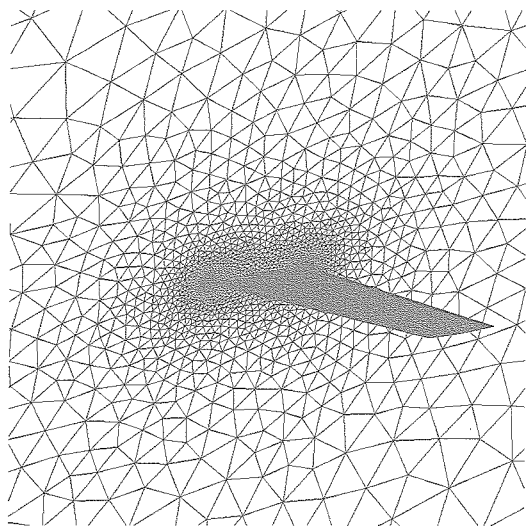
Fig.2 EI, GJのスパン方向分布²⁾Fig.3 実験によって得られたフラッタ境界²⁾

Fig.4 CFD 計算格子

計算格子を Fig.4 に示す。CFD 総格子点数は約 6 万点，四面体総セル数は約 31 万である。また，構造計算においては翼をスパン方向等間隔に 20 の要素に分割している。

4. 結果と考察

4.1 翼の固有振動数

得られた質量マトリクス $[M]$ および剛性マトリクス $[K]$ から固有値問題を解いて翼の固有振動数を求めた。低次の 4 つの振動数を Table.1 に示す。ここで(12)式中の要素の質量 m および慣性モーメント I_θ について，case-1 は翼の形状や密度から得られた m と I_θ をそのまま用いて固有値の計算をしているのに対し，case-2 およびcase-3 においては弾性軸の後退角 A の影響を考慮して評価している。すなわち，case-1 で用いた m と I_θ にそれぞれ $\cos^2 A$ ， $\cos^4 A$ を乗じて計算している。また，構造的な曲げと振りの連成の影響を調べるため，case-2 では $x_\theta=0.053$ ，case-3 では $x_\theta=0$ としている。

Table.1 翼の固有振動数

	f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	f_3 [Hz]	f_4 [Hz]
Exp.	9.6	38.1	50.7	98.5
Calc. case-1 (ordinary m, I_θ)	14.4	27.2	64.6	74.5
Calc. case-2 ($x_\theta = 0.053$)	10.5	37.1	50.9	94.4
Calc. case-3 ($x_\theta = 0$)	10.5	37.1	51.2	94.0

Table.1 の結果より case-2, 3 のみが実験値と合致し，case-1 は合致していない。これは梁理論において，「断面は弾性軸に垂直にとる必要がある」ということから理解できる。いいかえると，このような後退翼について片持ち梁のモデルを適用する場合には，有効な翼弦長を主流方向ではなく，弾性軸に垂直な方向にとらなければならない，ということがわかった。

一方， x_θ による曲げと振りの連成の影響は，3 次・4 次の固有振動数においては多少実験値に近い値が得られるものの，全体としてはそれほど大きなものではない。これは本計算対象の x_θ があまり小さくなく，固有振動数に多大な影響を与えるほどではないためであるが，翼型によっては注意が必要と考えられる。

以上より，上に述べたような注意のもとで，曲げ・振り梁構造モデルにおいても実験と同様の固有振動数が得られ，モデルの有用性が示された。

4.2 フラッタ計算

流体解析と梁モデルによる構造計算を連成させてフラッタ解析を行った。初期擾乱として翼端で $\pm 4[\text{deg}]$ の振り角の変化を強制振動として 1 周期分与え，その後自由運動として振動の様子を確認している。

Fig.5 に 3 つの速度インデックス($V^*=0.25, 0.3076, 0.35$)における翼端でのたわみ w ，振り角 θ の振動履歴を示す。実験結果では $V^*=0.3076$ がフラッタ境界であったが，本計算では $V^*=0.25$ で安定， $V^*=0.3076$ でほぼ中立（僅かに発散）， $V^*=0.35$ で発散と，実験結果に一致するフラッタ境界を捉えることができた(Fig.8)。

振動が発散した $V^*=0.35$ における 1 周期分のたわみ及び振り角のスパン方向分布を Fig.7 に示す。ただしここでの

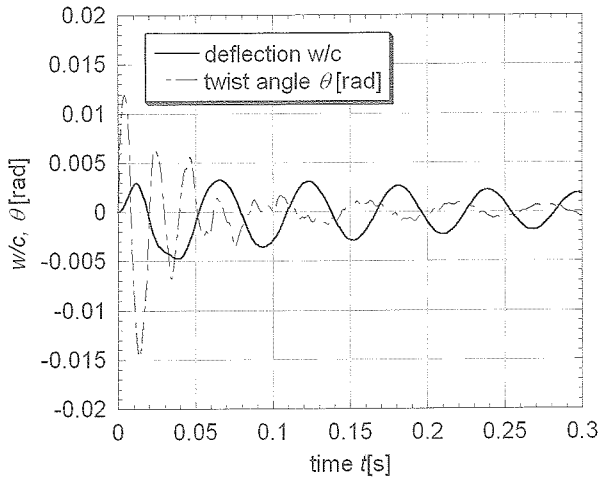
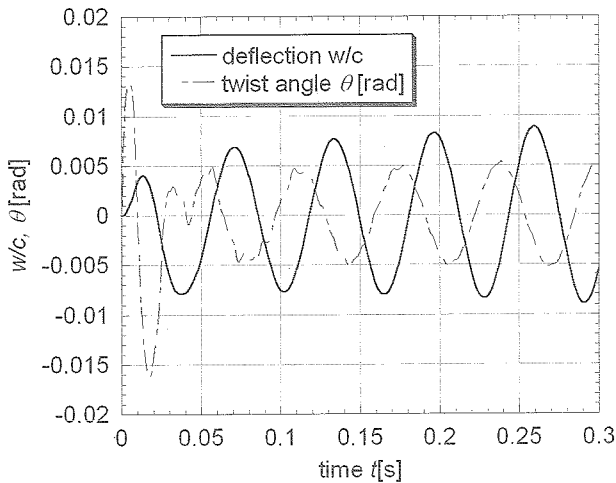
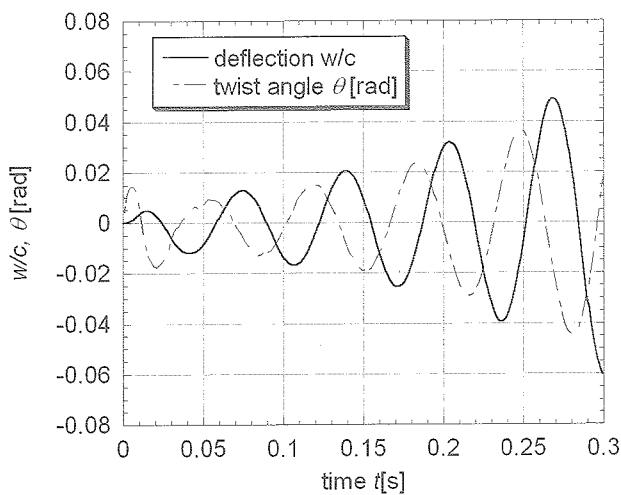
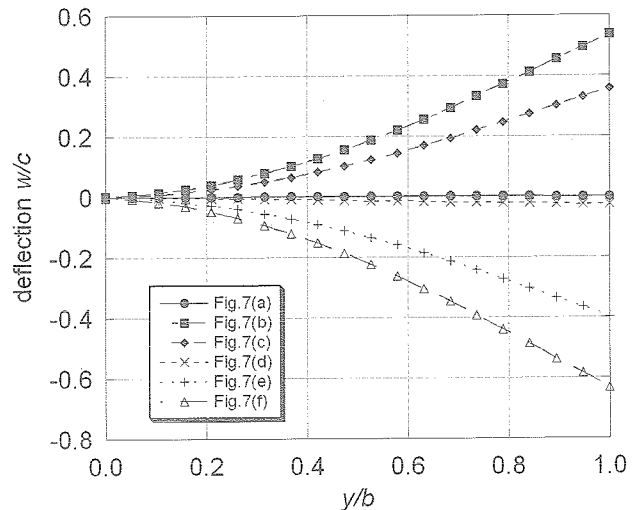
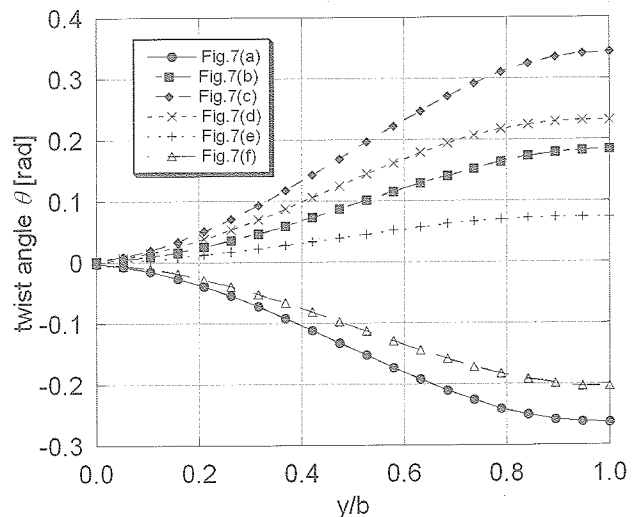
(a) $V^*=0.25$ (b) $V^*=0.3076$ (c) $V^*=0.35$

Fig. 5 翼端におけるたわみと振り角の振動履歴

振り角は弾性軸に垂直な方向な断面での角度であり、主流に対しての迎角とは一致しない。これより曲げ、振りとも翼端に向かって単調に増加し、1次のモードが支配的であることが分かる。次にこの各状態における流れ場を観察していく。Fig.7(a)-(f)に翼面上および翼端での圧力等高線を示す。Fig.7(a)はたわみがほぼ0になった状態、Fig.7(b)はたわみが極大になった状態の圧力等高線図であるが、(b)では翼上面の衝撃波が前縁に移動するとともに、下面に新しい衝撃波が発生していることがわかる。この下面の衝撃波が翼の後縁付近の圧力を上昇させ前縁下げのモーメントをもたらすので、Fig.7(c)では下方にたわみつつも迎角はさらに増加している。このとき空気力は下向き、すなわち翼の運動方向と同じ向きに働くから、翼は気流から運動エネルギーを受け取ったことになる。(d)以降でも同様にたわみが極大となるあたりで新しい衝撃波が発生し、曲げおよび振り振動の位相差から翼の運動を助長させる向きの力がもたらされている。この繰り返しで $V^*=0.35$ では翼の振幅が増大していきっていると考えられる。これに対し、振動が収束する $V^*=0.25$ の場合はこのような翼端における衝撃波が発生していない。

Fig.6 (a) たわみ w のスパン方向分布Fig.6 (b) 振り角 θ のスパン方向分布

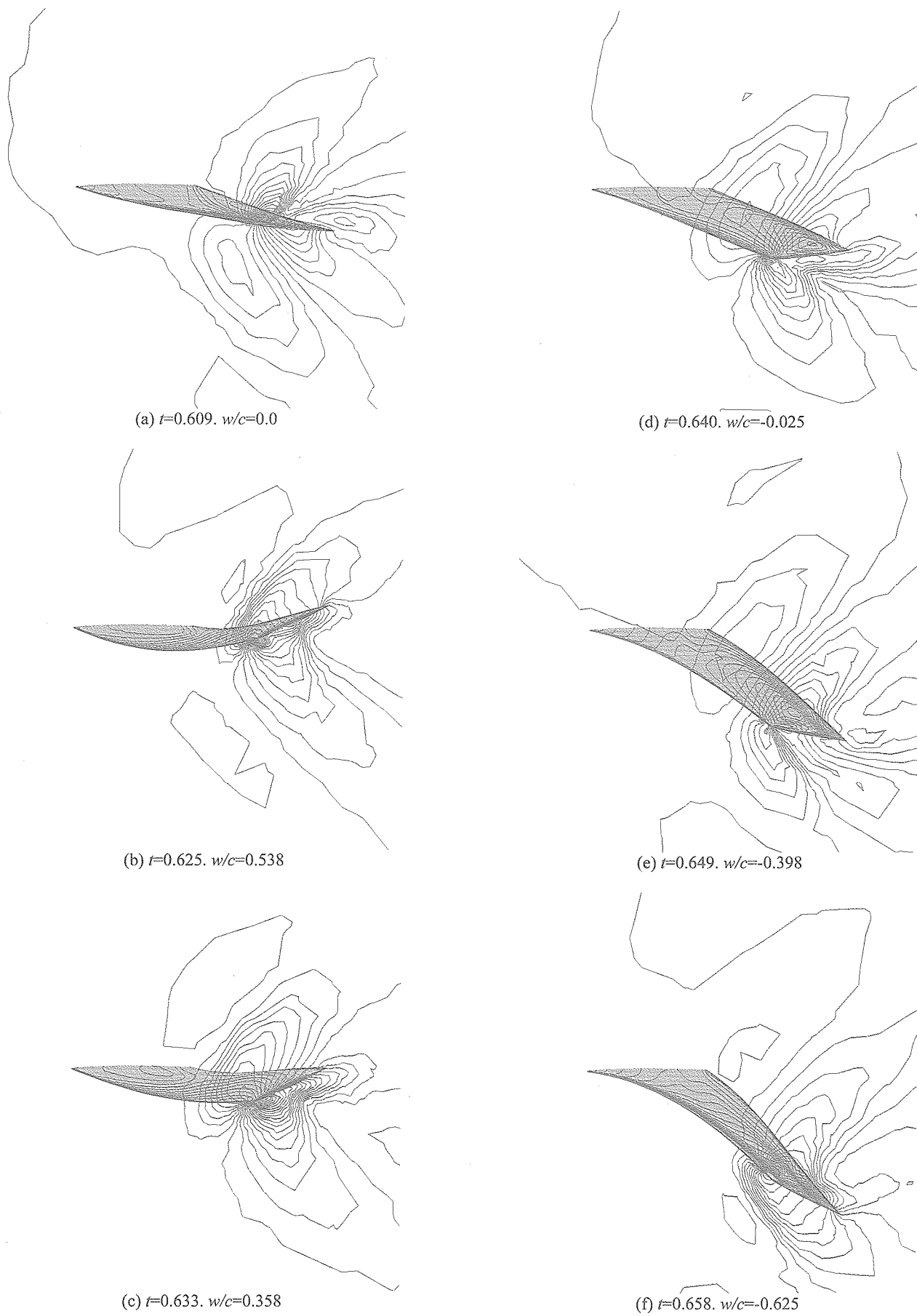


Fig.7 翼面上, および翼端での圧力等高線

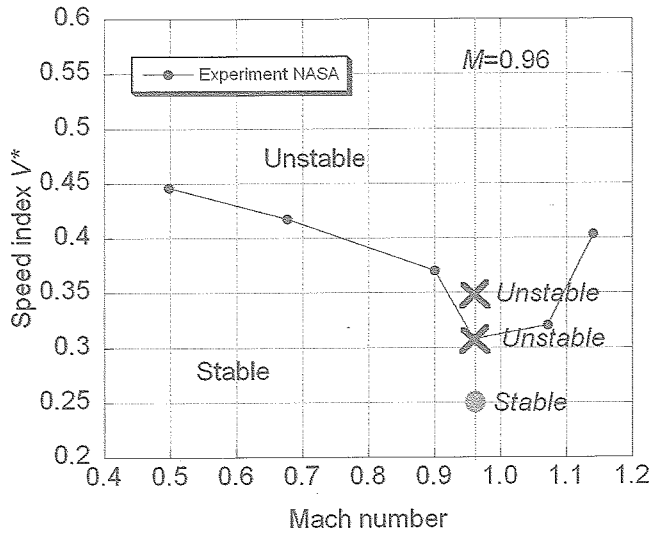


Fig.8 本計算によるフラッタ境界

5. まとめ

三次元格子の移動変形を伴う時間高精度の空力解析手法を開発し、遷音速域のフラッタ解析を行った。格子点の移動量を決定する際に現れる連立方程式を残差切除法(RCM)を用いて解き、計算時間の短縮を図った。構造解析には3次元翼を曲げと振りが作用する片持ち梁と見なす簡略化モデルを用いたが、前縁の後退角の扱いに注意すれば正確な

固有振動数を得られることを示した。以上の手法を組み合わせ、AGARD 445.6 空力弾性模型のフラッタ境界を適切に捉えることができた。

参考文献

- 1) K. Miyaji, H. Tsukada, and A. Tsurumaki, "On Accuracy of Prediction of Flutter Boundaries on Unstructured Grids," *Transaction of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 47, No. 157, 2004.
- 2) E. C. Yates, Jr., "AGARD Standard Aeroelastic Configuration for Dynamic Response," *NASA TM 100492*, 1988.
- 3) V. Venkatakrishnan, and D. J. Marvriplis, "Implicit Method for the Computation of Unsteady Flows on Unstructured Grids", *ICASE Report No. 95-60*, 1995.
- 4) V. Venkatakrishnan, "Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters," *Journal of Computational Physics*, No. 118, pp. 120-130, 1995.
- 5) O. A. Kandil, and E. F. Sheta, "Coupled and Uncoupled Bending-Torsion Responses of Twin-Tail Buffet," *Journal of Fluids and Structures*, No. 12, pp 677-701, 1998
- 6) K. Isogai, "On the Transonic-Dip Mechanism of Flutter of a Sweepback Wing," *AIAA Journal* vol. 17, 1979
- 7) M. Murayama, K. Nakahashi, and K. Matsushima, "Unstructured Dynamic Mesh for Large Movement and Deformation," *AIAA Paper 2002-0122*, 2002.
- 8) A. Tamura, K. Kikuchi, and T. Takahashi, "Residual Cutting Method for Elliptic Boundary Value Problems," *Journal of Computational Physics*, No. 137, pp. 247-264, 1997.

補遺

格子変形の際には各時間ステップにおいて次式で表される格子点の平衡方程式を解く。

$$\begin{bmatrix}
 \sum_{j \in i} k_{ij} \cdot a_{ij}^2 & \sum_{j \in i} k_{ij} \cdot a_{ij} b_{ij} & \sum_{j \in i} k_{ij} \cdot a_{ij} c_{ij} & \dots & -k_{ij} \cdot a_{ij}^2 & -k_{ij} \cdot a_{ij} b_{ij} & -k_{ij} \cdot a_{ij} c_{ij} \\
 \sum_{j \in i} k_{ij} \cdot a_{ij} b_{ij} & \sum_{j \in i} k_{ij} \cdot b_{ij}^2 & \sum_{j \in i} k_{ij} \cdot b_{ij} c_{ij} & \dots & -k_{ij} \cdot a_{ij} b_{ij} & -k_{ij} \cdot b_{ij}^2 & -k_{ij} \cdot b_{ij} c_{ij} \\
 \sum_{j \in i} k_{ij} \cdot a_{ij} c_{ij} & \sum_{j \in i} k_{ij} \cdot b_{ij} c_{ij} & \sum_{j \in i} k_{ij} \cdot c_{ij}^2 & \dots & -k_{ij} \cdot a_{ij} c_{ij} & -k_{ij} \cdot b_{ij} c_{ij} & -k_{ij} \cdot c_{ij}^2 \\
 \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots & \dots \\
 -k_{ji} \cdot a_{ji}^2 & -k_{ji} \cdot a_{ji} b_{ji} & -k_{ji} \cdot a_{ji} c_{ji} & \dots & \sum_{i \in j} k_{ji} \cdot a_{ji}^2 & \sum_{i \in j} k_{ji} \cdot a_{ji} b_{ji} & \sum_{i \in j} k_{ji} \cdot a_{ji} c_{ji} \\
 -k_{ji} \cdot a_{ji} b_{ji} & -k_{ji} \cdot b_{ji}^2 & -k_{ji} \cdot b_{ji} c_{ji} & \dots & \sum_{i \in j} k_{ji} \cdot a_{ji} b_{ji} & \sum_{i \in j} k_{ji} \cdot b_{ji}^2 & \sum_{i \in j} k_{ji} \cdot b_{ji} c_{ji} \\
 -k_{ji} \cdot a_{ji} c_{ji} & -k_{ji} \cdot b_{ji} c_{ji} & -k_{ji} \cdot c_{ji}^2 & \dots & \sum_{i \in j} k_{ji} \cdot a_{ji} c_{ji} & \sum_{i \in j} k_{ji} \cdot b_{ji} c_{ji} & \sum_{i \in j} k_{ji} \cdot c_{ji}^2 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \Delta x_i \\
 \Delta y_i \\
 \Delta z_i \\
 \vdots \\
 \Delta x_j \\
 \Delta y_j \\
 \Delta z_j \\
 \vdots
 \end{bmatrix}
 = 0$$

ここで

$$a_{ij} = \frac{x_j - x_i}{l_{ij}}, b_{ij} = \frac{y_j - y_i}{l_{ij}}, c_{ij} = \frac{z_j - z_i}{l_{ij}}, l_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$$

また k_{ij} は各格子線の持つバネ定数を表す。この連立方程式をRCMを用いて解き、点 i の移動量 $(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i)$ を求める。なお、上式中翼面上にある格子点は構造側方程式から得られた翼変位を入力するものとする。

慣性飛行時の軸対称物体の流体解析

西川進栄 (千葉大学工学部)、
海田一哉、孫 娟 (千葉大学大学院)
石出忠輝 (木更津高専)

Study of Numerical Simulation of Flow over an Axisymmetric body in Free Flight

by

N. Nishikawa, K. Kaita, J. Sun (Chiba Univ.), T. Ishide (Kisarazu Nat. Coll. Tech)

Abstract

Three-dimensional flow around the slender body, such as aircraft body or rocket cause drastic variation of flow with high angle of attack and have considerable influence on the aerodynamic characteristics. Here the projectile in the inertia flight, after thrust of the body has been stopped, is studied numerically by a finite difference scheme. This study aims at clarifying the mechanism of free flight, which is affected by the pitching and gravity on body. The initial condition is the flow at steady 'flight' which develops just after the power of engine is shutdown and the vehicle starts free flight with inertia. It has been predicted that in the lower Reynolds number < 100000 the flow is symmetric. Therefore, in this numerical study, the flow over a paraboloidal-nose cylinder at pitching rotation in 'free flight' is considered for Reynolds numbers lower than 100000. The coordinate system fixed on the body, which yields additional terms in Navier Stokes equation. The dual-time pseudo compressibility code is applied for incompressible case, instead PC-TVD scheme for Mach = 0.3 case. The Newton's 2nd law is used with the balance of aerodynamic force and gravity together with angular momentum equation. The aerodynamic coefficients C_d , C_l , C_m are discussed, as well as the trajectory of body.

1. 緒言

回転物体、加速移動物体の数値例としては Lugt&Ohring [1]の楕円柱についてのものが代表的であろう。そこでは座標は楕円柱に固定され回転するが、加速なし、すなわち並進運動についての移動格子を用いていない。当然、このような回転体固定の座標系はヘリコプタやタービンなどの回転翼の数値解に多くの応用がなされてきた。また、鈴木[2]はコーニング、すなわち、ある迎角の物体が主流を対称軸として半頂角が迎角に等しい円錐面を物体軸が描く運動をする場合の数値計算を行なっている。物体軸が円板を描くのがフラットスピンとみなせるが実験を主に多くの(安部、雛田[3]、久保田[4])研究例がある。また吉永[5]は動力学解析を示している。一方、加速円柱について移動格子を用いた例として森下[6]、西川[7]らがある。圧縮性流れについて高倉[8]は物体固定=移動格子上での諸量で表し、オイラー方程式に応用した。一方、角速度変化をとり入れ NS 方程式を梶島ら[9]が提案し2次元流に用いている。

近年、発表者らの研究室では主に軸対称物体(フェアリング形状+円柱)の非圧縮計算を行ってきた[10]。ここではこの物体の自由飛行、すなわち慣性諸方程式とナビエーストックスの式の連成問題を扱う。Fig.1 に表面と子午断面格子を示す物体の慣性飛行、すなわち、一定速度で飛行していたものが推力ゼロになった後の軌跡と姿勢変化を Re 数 < 10 万で扱う。多くの問題、例えばスカイダイビングでパラシュート未使用だとターミナル速度は 80 m/s 程度であり、圧縮性計算も有用かつ必要でもある。圧縮性流れについては PCTVD スキームによった。非圧縮流れについては擬似圧縮性法の Dual-Time Scheme で同一の格子により行い流れ場の構造および加速や物体姿勢の変化の様子を調べる。

2. 基礎方程式

ナビエーストックスの方程式を解くが、物理空間 (x , y , z) から計算空間 (ξ , η , ζ) へ変換する。計算格子は Fig. 1 の二次元格子を対称軸 Z 軸まわりに回転させることで作成される三次元格子を使用する。

速度変換: 回転し並進する物体に固定した座標での諸量を静止座標での諸量を * つきで表すと次式となる梶島[8]。ただし T : 移動座標の並進位置変化であり、 T のドットつきが時間微分で格子移動速度、 R : 回転行列、 $RS = dR/dt$

$$u_i = \dot{T}_i + R_{ij}(u_j^* + S_{jk}x_k^*) \quad (1)$$

結局、移動座標での速度についての NS 方程式は下式となる。

$$\begin{aligned} \frac{Du_i^*}{Dt} = & -\nabla_i^* P^* + \frac{1}{Re} \Delta^* u_i^* - R_{ij}^{-1} \ddot{T}_j \\ & - (S_{ij}^{*2} + \dot{S}_{ij}^*) x_j^* - 2S_{ij}^* u_j^* \end{aligned} \quad (2)$$

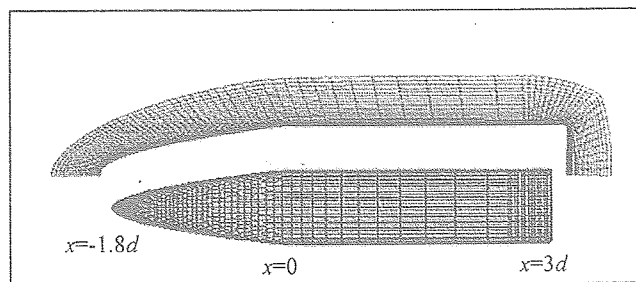


Fig.1 Body-Model and Grid on azimuth plane

著者らが得た固定格子の解[10]を考察するかぎり左右非対称は 40 度程度の迎角レイノルズ数 < 6 万ではあらわれていない。なかば仮定であるが左右対称流れとするとモーメントはピッチングモーメント; N のみを考えれば良く、迎え角 θ 、 $\Omega = d\theta/dt$ として下式を得る。

$$I\dot{\Omega} = N \quad (3)$$

また、慣性方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \dot{U} + \Omega W &= -D/\rho - G \sin \theta \\ \dot{V} &= G \cos \theta \sin \varphi \\ \dot{W} - \Omega U &= L/\rho + G \cos \theta \cos \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

これ以後、初期速度 U^* 、円筒部直径 $d = 7.5 \text{ cm}$ で無次元化した式を用いる。ここで D は抗力、 L は揚力であり、横力のみはゼロとここで ϕ はロール角（長手 x 軸まわりの回転角）であるが本報告ではゼロ； $\phi = 0$ とする。式（3、4）の数値積分はそれぞれ機体速度と姿勢を決める。ここで、 $G = 9.8d/U^*$ 、 $\rho = \rho_{\text{body}}/\rho_{\text{fluid}}$ （機体：流体密度比）。

3 数値計算

3.1 BFC 座標 方程式（2）を曲線座標系の保存系表示にすると次のようになる。圧縮性計算での未知数ベクトルは $Q = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e]^T$ であり非圧縮計算では $Q = [0, u, v, w]^T$ となり、添え字 v は粘性応力成分を示す。PCTVD法は minimod 関数による古典的なものである。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(E - E_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial \zeta} + \frac{\partial H}{\partial \tau} = K \quad (5)$$

ただし、各要素は次のようになる。まず移動座標による付加項を含む右辺 $K = [0, 0, Ky, Kz]^T$ の成分は式（2）の粘性項以降の3項で各方向の移動加速度と R^{-1} 、固定格子速度と S_{ij} 、さらに (x, z) と dR/dt の積から得られる。

$$E = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} U \\ Uu + \xi_x p \\ Uv + \xi_y p \\ Uw + \xi_z p \end{bmatrix} \quad H = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p/\beta \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

$$E_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ g^{11}u_\xi + g^{12}u_\eta + g^{13}u_\zeta \\ g^{11}v_\xi + g^{12}v_\eta + g^{13}v_\zeta \\ g^{11}w_\xi + g^{12}w_\eta + g^{13}w_\zeta \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 U は並進速度と同じ記号であるが曲線座標系での反変成分であり、次のようになる。

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w$$

3.2 Beam and Warming 法

計算スキームとして Beam and Warming 法を用いる。これはシステム方程式の陰的時間発展法の一つでありシステム方程式の左辺を因子分解することにより計算を容易にする交互方向（Alternating Direction Implicit, ADI）解法である。

H の擬似時間積分に対して台形法を適用するが、それとともに次の A, B, C, D が線形化を行なう際に現れる。

$$A^n = \partial E^n / \partial H^n$$

$$A = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \xi_t & \xi_x \beta & \xi_y \beta & \xi_z \beta \\ \xi_x & U + \xi_x u & \xi_y u & \xi_z u \\ \xi_y & \xi_x v & U + \xi_y v & \xi_z v \\ \xi_z & \xi_x w & \xi_y w & U + \xi_z w \end{bmatrix} \quad (7)$$

B, C も同様であり $D = [0, 1, 1, 1]^T / J \Delta t$ で、 Δt は時間刻みである。陰的近似因子化法（Implicit Approximate Factorization method）を用いて左辺を次のように近似する。RHS は近似因子化法で生じた項で表されるものであり

$$L_\xi L_\eta L_\zeta \Delta H^{n+1} = RHS \quad (8)$$

$$\text{ここで} \quad \Delta H^{n+1} = H^{n+1} - H^n$$

は、上の手順、すなわち交互方向陰解法（Alternating Direction Implicit, ADI）によって求められる。圧縮性計算での TVD 項は以下の古典的なもので R, Φ はそれぞれ A, B などの対角化、数値的散逸である。肩つき（2）はコレクター計算後の値を示す。

$$\begin{aligned} Q_{i,j,k}^{n+1} = & Q_{i,j,k}^{(2)} + (R_{i+1/2}^{(2)} \Phi_{i+1/2}^{(2)} - R_{i-1/2}^{(2)} \Phi_{i-1/2}^{(2)}) \\ & + (R_{j+1/2}^{(2)} \Phi_{j+1/2}^{(2)} - R_{j-1/2}^{(2)} \Phi_{j-1/2}^{(2)}) \\ & + (R_{k+1/2}^{(2)} \Phi_{k+1/2}^{(2)} - R_{k-1/2}^{(2)} \Phi_{k-1/2}^{(2)}) \end{aligned}$$

3.3 境界条件

流出境界では速度、圧力とも一格子外側へ0次外挿する。球面：直径 $20d$ に選んだ遠方境界での条件は機体の姿勢で流入流出領域が移動するが式（4）の解から合成される静止座標速度成分 U_{fix}, W_{fix} を用い次式（1）の変形が流入境界速度を与える。

$$\begin{aligned} u &= -U_{fix} + \Omega Z \\ w &= W_{fix} - \Omega X \end{aligned}$$

3.4 計算条件

初期速度 U^* 、代表長：円筒部直径 $d = 7.5 \text{ cm}$
非圧縮性流れ $Re = 4 \text{ 万} 8 \text{ 千}$ （主流速 $U^* = 10 \text{ m/s}$ ）重力パラメタ $G = 9.8 * 0.075 / 10^{**2} \cdot \rho$ 密度比 $= 3500, 800, 30, 20, 5$ 、物理時間刻み $\Delta t = 0.1$ 擬似時間刻み $\Delta \tau = 0.01$
圧縮性流れ；マッハ数、 $M = 0.3$ $Re = 1 \text{ 万}$ 、 ρG 効かない

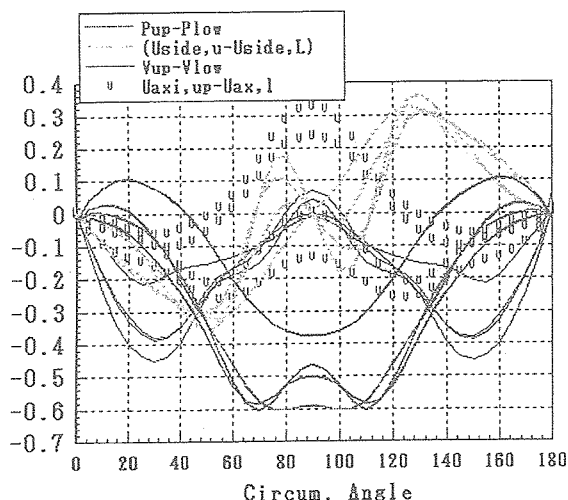


Fig.2 Difference of Flow variables as for upper & Lower surface

4. 解析結果

ここで扱われるのは以下の数値例である。

- I 非圧縮流れで 迎角変化のみ、相当する $\Omega = \pi/9$
- II 非圧縮流れ 連成解 密度比 > 5 の物体、初期状態が水平飛行と 40 度斜方上昇
- III マッハ数 0.3 、回転についてのみ物体固定 座標 $\Omega = \pi/10$

4. 1 非圧縮流れで静止座標で迎角変化；非連成解

流入境界で $u = \cos \theta$ $w = \sin \theta$ として $d\theta/dt = \pi/9$ とした計算で式(1)～(4)は用いない例である。Fig.2に4つの流体変数 P , $U(Uaxi)$, V , $W(Uside)$ の同ースパン位置での背側と腹側の値の差を示す。速度成分は壁面隣接格子点での値である。瞬時迎角： -29 度と -53 度でノーズ部分 $x = -1.2$ と後端 $x = 3$ での分布である。 -53 度（俯角が大＝大迎角）になるとともに 腹側対称線付近へ「速く集合して（ $Uside$ のピーク部）後、後端方向かつ外へ遠ざかる速度（ $Uaxi$ と V ；細い実線）が腹側で速くなる。物体が下向くほどまた後端ほど背側と腹側の差が大きくなり、

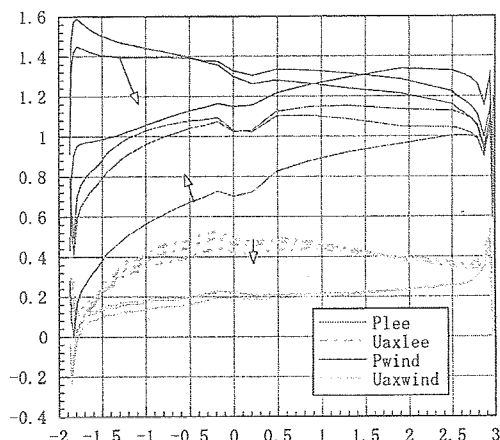


Fig.3 Profiles along Windw. & Leeside Symmetry Line Varying Angle of Attack 12deg→0deg→-12deg

静圧については背後うずに対応した逆圧部が背後対称線の両側 45 度より外側に発生している。

模型前方からみて水平＝スパン方向速度（ $Uside$ ）分布は奇関数であり原点对称になっていることが確認できる。これ以外の速度成分と静圧は物体長手軸を通る対称面について対称な偶関数になっている。以上各変量の対称性が確認できる。これ以降の分布図は対称面内が主である。

Fig.3にはFig.2に現れたうち、 P と $U(Uaxi)$ を背後およびそれにつながる腹側対称線に沿って描いた。図中矢印は迎角の $\theta = 12$ deg から $\theta = -12$ deg へのピッチング回転にともなって各カーブがシフトしたことを示す。球頭ノーズ側； $x < 0$ の部分で $\theta = 12$ deg で流体が背後部に回って出来た、サクシオンピークは、 $\theta = -12$ deg になると平底端側； $x = 3$ あたりに移ってしまうのが現れている。 $\theta = 0$ では静圧は背腹側とも軸方向に静圧がほぼフラットな分布になり背面と腹側対称線の P の分布が近い分布をもつ、この迎角付近で $Drag$ ；空力抵抗が小さくなることが予想できる。しかし破線で示した壁面隣接速度＝せん断力はあまり影響を受けていなくて圧縮性解との比較も含め検討の必要がある。

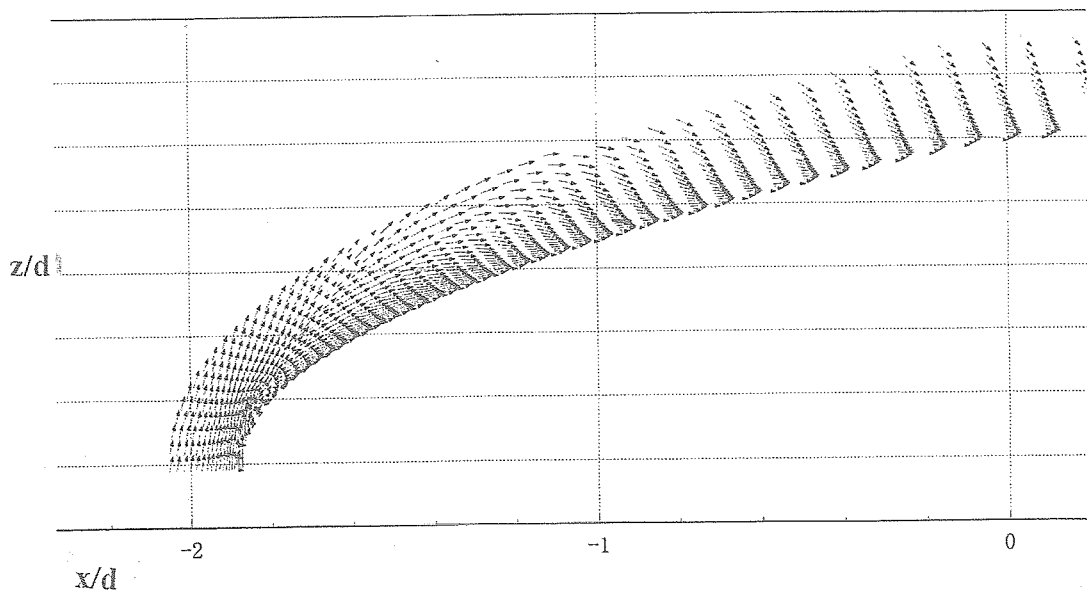


Fig.4 Initial Velocity Vctor at Lee.Symmet.Plane $\theta = 40$

4. 2 非圧縮流れ連成解

ここでは、機体迎角40度で、水平方向からの一様流が来るすなわち水平飛行で推力ゼロ（この時点をも $t=0$ と定義）からスタートした場合を扱う。式(1)～(4)も用い Fig. 4 に示されている迎角40度の解を初期値とした。

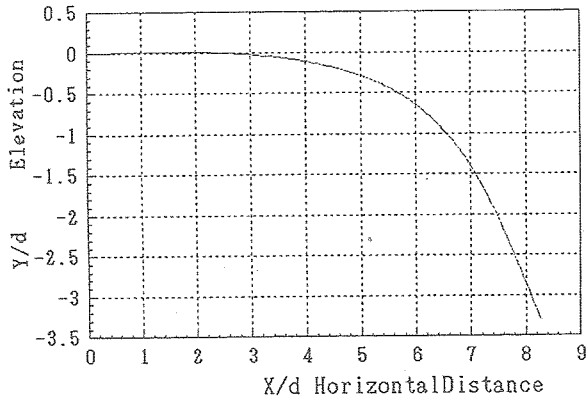


Fig.5 Trajectory of Body Density ratio 50

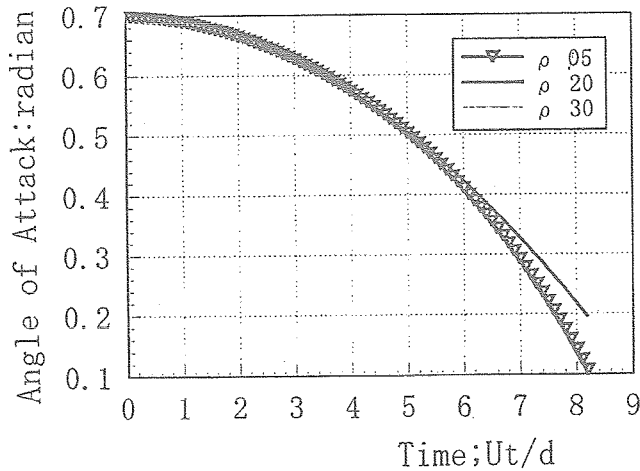


Fig.6 History of Incidence angle for some Density Ratio

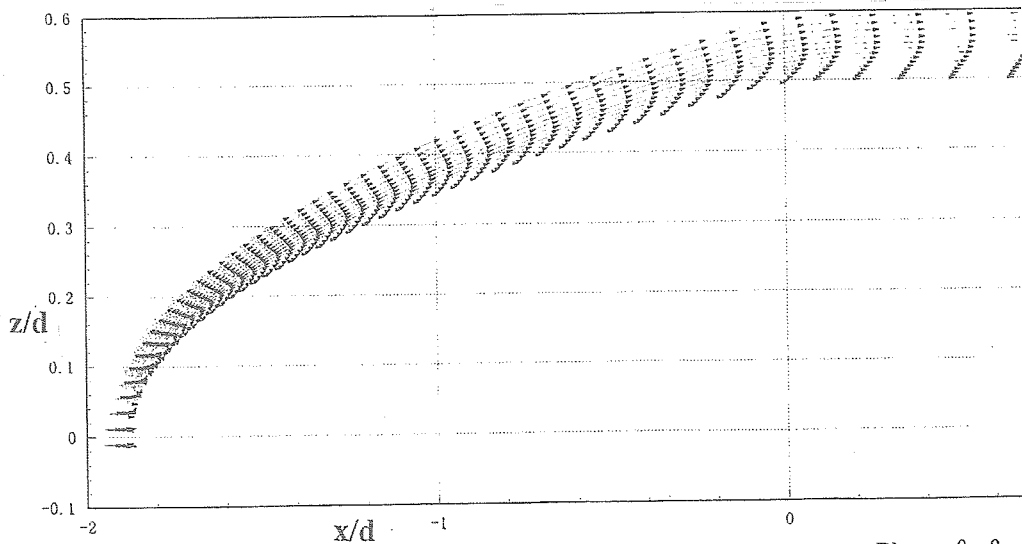
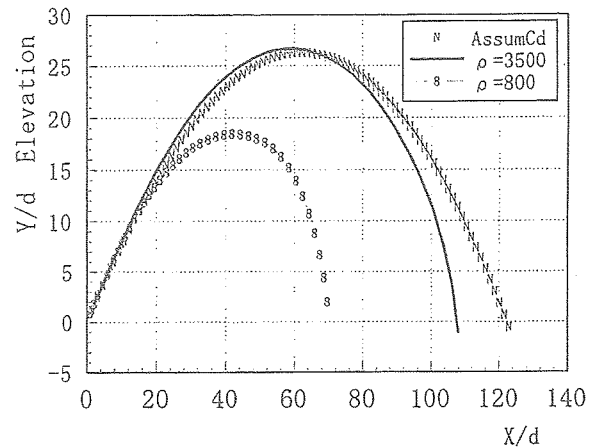
Fig.7 Initial Velocity Vector at Lee.Symmet.Plane $\theta=0$ 

Fig.8 Trajectory for Some Density ratios & only by Sencond Law

Fig. 4 には背後対称面の速度ベクトルが示されているが、ノーズ後半部分以後はベクトルが斜め下を向いて吹き下し成分があることがわかる。機体の軌跡を Fig. 5 に示す。密度比 50 では水平距離 8. 2d 落下距離 3. 3d に到達している。Fig. 6 に迎角の時間変化を各密度比について示した。密度比小ほどピッチング角変化も早い。しかし、非常にスケールの小さい飛行になっているので次節では、密度比 ρ を大きくして流体力からの連成を小さくして遠方まで到達させ、質点力学でいう斜方投射との比較を行なう。

4. 3 非圧縮流れ連成解 II

ここでは静止座標の水平軸との開き角 α （重力方向とは α の余角）の方向に上昇中に推力ゼロになる例を示す。すなわち α 方向から一様流が来る場合でゼロ迎角の解が初期値である。Fig. 7 に示されている迎角 0 度の解を初期値とした。Re 数は 4. 2 節の例と同一すなわち初期飛行速が上述の水平速度と同一ということである。いずれも飛行して定速度の状態から、推力ゼロになって揚抗力、モーメントにより軌道と迎角が変化して行く。

4. 2節の末尾の考察に述べたように当然、式(3)の密度比 ρ が大ほど揚抗力の影響はなく連成問題でなくなっていく。連成無しの抗力係数 $Cd = 1.75$ とした式(4)のみ用いた、すなわち質点力学の解とともに飛行軌跡をFig.8に示す。最高位置は一致しているが到達距離は質点力学の解のほうが、やや遠い。これは、本解析では迎角が変化し、角速度が寄与するためと推測できる。

4. 4 圧縮性流れ 定速一定角速度での解

回転についてのみ物体固定座標を用いている。マッハ数0.3でピッチ角は $\theta = \pi t/10$ と置いた、したがってこの例も連成解ではない。左からの一様流にノーズ部が向き合う姿勢を初期状態として反時計まわりの回転をさせた。

回転ピッチ迎角 θ を横軸($\theta = \pi t/10$ により時間 t にも置き換えられるが)に Cd, CL, Cm をプロットしたものがFig.9である。Lugtの楕円柱の非圧縮計算[1]の Cd をこの図ではスケールを倍にして比較している。

図中の矢は機体の向きである。流体力が、物体迎え角の周期変化を位相遅れなく反映し、また空力係数 Cd, CL, Cm がほぼ振幅減衰ゼロで再現されることが観察できる。Lugtの Cd 分布が時間経過とともに振幅変化しているのはロスビー数 $\Omega d/U=2$ という大きな回転角速度[1]で誤差が多少蓄積している可能性がある。 Cd があるプラスの値を中心に繰り返して変動するが負にはならないことは共通である。ただ $Cd_{\text{平均}} = \text{時間平均}$ が、Lugtの $Cd_{\text{平均}} = 3$ に対して $Ma = 0.3$ では $Cd = 1.3$ 付近が平均値である。これらはいずれも一般に知られているそれぞれに似た形状の物体の定常 Cd の約2倍という点でも共通点がある。本数値解の Cd, CL には楕円柱;Ellip.Cylにはない窪みが現れている。これは単純に言えば一様直径でないため、流れを垂直にさえぎる場合でも球頭部分の先端へ向けての流れが Cd や CL の小さくぼみを生む原因になったと思われる。

Fig.10 および11に瞬間迎角 $=120$ と 60 度での静圧を各 x 断面で示す。各 x での横腹の静圧との差を1.0倍してある。マイナス値であっても、横腹の静圧との差であるのに注意する必要がある。時系列的にはFig.10が先であるが、Fig.11の方はもう60度回転後に2回転完了で始動初期位置に戻る状態にある。いずれも平底端では正值だが機体が後ろに寝ている120度のほうがかなり平底端の値が大であり、円柱部が上流(左)寄りなので平底端以外の各断面が似通った分布である。Fig.11では $x = -1.37$;全長の1/6付近にあたる先端近くで背面負圧が大きい。これは一般的なリーディングエッジサクシオンと合致している。 $x = -0.7$ では同じ大小関係であるが、先端寄りの $x = -1.8$ では逆に背後側が絶対値小のカーブになる。おおむね、Fig.10とくらべ背側を覆う負圧部分が大きい。Fig.12に対称線上の代表位置での圧力履歴を示した。

5. 結言

1. 非圧縮計算において広範囲の機体密度比について流れ場および飛行軌跡を得ることができ、通常機体については軌跡は質点力学との定性的一致を得ることが出来た。

2. 一様流中での同一の形状の物体の回転において、 Cd や CL の時間変化曲線には小さくぼみが現れた。これは球頭部分の先端へ向けての流れが原因になったと思われる。

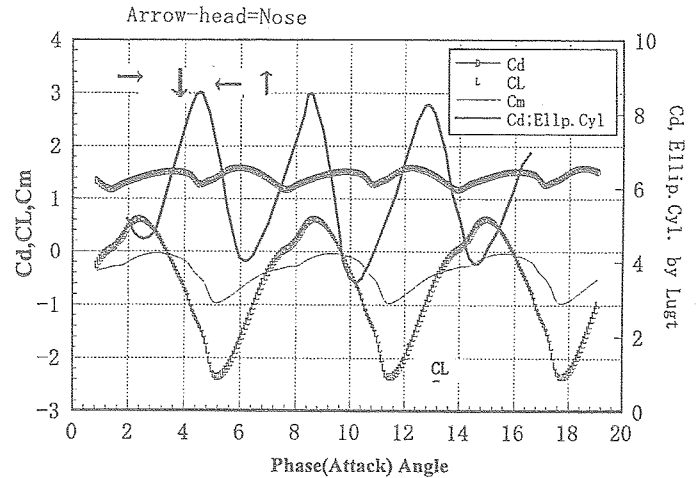


Fig.9 Cd, CL, Cm for Rotation in Constant Translat. Velo. $M=0.3$

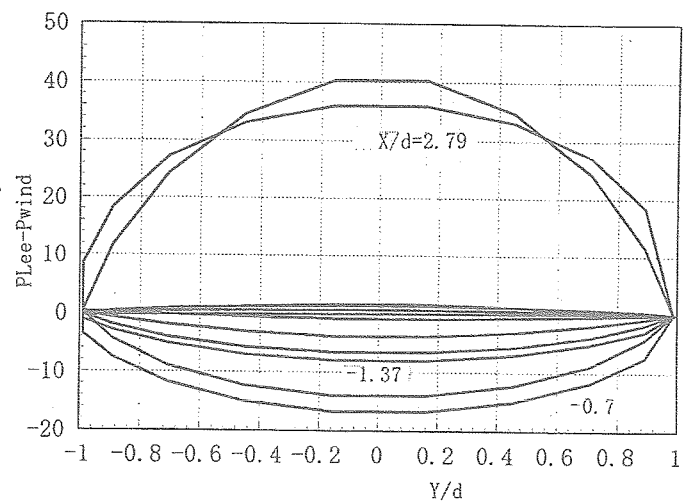


Fig.10 Pressure Profile at 120deg Incidence

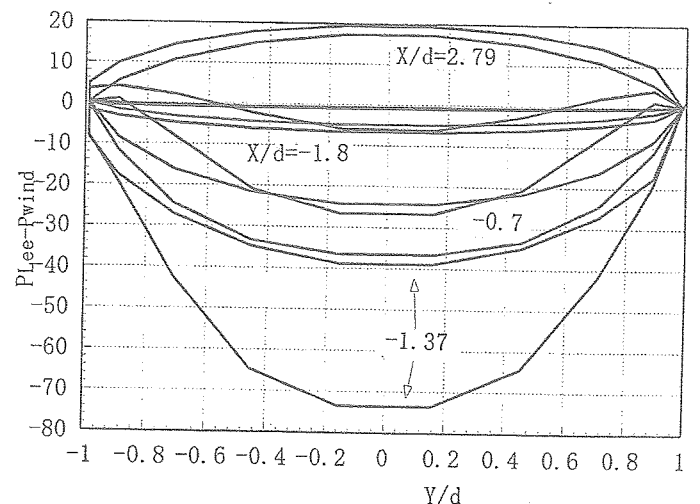


Fig.11 Pressure Profile at 60deg Incidence

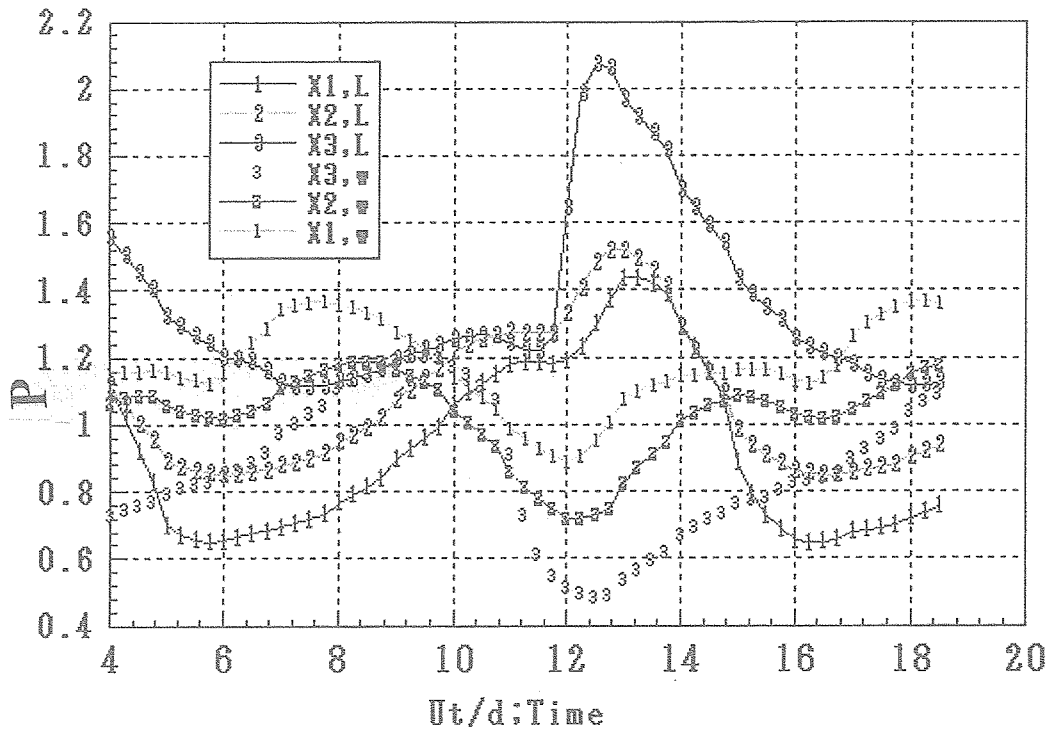


Fig.12 History of P, surface at Some X's on Leeside & Wind. Symmetry Lines: X1=-0.49, X2=0.49, X3=2.61

参考文献

- [1]Lugt, H.J. and Ohring, S, J.Fluid Mech, Vol.79,pp127-136,1977.
- [2] 鈴木宏次郎: 大迎角円錐円柱体まわりの非圧縮性三次元剥離流れ場の位相数学的研究,, 東京大学博士論文,1990.
- [3] 安部隆士、船曳勝之 雛田元紀、航空宇宙学会 15 期年会講演集、p118, 1984, または航空宇宙学会誌、第 33 巻、p 374, 1985
- [4]Kubota,H. Arai, I and Matsuzaka, M. J. Spacecrafts and Rockets, Vol.20, pp108-114, 1983., Suzuki, K and Kubota, H Proc. ISCFD,Nagoya ・ p317-322(1989)pp119-192,1994
- [5]Yoshinaga, T, Tate, A, Inoue K.AIAA Paper 81-1899,1981
- [6]清水、森下 非定常運動する円柱まわりの流 第24回流体力学講演会 p p 49-52 (1992)
- [7] 西川進栄, 三神史彦: 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.68, No.669, pp.1407-1414, 2002.
- [8]高倉 1 2 回数値流体力学シンポ講演要旨集,pp271-272 1998.
- [9]山崎、竹内、梶島、2004 年機械学会関西支部総会講演集、pp12-27-12-28,2004.
- [10] Nishikawa N. et al CFD Journal Vol. 11, No2, pp242-251, 2002.

気象の高解像度数値予報

中山寛, 藤田司

気象庁

High-Resolution Numerical Weather Prediction

by

Hiroshi Nakayama and Tsukasa Fujita

Japan Meteorological Agency

ABSTRACT

A high-resolution numerical atmospheric model for disaster prevention and safe civil aviation has been developed at Japan Meteorological Agency. With this model, numerical experiments of a coastal front over Kanto Plane occurred on 5 December 2004 associated with a highly developed low were carried out on the supercomputer of CeNSS because the high-resolution experiments in a large domain requires powerful computer resources. The model results showed that the three-dimensional structure of the coastal front was well reproduced as the model grid resolution becomes finer, from 2 km to 0.5 km. This result suggests the turbulent kinetic energy is estimated more appropriately at finer resolution.

The performance of the high-resolution model was examined further by energy spectra of horizontal winds as a function of wave number(k). It was found that the energy spectra obeys approximately the $k^{-5/3}$ spectral character of the observational spectra; this suggests that the high-resolution model simulates well the atmospheric condition.

1 はじめに

気象における数値モデルは、物理法則に基づいて計算機を用いて大気の状態を計算し、予測や研究に用いるものである。支配方程式系は、時間発展式と診断式の6つの基礎方程式からなっており、時間発展式である運動方程式には Navier-Stokes の式に重力や地球回転の効果であるコリオリ力を考慮している。

非粘性・断熱のモデル格子で直接表現できない現象、すなわちモデルの分解能より細かい現象、非断熱の現象、地表面状態など、大気の流れや温度場に作用する過程もモデルに含めないと、大気の状態を適切に再現できない。これらを物理過程（またはパラメタリゼーションともいう）と呼んで、気流の場を決める力学過程と区別している。物理過程には、大気と地表面との相互作用や降水過程、放射過程などがある。2節では、解像度と関係の深い物理過程の中から、降水形成過程と乱流過程について説明する。

気象庁が現在運用している現業数値予報モデルには、全球モデル(GSM)、台風モデル(TYM)、領域モデル(RSM)、メソモデル(MSM)がある。この中で最も解像度が高いものはメソモデルであり、水平格子間隔は10kmである。このモデルの運用は、防災気象情報の高度化を支援することを目的に2001年3月から開始された。当初は静力学近似を適用したメソモデル(静力学MSM)によって1日4回18時間予測を行っていた。2004年9月には、モデルのさらなる高解像度化にも対応するため、静力学MSMから、静力学近似を行わないメソモデル(非静力学MSM)による運用を開始した。さらに、2006年3月からはより高解像度の水平格子間隔5kmでの運用を開始する予定で

ある。

一方、気象庁では防災情報や航空気象情報のさらなる高度化のため、高解像度局地モデルの開発を行っている。特定の都市や主要空港など限定的に水平格子間隔2km程度で短時間予測し、急激な風、視程、悪天域などの変化を高精度で予想することを目指す。この目的のため、非静力学モデル(NHM)の解像度を5kmから500mまで向上させ、局地的な激しい気象現象を高分解能で予測するための数値予報モデルの開発をCeNSS上で行っている。本研究では高解像度モデルがおもに対象とするメソ α ・メソ β (数km~数百km)のスケールの現象について、高解像度化によるインパクトを実際の事例について調べ、モデルの検証を行っている。3節では、メソスケールの現象である沿岸前線を対象に行った実験について述べる。

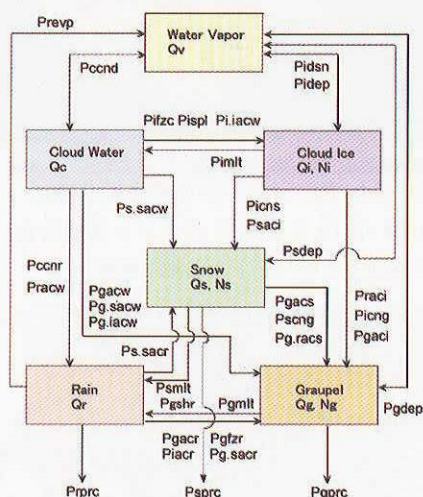
モデルの解像度を高くすると、現象の3次元構造はよりよく表現されるが、発現時刻や発現場所のずれは避けることができないことが指摘されている。また、計算結果を評価するための高密度の観測データには限界がある。このため、別のアプローチとして、大気のパワースペクトルを評価することによって高分解能モデルの性能の検証を試みた。4節では、水平風のパワースペクトルから行ったモデルの評価について述べる。

2 気象における数値モデルの物理過程

モデルの解像度を向上させた場合、地形の影響に起因するような現象(強制モード)の予測精度は一般的に向上するが、梅雨前線帯の中規模降水系など(自由モード)の予測精度はいつも向上するわけではないことが知られている[1]。これは、じょう乱の発達・維持にとって重要な物理過程にも解像度に見合った精度が必要であることを

表 1: 気象庁のおもな数値予報モデル

	水平解像度 (格子数)	鉛直層 モデル頂	予報時間 (時間)	回数	主用途
全球モデル (GSM)	55km (640×320)	40 層 0.4hPa	90/216	2 回/日	週間天気予報 領域・台風モデルの境界値
台風モデル (TYM)	24km (271×271)	25 層 17.5hPa	84	2 個×4 回/日 (台風のあるとき)	台風予報
領域モデル (RSM)	20km (325×257)	40 層 10hPa	51	2 回/日	天気予報 メソ数値予報モデルの境界値
メソ数値予報モデル (MSM)	10km (361×289)	40 層 10hPa	18	4 回/日	防災気象 航空気象情報



$$\overline{u'_i u'_j} = K_m \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} E$$

$$K_m = C_m l E^{\frac{1}{2}}, \quad K_e = 2K_m, \quad K_h = P_r^{-1} K_m$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{K(z - z_s)} + \frac{1}{l_\infty}$$

$$\begin{cases} l_\infty = \Delta s, & N^2 \leq 0 \\ l_\infty = \min(\Delta s, 0.76E^{\frac{1}{2}}N^{-1}), & N^2 > 0 \end{cases}$$

$$\Delta s = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}},$$

図 1: 雲物理過程モデルの各過程。頭文字に P のついた各過程をあらわす記号の意味は、最初と最後の添字“v,c(w),r,i,s,g”がそれぞれ水蒸気、雲水、雨、雲氷、雪、あられを表す。あいだの添字“dep,evp,mlt,cn,fz,ac”はそれぞれ拡散成長、蒸発、融解、変換、凍結、捕捉”を表し、“prc,ccnd,idsn,ispl”はそれぞれ降水への変換、水蒸気の凝結による雲水の生成、凝結核による雲氷の生成、ライミング時の氷晶の生成を表す。

界層内や上端付近では以下の式で求められた混合距離が z 方向で使われる。

$$l_{\infty} = 0.25 \left[1.8 h_{PBL} \left\{ 1 - \exp \left(-4 \frac{z - z_s}{h_{PBL}} \right) - 0.0003 \exp \left(8 \frac{z - z_s}{h_{PBL}} \right) \right\} \right]$$

h_{PBL} は仮温位の鉛直プロファイルを用いて、以下の条件が成り立つ最大の高度 h としている。

$$\theta_v(z) < \theta_{va} \quad z < h$$

ここで、 θ_v は水蒸気を考慮した仮温位で、 θ_{va} は地表の仮温位である。

3 CeNSS を用いた気象の高解像度計算

高分解能モデルを実行するにあたり、粗いモデルから順次高分解能モデルへのネスト（より高分解能のモデルを入れ子にしていく）が必要となる。これは、初期値・境界値の分解能が粗いと、境界での情報不足のために解像度に応じた予報ができない可能性があるからである。また、モデルの境界付近で計算不安定が起きやすくなる問題もある。今回の実験では、高分解能モデルを実行するために、次のような手順に従った。図2に示すように初めに格子間隔 5km のモデル (5-km NHM) を実行する。このとき、初期値には気象庁で運用しているメソモデルのための局地解析 (格子間隔 10km)、境界値には領域モデルの予報結果 (格子間隔 20km) を用いる。次に格子間隔 5km のモデルの結果を用いて格子間隔 2km のモデル (2-km NHM) を実行し、その結果を用いて格子間隔 500m のモデル (500-m NHM) を実行した。それぞれの初期値・境界値は 1 段階粗い格子間隔のモデルの予想結果を用いた。5-km NHM では雲物理過程モデルに Kain-Fritsch 対流パラメタリゼーション (K-F) を併用し、2-km NHM と 500-m NHM では雲物理過程モデルだけを用いた。各格子間隔でのモデルの仕様は、表2に示すとおりである。

実際に起きた激しい気象現象について、高分解能モデルを用いてシミュレーションを行った。台風第27号が2004年12月4日に東シナ海で温帯低気圧に変わり、急速に発達しながら5日朝にかけて本州を通過した。これに伴って、全国的に大荒れの天気となり、千葉市では最大瞬間風速 47.8m/s の強風が観測され、熊谷市では最高気温 26.3℃ と記録的な高温となった。図3は気象庁で運用している変分法を用いたメソ客観解析の高度約 500m の風速とそのベクトルの分布で、地上前線を重ね合わせている。台風が温帯低気圧の構造に変化して再発達するにつれ、南西風が次第に強まっていったが、5日03時では関東付近に強風が見られない。図4は、アメダスによる気温と風の分布である。矢羽根は風の吹いてくる方向を示し、風速が強いほど羽根の数は多い。気温 12℃ 以下、風速 4m/s 以下の冷気が、夜間に内陸で形成されているが、低気圧にともなう温暖前線の接近で、南西 10m/s 以上の強風域が南から広がり、冷気との間で大きな温度

傾度と風の不連続が現れている。これは沿岸前線と呼ばれ、より大きなスケールの温暖前線や寒冷前線と区別されるメソスケールの現象である。

図5は、500-m NHM の計算領域で、5日6時の地上における気温と風の分布の計算結果を各解像度で比較したものである。アメダスと比較すると、沿岸前線は低い解像度でも表現されているが、その位置は解像度を上げることでよりよく表現されていることがわかる。

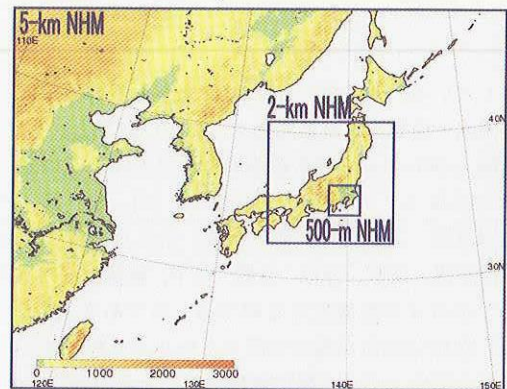


図2: 格子間隔 5km, 2km, 500m のモデルの計算領域

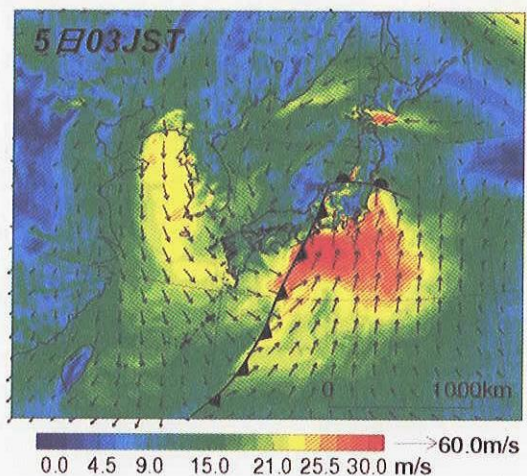


図3: 2004年12月5日3時のメソ客観解析。高度約 500m の風速とそのベクトルと地上前線。

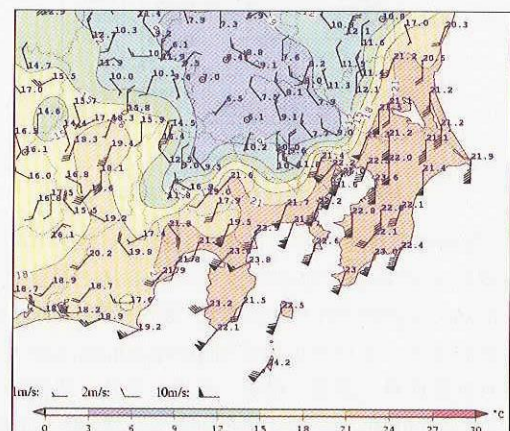


図4: 2004年12月5日6時のアメダスによる気温と風の分布。

表 2: 各格子間隔の NHM の仕様

	5-km NHM	2-km NHM	500-m NHM
初期時刻	2004.12.04 12UTC	2004.12.04 15UTC	2004.12.04 18UTC
予報時間	12 時間	9 時間	6 時間
初期値	MSM 解析値 (10km)	5-km NHM 予報値	2-km NHM 予報値
境界値	RSM 予報値 (20km)	5-km NHM 予報値	2-km NHM 予報値
降水形成過程	雲物理 +K-F	雲物理	雲物理
格子数 ($X \times Y \times Z$)	719 × 575 × 50	500 × 500 × 60	500 × 500 × 60
Δt	24 秒	10 秒	3 秒
ノード数*	8 × 4 + 1	5 × 5 + 1	8 × 6 + 1
計算時間 (CPU 時間)	6.4 時間 (5)	7.7 時間 (6)	9.1 時間 (7)

* 計算領域を縦×横のように水平方向に分割し、計算時間短縮のために出力専用ノードを1ノード使用している。1ノードにつき4プロセス使用。

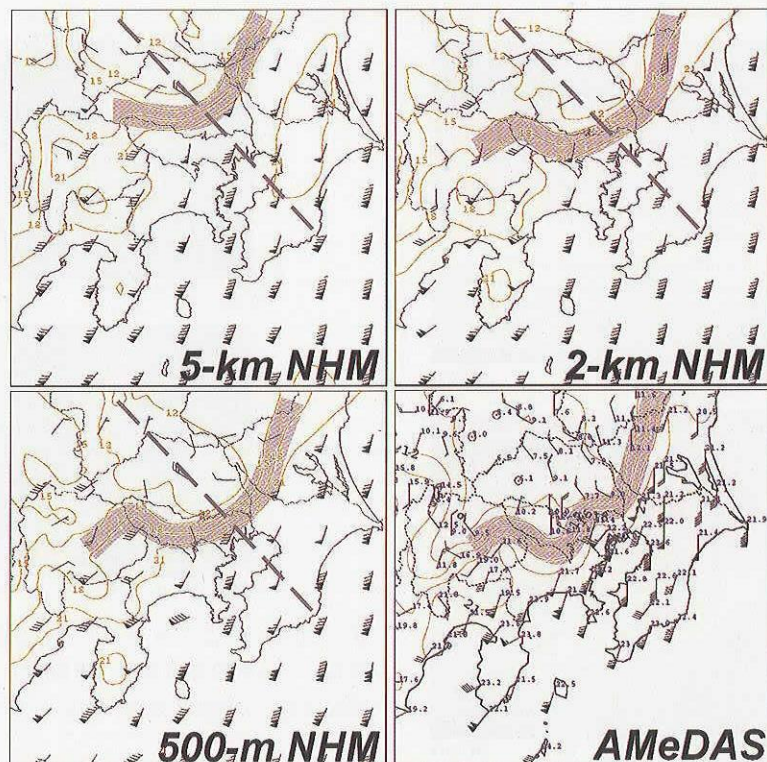


図 5: 2004 年 12 月 5 日 6 時の各解像度の予報とアメダスの気温と風の分布。陰影は沿岸前線に対応する領域。破線は図 6、図 7 の断面の位置。矢羽根は図 3 と同じ。

図 6 は 5 日 6 時の各解像度の NHM の沿岸前線を横切る鉛直断面図である。等風速線と温位が描かれており、暖色系のほうがより温位が高いことを示している。風速約 5ms^{-1} 以下かつ温位 290K 以下の青い領域が冷気に対応し、断面図中央に風速の水平勾配の大きな前線面がある。5-km NHM の冷気は薄く、内陸側へ後退している。図 7 は 5-km NHM から 500-m NHM、2-km NHM から 500-m NHM の風速を引いたものである。赤いほど風速の正の偏差が大きいことを示している。断面に沿って風速差を見ると、前線面に沿って 5-km NHM と 500-m NHM の風速差が大きくなっており、冷気内での差は小さい。冷気の進行速度は冷気内の風速と暖気内（沿岸前線の南側）の風速に比例するので、5-km NHM の冷気の後退は、暖気側の強風の寒気側への拡大によってもたらされているこ

とが分かる。なお、2-km NHM で風速差が大きくなっているのは、高度 1km 付近の前線面であり、冷気の進行にはほとんど影響ないが、環境としての流れ場の違いから冷気流のヘッドの形状に違いが現れている。

図 8 は移動する大きなスケールの温暖前線にあわせて各予報時刻で前線を横切るようにとった断面図で、5-km NHM から 2-km NHM を引いた風速（等値線）と乱流エネルギーを示している。乱流エネルギーの差の大きい場所で風速差が大きくなっており、渦拡散によって、強風域が北へ広がっていることが分かる。両者の違いは、non-local 風境界層過程によって 5-km NHM の混合層内の乱流エネルギーが大きくなっていることによる。2 頃までは前線が海上にあって海面温位が高いため、混合層の高さが高く、両者の違いが高度 1km を越えている

が、3 時頃からは前線は陸上に到達し、地表面温位が低いために混合層の高さが低くなって、違いは高度 500m 付近までに抑えられている。図 7 をもう一度見ると、5-km NHM には non-local 風境層過程が使われているので、高度 500m 付近にも風速の違いが現れているが、2-km NHM と 500-m NHM は non-local 風境層過程を用いていないので、むしろ高度 1km 付近に風速の違いが現れていると考えることが出来る。なお、乱流エネルギーは前線面の鉛直シヤーとその移流による寄与が優勢であった。このことから、5-km NHM の関東付近の沿岸前線の内陸への後退は、関東以遠から進んできた温暖前線の前線面での風速分布の分解能や乱流過程による予想誤差がもたらしたものであることが分かった。

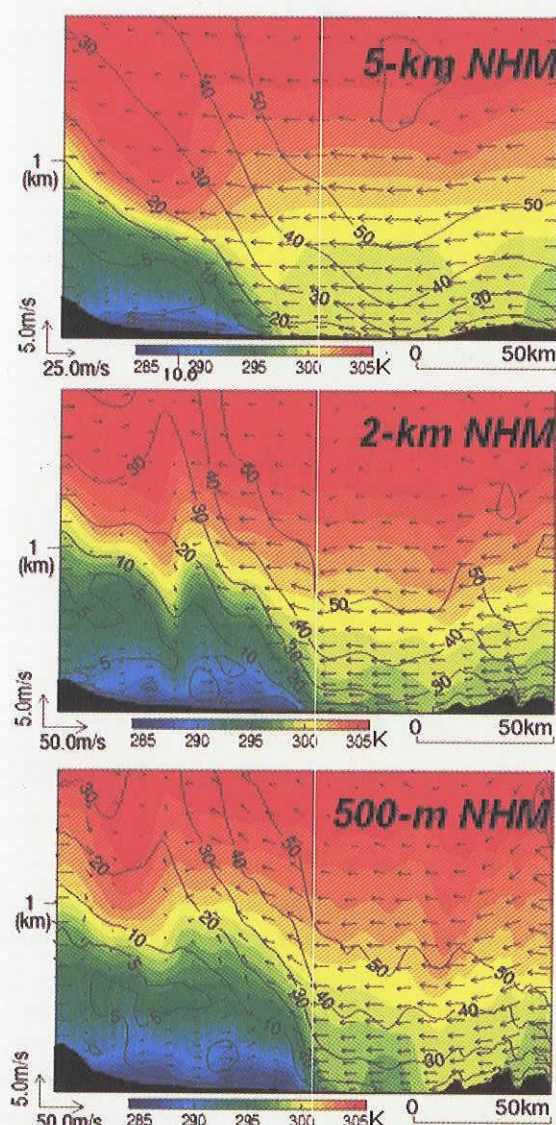


図 6: 2004 年 12 月 5 日 6 時の沿岸前線を横切る図 5 の破線に沿った鉛直断面図。風速の等値線と温位の分布。図中下方の黒は地形。

4 気象の数値モデルにおける大気スペクトルの評価

モデルの予想結果がどれだけ正確かを評価する場合、実際に観測された雨や風などの気象要素と比較することがもっとも有効である。しかし、モデルの水平分解能を向上させると、現象の 3 次元構造はよりよく表現される一方で、発現時刻や発現場所のずれは避けることができないとも言われている。このずれによって、従来の一般的検証方法では高解像度化の効果が正当に評価できない場合がある。ここでは、別のアプローチとして、大気のパワースペクトルを評価することによって、モデル性能の検証を試みた。

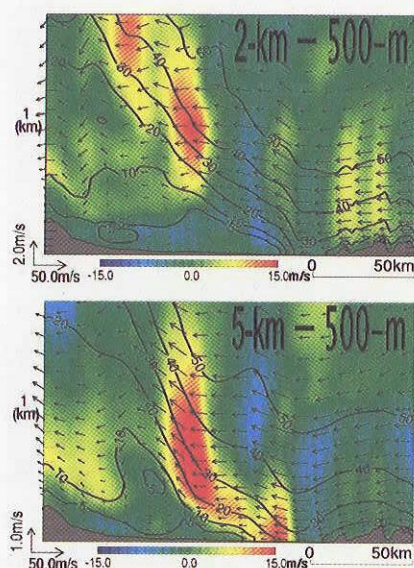


図 7: 2004 年 12 月 5 日 6 時の沿岸前線を横切る図 5 の破線に沿った鉛直断面図。解像度による風速の違い。等値線は粗い分解能の風速。図中下方のグレーは地形。

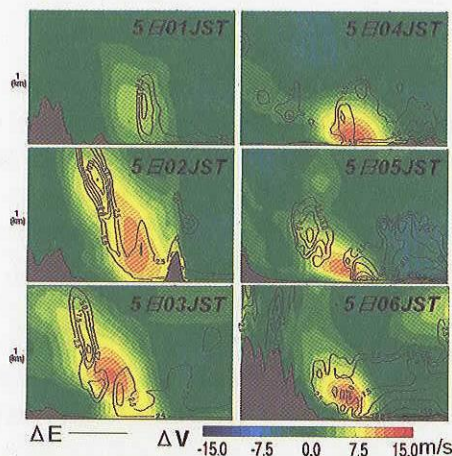


図 8: 移動する温暖前線に合わせてとった鉛直断面図。5-km NHM から 2-km NHM を引いた風速差の分布と乱流エネルギーの差の等値線。図中下方のグレーは地形。

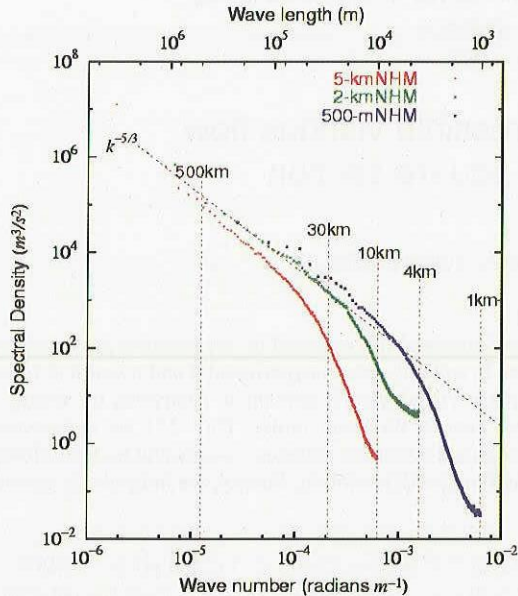


図 9: 2004 年 12 月 5 日 6 時の各解像度の計算結果から求めた自由大気中の東西風のパワースペクトル。

1960～1980 年代に航空機を使った大気中の水平波数スペクトルの観測が行われた。その観測結果からスペクトルについて次のことが分かっている。高気圧や低気圧などの数千 km のスケールではスペクトルの傾きが波数の-3 乗となっており、準地衡風乱流によるエンストロフィーのカスケードが原因とされている [6]。また、およそ 500km 以下のメソスケールではスペクトルの傾きが波数の-5/3 乗となっており、3 次元乱流によるエネルギーのカスケード、または、2 次元乱流 (成層乱流) によるエネルギー (対流や内部重力波) の逆カスケードの 2 説が提案されている。

パワースペクトルからモデルの高解像度化の妥当性を評価する場合は、最大波数付近のスペクトルに着目する [7]。現実の大気では、高波数へカスケードしたエネルギーは、最終的に粘性によって熱となって消散する。また、数値計算に伴う離散化のエラーは最大波数領域でもっとも大きい。スペクトルの傾きが観測結果と一致し、最大波数付近で急激に減衰するという事は、大気中の諸現象が適切に扱われ、乱流過程やフィルターが解像度を損なわずに離散化のエラーを取り除いているということである。また、波数の-5/3 乗のスペクトルから急激に減衰し始める格子間隔が実効的な格子間隔といえることができる。

図 9 は、東西風のパワースペクトルを各解像度で比較したものである。スペクトルに非現実的なピークなどがないことから、モデルは大気の状態を適切に計算していることが分かる。5-km NHM の波長 500km 以下のメソスケール領域でパワーがやや小さくなっているのは、計算領域の違いによるものと考えられる。500-m NHM は逆に波長 10km から 100km でパワーがやや大きくなって

いるが、これはフーリエ変換に伴うトランケーションエラーである。また、実効格子間隔はだいたい $10\Delta x$ と見ることができるが、計算モードのエラーを抑えるためとは言っても、やや大きく、乱流過程やフィルターの調整の必要があるかもしれない。

5 まとめ

水平格子間隔を 5km から 500m まで解像度を向上させ、局地的な激しい気象現象の高分解能予測のための数値予報モデルの性能を評価した。解像度を上げると沿岸前線の位置がよりよく表現されるようになった。これは、解像度を上げることによって、乱流エネルギーの評価がより妥当となり、大気境界層内の温暖前線面での風速分布が正確に予報されるようになったためであると考えられる。

モデルの水平分解能を向上させると、地形に影響を受ける気流の表現が現実近づき、積雲対流の組織化を陽に表現できるなどのメリットがある。ただし、現象の 3 次元構造はよりよく表現される一方で、発現時刻や発現場所のずれは避けることができないとも言われている。モデル性能の評価方法にも検討が必要である。ひとつのアプローチとして、モデル大気のパワースペクトルを解析した結果、これまで観測された結果とよく一致し、最大波数領域でのエネルギーの減衰も適切であった。しかし、スペクトルから得られた実効格子間隔はやや大きめで、乱流過程やフィルターの調整の必要があるかもしれない。

今後も引き続き、顕著な悪天事例を中心に高解像度計算によるモデルの検証を行い、予測精度の向上やメソスケールの気象現象の解明につなげて行きたい。

参考文献

- [1] 永田雅, 1994: 数値予報の実際. 数値予報課報告・別冊 41 号, 112-144
- [2] 山田芳則, 2003: 気象庁非静力学モデル. 数値予報課報告・別冊第 49 号, 52-74
- [3] Molinari, J., and M. Dudek, 1992: Parameterization of convective precipitation in mesoscale numerical models: A critical review. *Mon. Wea. Rev.*, 120, 326-344.
- [4] Klemp, J. B. and R. B. Wilhelmson, 1978: The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. *J. Atmos. Sci.*, 35, 1070-1096.
- [5] 斉藤和雄, 2003: 気象庁非静力学モデル. 数値予報課報告・別冊第 49 号, 90
- [6] Charney, J. G., 1971: Geostrophic turbulence. *J. Atmos. Sci.*, 28, 1087-1095.
- [7] Skamarock, William, 2004: Evaluating mesoscale NWP models using kinetic energy spectra. *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 132, pp. 3019-3032.

曲がりダクト内圧縮性流れに及ぼす曲率の影響

○尾崎幸玄, 前川博, 松尾裕一
広大院, 広島大学, JAXA

Curvature effect on a compressible viscous flow in the curved duct with square section

by

Kougen OZAKI, Hiroshi MAEKAWA, Yuichi MATSUO

ABSTRACT

The curvature of the wall along the flow direction gives the fluid particles the centripetal force caused by the pressure gradients, which is essential to make the complicated secondary flow such as the Görtler vortices. In spite of several experimental and numerical researches for the incompressible curved flows, the mechanism causes the secondary flow pattern is not clearly explained. Analyzing the results obtained by direct numerical simulations of the compressible viscous flow in the curved duct for the Dean number $Dn = 271$, we demonstrate that flow helicity distributions signify the secondary flow well and that the acceleration differences between viscous and inviscid flows are essential to specify the area where the curvature effect of the wall governs the fluid particle motion. Finally, we indicate the generalized inflection points of the simulated flow velocity profiles.

1. 緒言

圧縮機など流体機械内部に一般的に見られる高曲率の複雑流路流れの特性を調査する目的から、基礎的研究の段階として流路の曲率が圧縮性流れに与える影響を空間発展直接数値シミュレーション (DNS) で解析した。簡単のため曲がりダクト形状は円筒座標系で記述される曲率一定および正方形断面とする。

正方形断面の曲がりダクト内流れに観測される二次流れ遷移は流入部の Reynolds 数 (Re 数) をダクト曲率で重み付けした Dean 数 (Dn 数) で予測される。曲率の小さな非圧縮性流れの場合では一般に Dn 数の増加と共に二次流れパターンは複雑化することが数値解析および実験で観測されている⁽¹⁻⁴⁾。ここで、流れが一定順圧力勾配で駆動されると近似できる場合には支配方程式系は二次元放物形の固有値問題に帰着される。Winters⁽⁵⁾の二次元問題で予測される二次流れ遷移の臨界 Dn 数は曲率の小さな場合の実験結果⁽¹⁻³⁾とおおよそ良い一致を示している。Winters⁽⁵⁾はダクトのアスペクト比 (ダクト中心曲率半径/ダクト幅) 2.5 から 25 までの臨界 Dn 数を解析している。アスペクト比が十分に大きい場合の流れ (前述の実験観測⁽¹⁻⁴⁾はアスペクト比が 15) は垂直ダクト内のポアズイユ流れに近似されるため、二次流れ遷移は一定順圧力勾配の拘束条件で良い予測が与えられると考えられる。一方、助走区間を要素とするタービン流路のように工学場面に見られるアスペクト比の小さな場合については擬似圧縮性解法を用いたアスペクト比 2.3 の数値解析⁽⁶⁾がある。助走区間を含めての層流二次流れの空間発展構造が位相的ルールで検証され、曲がりダクト壁面に沿った圧力分布も示されている⁽⁶⁾が、助走区間の下流で発達した順圧力勾配値の収束値については解析されていない。圧力分布の解析は二次元放物形問題の評価のみならず、遠心不安定性が与える Dean 渦⁽¹⁻⁴⁾の形成メカニズムを説明する鍵となる。しかし実験観測⁽¹⁻⁴⁾でも重要なダクト壁面に沿った圧力分布は解析されておらず、速度場のみからの二次流れ安定性の議論に留まっている。

以上のように、高曲率の曲がりダクト内流れの研究については未だに確立されていない解析手法 (壁面に沿った圧力分布特性の解析など) が含まれ、二次流れ遷移予測はその形成メカニズムを含めて未解決の部分が非常に多い。内部流れの解析に対して数値解析は非常に強力なツールとなるが、二次流れを例に挙げると、その解析は慣例的に断面内速度ベクトルや縦渦度 (あるいは断面内流線) の二次元

構造までに留まっているように思われる。本研究では DNS より得られた高曲率曲がりダクト内流れの層流解データベースより、内部流れの支配的な縦渦構造を速度ヘリシティ密度で解析することで圧力分布特性などとの関係を明らかにした。その他、特に新たな解析手法として二次流れの駆動源が特定される、粘性流れと非粘性流れとの差で定義されるベクトルを提案する。

2. 支配方程式

曲率が一定である曲がりダクト内流れでは、二次流れ遷移の指標となる(1)式で定義される Dn 数が用いられる。本研究で選択したアスペクト比 2.5 の二次流れ遷移は、Winters⁽⁵⁾によれば不安定な 4-cell state または安定な 2-cell state⁽¹⁻⁴⁾が予測される。ただし本研究では DNS より得る定常層流解を解析することを目的としているので二次流れの安定性については追究しない。 Dn 数を構成する流れの Re 数は流入平均速度、ダクト幅および基準動粘性係数を用いた(2)式で定義する。

$$Dn \equiv Re / \sqrt{R_c / 2l} = 271, R_c / 2l = 2.5 \quad (1)$$

$$Re \equiv \bar{u}_0 (2l) / \nu_0 = 428.5 \quad (2)$$

DNS で解く(3)式から(5)式に示す圧縮性流れの輸送方程式系を(2)式の Re 数で無次元化する。(3)式、(4)式および(5)式はそれぞれ連続の式、Navier-Stokes 方程式およびエネルギー方程式を表す。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (3)$$

$$\rho \frac{D \vec{u}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \text{div} \sigma \quad (4)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \text{div} \{ (e + p) \vec{u} \} = \frac{1}{(\gamma - 1) Re Pr} \text{div} (\mu \text{grad} T) + \text{div} (\tau : \vec{u}) \quad (5)$$

σ は応力テンソルを表し、ストークスの仮説を導入した(6)式の構成式で定義する。

$$\sigma \equiv -p \mathbf{I} + \frac{1}{Re} \left[\mu \left\{ \text{def} \vec{u} - \frac{2}{3} (\text{div} \vec{u}) \mathbf{I} \right\} \right] = -p \mathbf{I} + \frac{1}{Re} \tau \quad (6)$$

ここで def は変形速度テンソルの演算子を表す。(5)式に e で記述される量は(7)式で定義する総エネルギーを表す。

$$e = \frac{1}{2} \rho |\vec{u}|^2 + \frac{p}{\gamma - 1} \quad (7)$$

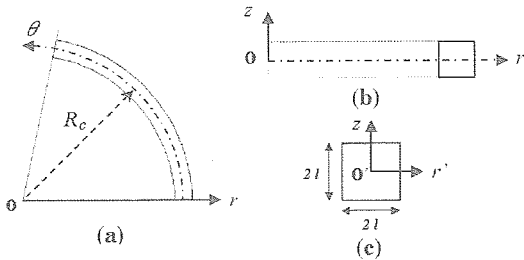


Fig.1 Schema of the curved duct described by the cylindrical coordinates

(3)式から(5)式に連立される輸送方程式系を閉じるため(8)式の状態方程式および(9)式の指数法則を用いる.

$$p = \rho T / \gamma \quad (8)$$

$$\mu = T^{2/3} \quad (9)$$

物性値は常温, 標準圧力下の空気を選択する.

$$\gamma = 1.4, Pr = 0.72 \quad (10)$$

Fig.1に円筒座標系を示す. (1)式に用いる曲がりダクトの長さパラメータは R_c が曲がりダクト中心半径および l がダクト半幅を表す. 計算領域は等間隔格子を用い, 各軸方向に $r \times \theta \times z = 81 \times 81 \times 41$ の格子点数を配置した. ここで, z 方向については $z=0$ の r 軸上で z 方向微分係数を 0 と拘束させる. この拘束条件は z 方向速度成分について

$$u_z(-z) = -u_z(z) \quad (11)$$

ϕ をその他の速度成分および流れのスカラー量として

$$\phi(-z) = \phi(z) \quad (12)$$

で表される, $z=0$ の r - θ 平面について z 方向に対称な流れを記述する. (11)式および(12)式は対象とする流れを限定する. 定常解を導出する際に断面内全てを考慮した場合, 特に壁面近傍に分布する険しい速度勾配を伴う速度分布が要因となり, 非対称な定常解が差分スキームの影響も含めて数値的な誤差で与えられることが予想される. (6)式に定義する応力テンソルの非対角成分は簡単に対称性を仮定していることから r 軸上で z 方向に非対称の分布は現れないものと仮定し, (11)式および(12)式の拘束条件を課した DNS が与える収束解は適切な定常層流解を表すとした.

ところで, 擬似圧縮性解法⁽⁶⁾で導出されたアスペクト比 2.3 の収束解には, 壁面に沿った圧力分布が示唆する速度助走区間の終端位置は 90° 付近である. 最大 Mach 数が 0.7 の弱い圧縮性流れを扱う本研究でも 90° 付近に助走区間が現れ, 助走区間と発達した流れの区間がほぼ同じダクト長さとなることを予想して 180° 曲がりダクトを選択した.

3. 境界条件および初期条件

DNS の境界条件には無反射境界条件の NSCBC⁽⁷⁾ を用いる. 解析するダクト内流れの計算領域は流入断面, 流出断面および断熱滑りなし壁面の境界条件で構成される. それら境界条件について以下に簡単に述べる.

流入断面では(13)式の流入最大マッハ数 M_{max} を用いた(14)式の放物形主流速度分布を与える. 二次流れは流入断面で発生しないものとして(15)式を課す.

$$M_{max} = 0.7 \quad (13)$$

$$u_\theta(r, \theta = 0, z, t) = M_{max} (1 - r^2) (1 - z^2) \quad (14)$$

$$u_r(r, 0, z, t) = u_z(r, 0, z, t) = 0 \quad (15)$$

流入温度は流入速度が亜音速域であることから断面に一樣に温度 $T_m = 1$ と近似した.

流出断面では計算領域外からの流入波を Lele ら⁽⁷⁾ が推奨する数値的経験パラメータ $\sigma = 0.25$ を用いたモデル式より決定する.

断熱滑りなし壁面境界上では壁面に垂直な方向 i の熱流束について不浸透性を表す(16)式を課す.

$$q_i = -\frac{\mu}{(\gamma - 1)Pr} \frac{\partial T}{\partial x_i} = 0 \quad (16)$$

DNS の初期条件には等温滑りなし壁面境界条件下で収束させた同 Dn 数流れの定常解⁽¹⁰⁾を与える. 支配方程式の空間差分に 6 次精度中心コンパクト・スキーム⁽⁸⁾および時間積分にオイラー法を用い, Dn=271 の曲がりダクト内流れの定常層流解データベースを作成した.

4. $M=0.7$, Dn=271 の流れに及ぼされる曲率の影響

$z=0$ 上の代表的な半径軸方向位置 r' に固定したダクト長さ方向 θ に沿った圧力分布をおよび Fig.2(a)に, その θ 方向圧力勾配値分布を Fig.2(b)にそれぞれ示す. 擬似圧縮性解法⁽⁶⁾の結果に類似して $r'=1$ に位置する外壁面に沿った圧力分布には $\theta=38.25^\circ$ の位置にピークが現れ, 助走区間の発達を表している. 外壁面上に現れる圧力ピーク分布は, Fig.2(b)に示す θ 方向圧力勾配値分布より単純なベル型曲線の構造を持つことが定量的に示される. 一方, $r=R_c$ のダクト中心半径位置にある $r'=0$ および内壁面上に位置する $r'=-1$ に沿った圧力分布特性は複雑で, それぞれ 45° および 60° 付近の局所的な位置に逆圧力勾配値が分布している. ただし, それらの大きさは外壁面上の圧力ピークが持つ大きさに比べれば小さい. Fig.2(b)より, アスペクト比 2.5 の Dn=271 の流れでは $\theta=120^\circ$ 付近から圧力勾配値は一定に収束し始めており, 収束値は半径軸方向位置 r' に依存していることが分かる. 次に, 発達した助走区間を含む曲がりダクト内流れの断面内の解析結果を, 外壁面上に圧力ピークが分布する位置 $\theta=38.25^\circ$ および助走区間終端付近の位置にある $\theta=121.5^\circ$ を代表的な断面に選択して示していく.

外壁面上に圧力ピークが分布する位置 $\theta=38.25^\circ$ の断面内について, Fig.3(a)に主流速度 u_θ 分布および Fig.3(b)に圧力分布をそれぞれ示す. また, Fig.3(a)および Fig.3(b)にそれぞれの分布と重ねて表示したベクトル分布は(17)式および(18)式で表されるベクトル分布をそれぞれ表す.

$$\rightarrow = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) \bar{e}_i \quad (17)$$

$$\rightarrow = (-\text{grad } p)_i \bar{e}_i \quad (18)$$

断面内ベクトルなので総和規約は $i=r, z$ についてとる.

(17)式および(18)式は(4)式の運動量方程式を構成する項であり, それぞれ移流項を右辺に移項した慣性力および圧力

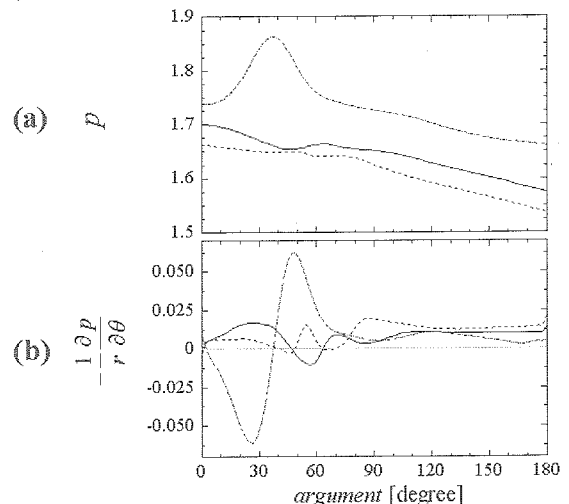


Fig.2 Distributions of (a) the pressure and (b) its θ -gradient on $z = 0$ along θ . The chain, solid and dot lines indicate at $r'=1$ (outside wall), 0 (center) and -1 (inside wall), respectively.

勾配である．二次流れは特に遠心力として(19)式で定義される項が解析される．

$$\text{Centrifugal force} \equiv \rho \frac{u_\theta^2}{r} = - \text{Centripetal force} \tag{19}$$

r - θ 平面の極座標系で観測した場合、(19)式の遠心力は向きが逆で大きさが等しい向心力で表される．Fig.4に定常層流解データベースより算出した、 $z=0$ の r - θ 平面上に分布する加速度ベクトル（Navier-Stokes 方程式の移流項）を主流速度分布とともに示す．流入部は右側に位置する．曲がりダクト内流れは断面内圧力勾配が向心力として働き、主流がその慣性力方向を曲げられることにより形成される．曲げられた流れ方向は必ずしも θ 方向に平行ではなく、 r - z 断面から流れの構造を解析する場合にはメトリクス（計量）が考慮される．メトリクスの考慮により(19)式などの項が運動量方程式中に付加する形で現れるが、本質的には(4)式を構成する移流項である．従って、断面内では(4)式の移流項を右辺に移項した(17)式の見かけの加速度によって流れの構造を解析するのが自然である．

Fig.3(a)に示すように、 $\theta=38.25^\circ$ の断面内では主流速度の極大値分布は r 軸上にあり、 $r' \geq 0$ の領域にわたり加速度は全て r 軸方向について正の向きである． $r' \geq 0$ の領域に分布する見かけの加速度ベクトルは $z=0.5$ 付近を境に z 方向の向きが反転して現れるが、これは Fig.3(b)に示す圧力分布が与える断面内圧力勾配ベクトルに依る．一方、 $r' < 0$ の領域に分布する見かけの加速度ベクトルには局所的に r 軸方向について負の向きが示される．Fig.3(b)の圧力分布と比較すると、これらのベクトルが分布する領域は $(r', z) = (-0.25, 0.75)$ 付近に極小値を持つ圧力分布に対応していることが分かる．ここで、同断面内の二次流れ構造を Fig.5(a)に断面内速度成分で構成されるベクトル分布、Fig.5(b)に(20)式で定義する速度ヘリシティ密度分布および Fig.5(c)に θ 方向圧力勾配値分布でそれぞれ示す．

$$h \equiv \vec{u} \cdot \vec{\omega} = u_i (\text{curl } \vec{u})_i \tag{20}$$

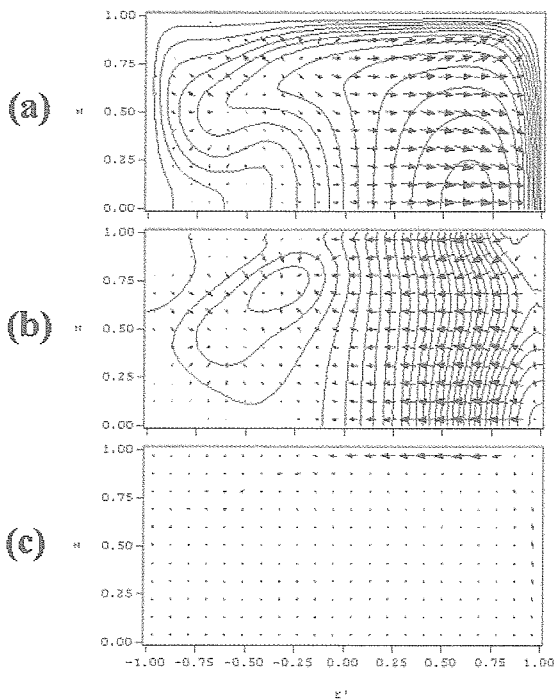


Fig.3 Vectors of (a) the acceleration with the streamwise velocity u_θ , (b) the pressure gradient with the pressure and (c) the difference acceleration in the section at $\theta=38.25$ degrees.

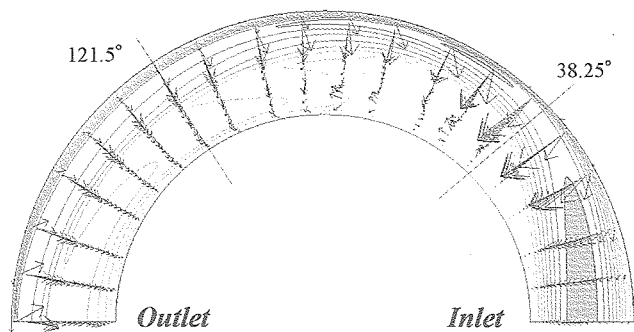


Fig.4 Vectors of the convection terms with the distribution of the stream-wise velocity u_θ on the r - θ plane at $z=0$.

以降では速度ヘリシティ密度 h をヘリシティと呼ぶ． $\theta=38.25^\circ$ における二次流れの最大強さは同断面の主流極大値の 47%に達する．二次流れが非常に強いいため、Fig.3(b)の圧力分布に $r' < 0$ で極小値が与えられるものと考えられる．ここで Fig.5(a)の断面内速度ベクトルが $z \geq 0$ の領域に描く反時計回りの大きな循環は Ekman 渦と呼ばれる．一方、 $z < 0$ の領域には大きさが等しく回転方向が逆回りの循環が形成される．断面全体では一対の Ekman 渦が形成され、二次流れパターンは 2-cell state と呼ばれている⁽¹⁻⁴⁾．Fig.5(a)との比較から、Fig.3(b)の $r' < 0$ にある圧力の極小値は Ekman 渦の内部に分布することが分かる．Fig.5(a)の二次流れパターンを Fig.5(b)のヘリシティ分布および Fig.5(c)の θ 方向圧力勾配値分布で観測すると、Ekman 渦の縦渦構造は $r' < 0$ で局所的に湾曲し、その近くでは順圧力勾配値の極大値が分布していることが分かる．Ekman 渦の $r' < 0$ に分布する順圧力勾配値は主流を駆動させている同断面内の順圧力勾配値よりも 1.7 倍ほど大きい、Fig.3(b)の断面内圧力勾配ベクトルの極大値分布の 12%である．ここで Fig.3(a)の主流速度分布と Fig.5(b)のヘリシティ分布とを比較してみると、 $r' < 0$ で内壁面および $z < 0$ にある逆回転の縦渦構造によって向きを変えられた二次流れが $r'=0$ 付近で主流速度のせん断層

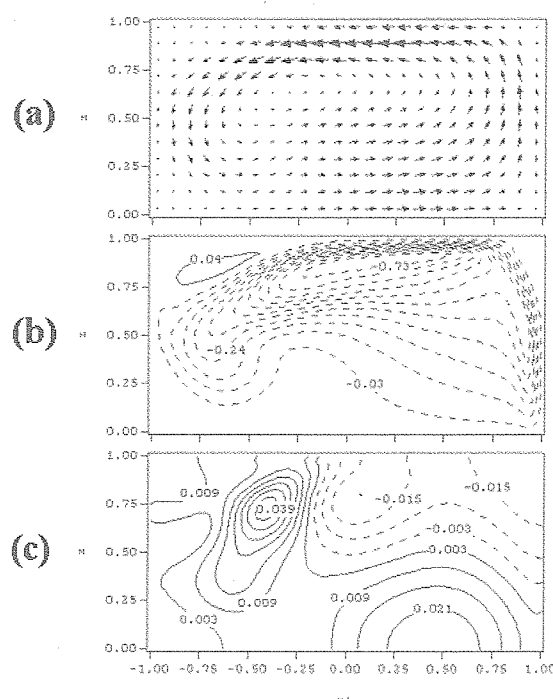


Fig.5 Patterns of the secondary flow observed by (a) the velocity components in the section and (b) the helicity at $\theta=38.25$ degrees. And (c) indicates contour of the pressure gradient of the azimuthal direction at the same section.

に到達することが分かる。二次流れ強さは最大でも同断面内の主流速度極大値の 47%程度であるため、二次流れが主流速度のせん断層を横切って外壁面に到達するとは考え難い。従って二次流れに沿った流体粒子はその後、主流を駆動する順圧力勾配に沿って下流に運ばれると考えられる。これを示すように、Fig.4 の $z=0$ における $r-\theta$ 平面上の加速度分布には特に $\theta=38.25^\circ$ より下流の位置で $r'<0$ の領域に発達していく θ 方向の加速度が分布している。

ところで Fig.5(a)に示す二次流れの強さは上壁面上で局所的に大きく現れる。非圧縮性流れの数値解析⁽¹⁻⁴⁾でも同様に上壁面上で二次流れが強まることが示されているがその要因は解決されていない。特に力が働かない限り、速度の発達は説明されないで再び、(17)式および(18)式の断面内における力を考える。断面内の内部領域では粘性の働きが壁面近くに比べて非常に小さいと考え、断面内における内部領域の力の釣り合い式は(17)式および(18)式から

$$0 = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) + (-\nabla p)_i \quad (21)$$

である。ただし(21)式の釣り合い式は流れに与える時間発展項の寄与が十分に小さい定常層流解に適用が限る。一方、壁面近傍では粘性の働きが加わるので(21)式は成り立たない。ここで流れ方向を i 方向とし、流れがその方向に垂直な面に位置する壁面に向けて形成されている場合を考える。この時の壁面周りの流体粒子に働く力を f_i と置くと、(4)式に示す運動量方程式から力 f_i は(22)式で求まる。

$$f_i = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) + (-\nabla p)_i = -\frac{1}{Re}(\text{div} \tau)_i \quad (22)$$

(22)式の右辺は Navier-Stokes 方程式の粘性項を負の値で返す記述となっているが、これは(17)式と同様に見かけの加速度であることを表している。(22)式は壁面近傍の粘性流れと内部領域の非粘性流れとの差で現れるベクトルで表されるため、以降では簡単に(22)式のベクトルを粘性差ベクトルと呼ぶ。

$\theta=38.25^\circ$ の断面に分布する粘性差ベクトルの分布を Fig.3(c)に示す。内部領域では粘性の働きは小さいために粘性差ベクトルはほぼ 0 である。一方、壁面上では特に上壁面上に粘性差ベクトルの極大値が分布しており、その粘性差ベクトルが向く位置の下流では Fig.5(a)に示す断面内速度ベクトルの極大値が分布している。以上から、粘性差ベクトルが二次流れの局所的な加速を説明することが分かる。その他、粘性差ベクトルは壁面応力で定義されることから壁面上にも値を返す特徴を持つ。非圧縮性流れの数値解析⁽¹⁻⁴⁾を見ても二次流れが 2-cell state である場合は断面内速度ベクトルの極大値は上壁面近傍に分布するため、上壁面上で圧力および応力を測定することで 2-cell state 二次流れの強さが見積もられる可能性がある。

空間的に加速または減速する流れがある場合、圧縮性流れでは膨張または圧縮の構造が現れる。これは圧縮性を考慮した(3)式の連続の式が記述するもので、時間発展項の寄与が十分に小さい流れまたは定常流れの場合には(22)式で表される。

$$\vec{u} \cdot \text{grad} \rho = -\rho \text{div} \vec{u} \quad (22)$$

(22)式の右辺にある速度場の発散量 $\text{div} \vec{U}$ は正值の場合には膨張構造、負値の場合には圧縮構造を表す。

二次流れの場合、膨張または圧縮の構造は粘性差ベクトルまわりの領域にあると考えられる。簡単に、密度の空間勾配は強い遠心力によって θ 軸および z 軸方向よりも r 軸方向について卓越して現れると仮定すれば、(22)式は(23)式に近似される。

$$u_r \rho_r = -\rho \text{div} \vec{u} \quad (23)$$

ここで ρ_r は密度の r 軸方向勾配を表す。遠心力により密度分布は外壁面側に単調に増加すると仮定すれば ρ_r は常に正值をとる。この場合、密度の空間輸送を表す(23)式の左辺は r 軸方向速度の方向のみに依存する。一方、密度 ρ は常に正值をとるため、結果、(23)式右辺は $\text{div} \vec{U}$ の性質だけから決定される。二次流れが 2-cell state である場合、 r 軸上では $u_r > 0$ であり、上壁面上では $u_r < 0$ である。従って(23)式より、 r 軸上では圧縮、上壁面上では膨張の構造であることが導かれる。Fig.6 に $\theta=38.25^\circ$ の断面内における速度場の発散量 $\text{div} \vec{U}$ の分布を示す。図中の青および赤の領域はそれぞれ圧縮構造および膨張構造を表し、実線はそれらの境界である $\text{div} \vec{U} = 0$ を表す。Fig.5(a)の二次流れベクトル分布と Fig.6 の $\text{div} \vec{U}$ 分布との比較より、(23)式の近似は適当であると言える。

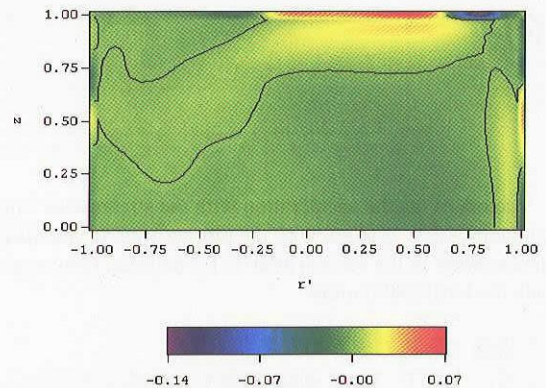


Fig.6 Distribution of the divergence of the velocity field in the section of $\theta = 38.25$ degrees. The color regions of blue and red indicate flow structures of the compression and the expansion, respectively. And the solid line indicates $\text{div} \vec{U} = 0$.

次に、助走区間終端付近の位置にある $\theta=121.5^\circ$ の断面について示す。Fig.7(a)に主流速度 u_θ 分布と見かけの加速度ベクトル、Fig.7(b)に圧力分布と圧力勾配ベクトルおよび Fig.7(c)に粘性差ベクトルをそれぞれ示す。ここで、Fig.7 のベクトル分布の極大値は Fig.3 に示す上流 $\theta=38.25^\circ$ の 37%になる。また、Fig.7 の等値線図に灰色で示した領域は極大値分布を表す。

Fig.7(a)が示すように、主流速度 u_θ 分布は上流よりも複雑化し、その極大値は r 軸上以外にも分布、外壁面側コーナー付近にある極大値が断面内で最大値をとる。 $r'<0$ に分布する主流速度分布の極大値は、Fig.5(c)に分布する上流の θ 方向圧力勾配値の極大値分布が与えたものと説明される。二次流れが与える圧力分布への影響は Fig.7(b)から明らかなように、上流の Fig.3(b)のように $r'<0$ の領域に強く縦渦構造を与える程には発達しておらず、 z 方向勾配が局所的に小さく現れる程度である。Fig.7(c)の粘性差ベクトルは上壁面以外ではほぼ 0 となっており、上壁面上で極大値が $r' \geq 0$ および $r'<0$ にそれぞれ一つずつ現れている。

同断面内の二次流れ構造を Fig.8(a)に断面内速度成分で構成されるベクトル分布、Fig.8(b)にヘリシティ分布および Fig.8(c)に θ 方向圧力勾配値分布でそれぞれ示す。二次流れも主流速度分布と同様に、下流の Fig.8 は上流の Fig.5 と比べて複雑化している。二次流れ強さは同断面に分布する主流速度極大値分布の 19%である。上流で大きな循環を形成していた Ekman 渦は上壁面上に弱く分布する。この Ekman 渦は Fig.8(a)の断面内速度ベクトル分布からは判別し難いが、Fig.8(b)のヘリシティ分布からは粘性差ベクトルに対応するように $r' \geq 0$ および $r'<0$ にそれぞれ一つずつ極小値を

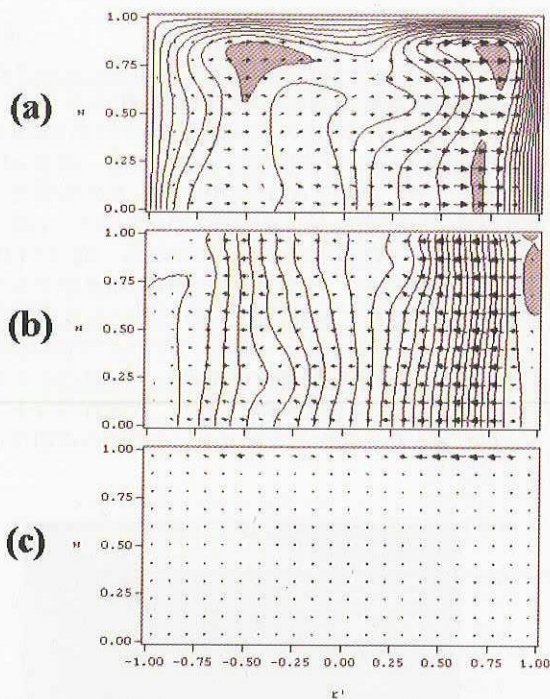


Fig.7 Vectors of (a) the acceleration with the streamwise velocity u_θ , (b) the pressure gradient with the pressure and (c) the difference acceleration in the section at $\theta=121.5$ degrees. Gray regions indicate the local maximums.

持った渦層であることが分かる。

ここで、上流で 2-cell state の簡単な構造であった二次流れが下流で複雑化していることを説明するためにヘリシティ分布の空間発展構造を Fig.9 に示す。ただし、可視化の都合から $z \leq 0$ のダクト領域について示す。Fig.9 の手前はダクト流入部を示し、緑およびオレンジの色で示す等値面は大きさの絶対値が等しく、紙面に対してそれぞれ時計回りおよび反時計回りの縦渦構造を表している。縦渦の空間発展構造を以下に概略する。

流入断面直後より壁面曲率の影響を受けて底面上にヘリシティ層が形成され始め、主流がさらに外壁面に近づくと外壁面上にも縦渦構造が発達し始める。ほぼ直後には内壁面上にも縦渦構造が発達し始める。Fig.5 に示したように、 $\theta=38.25^\circ$ 付近から二次流れと主流のせん断層とが干渉し始め、ヘリシティ層の $r < 0$ に湾曲した分布を与える。 $Dn=271$ の流れではヘリシティ層に湾曲を与える強い二次流れを壁面上で十分に拡散させることができず、結果、Fig.9 の $\theta=90^\circ$ 手前で観測されるヘリシティの分岐構造が現れる。この分岐の過程で誘導速度により分岐したヘリシティと底面上に分布するヘリシティ層との間に逆回転のヘリシティが $\theta=135^\circ$ 付近までにかけて与えられる。

ヘリシティ分布の空間発展構造により、曲がりダクトの助走区間で支配的な縦渦の形成メカニズムは以上のように説明される。補足として、助走区間で形成される縦渦構造は底面上の縦渦構造を除き、下流で主流速度のせん断層と干渉するために減衰していく。Fig.10 に $\theta=121.5^\circ$ の断面に現れる膨張および圧縮構造を示す。実線の閉曲線で示される内部領域の分布は弱い圧縮構造を表しており、前述のようにこの圧縮構造は二次流れと主流のせん断層との干渉で与えられる。

最後に、定常層流解データベースより圧縮性を考慮した速度変曲点について解析した。Fig.11 および Fig.12 にそれぞれ $\theta=38.25^\circ$ および $\theta=121.5^\circ$ の断面内の変曲点分布を示す。ここで、図(a)および図(b)はそれぞれ(24)式的主流速度

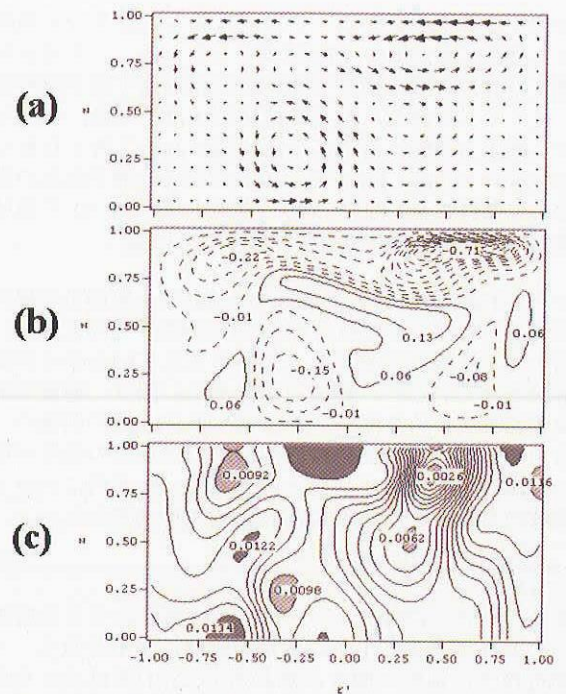


Fig.8 Patterns of the secondary flow observed by (a) the velocity components in the section and (b) the helicity at $\theta=121.5$ degrees. And (c) indicates contour of the pressure gradient of the azimuthal direction at the same section. Regions of dark or light gray represent the local maximum or the local minimum.

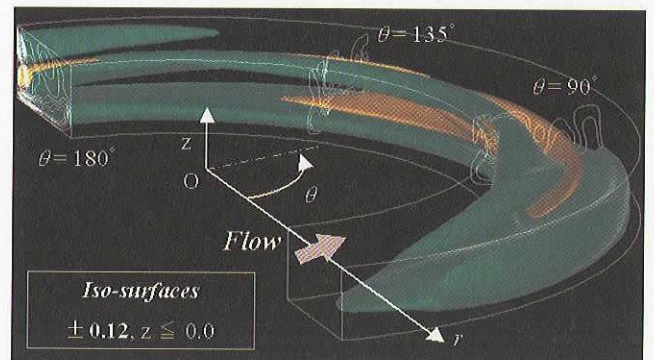


Fig.9 The 3-dimensional structure of the helicity in the half bottom region of the curved duct, the front section is the inlet. Green and yellow regions indicate the helicity of clockwise and counter-clockwise direction, respectively.

勾配および(25)式を満たす速度変曲点の分布を表す。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\rho \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) = 0 \quad \text{または} \quad \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho \frac{\partial u_\theta}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (25)$$

図中には r 軸および z 軸方向の分布についてそれぞれ実線および破線で示す。

Fig.11 に示す $\theta=38.25^\circ$ の断面では、Fig.3(a)に示したように r 軸上に主流速度の極大値が分布することから外壁面近傍に険しい主流速度勾配が現れる。険しい速度勾配が分布する外壁面近傍では r 軸方向の変曲点が分布しており、さらに $z \geq 0.5$ の外壁面近傍には逆圧力勾配が分布していることが Fig.5(c)の θ 方向圧力勾配値分布より分かるため、助走区間での強い遷移が予想される。一方、Fig.12 に示す下流では外壁面側のコーナー近くに r 軸および z 軸の各軸方向について険しい速度勾配が分布しているが、変曲点と重なる領域は上流に比べて小さく、Fig.8(c)の θ 方向圧力勾配

値分布は断面内にわたり正値をとるため、下流が持つ遷移の構造は非常に弱いものと結論される。

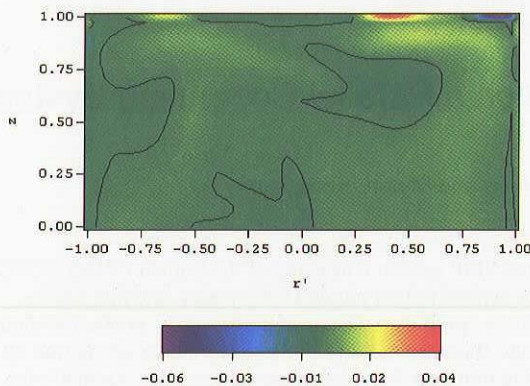


Fig.10 Distribution of the divergence of the velocity field in the section of $\theta = 121.5$ degrees. The color regions of blue and red indicate flow structures of the compression and the expansion, respectively. The solid line indicates $\text{div } \mathbf{U} = 0$.

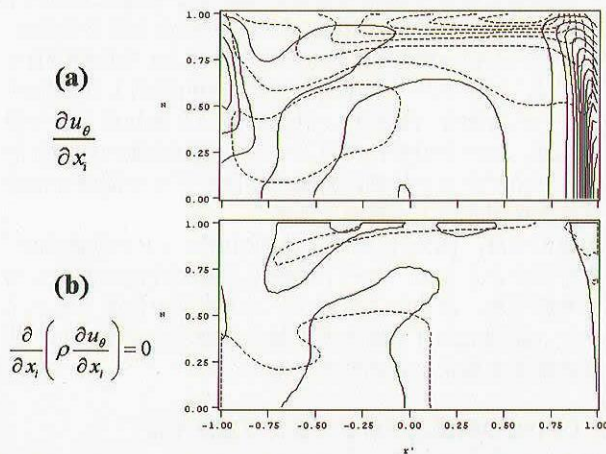


Fig.11 Contours of (a) and (b) indicate the velocity shear of u_θ and the generalized inflection point of u_θ in the section of $\theta = 38.25$ degrees. Here, contours with the solid line and the broken line indicate the gradient direction of r and z , respectively.

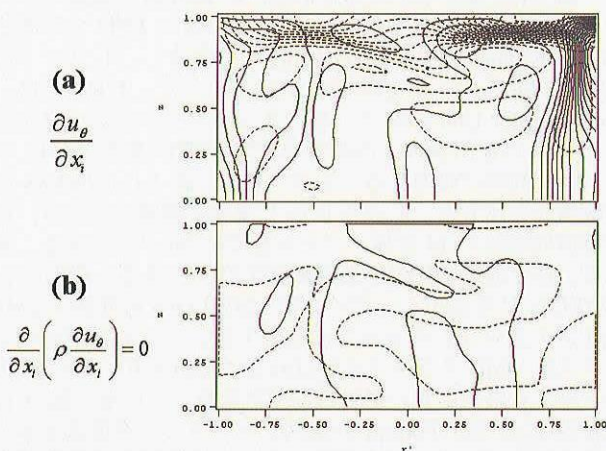


Fig.12 Contours of (a) and (b) indicate the velocity shear of u_θ and the generalized inflection point of u_θ in the section of $\theta = 121.5$ degrees. Here, contours with the solid line and the broken line indicate the gradient direction of r and z , respectively.

5. まとめ

圧縮性 DNS より $\text{Dn}=271$ および $\text{Mach}=0.7$ の高曲率 (ダクト曲率 $\delta^{-1}=2.5^{-1}$) 曲がりダクト内高速流れの層流解を求め、そのデータベースより速度助走区間の流れを解析して以下の知見を得た。

- (1) 流れ方向圧力勾配値は助走区間の終端以降で一定値に収束する傾向にあるが、その大きさは r の位置に依存している。 180° の位置にある流出部付近では外壁面側よりも内壁面側に分布する流れ方向圧力勾配値の方が大きく現れるが、これは助走区間で現れる強い渦構造が下流に与える影響と思われる。一方、助走区間における流れ方向圧力勾配値は空間的に大きく変動し、断面内では外壁面側のコーナー領域に逆圧力勾配値が分布する。この領域ではさらに、外壁面近傍に険しい速度勾配を持つ変曲点が分布することから強い遷移の構造が示唆される。
- (2) 縦渦構造をヘリシティ分布で解析し、断面内の流れ方向圧力勾配値の極値分布および速度発散分布との関係が明らかになった。特にヘリシティ分布の空間発展構造の解析から、助走区間で分岐する Ekman 渦の構造が下流に複雑な二次流れを与えることが分かった。さらに、この縦渦構造と主流のせん断層との干渉がダクトの内部領域に圧縮構造を与えることが分かった。

参考文献

- 1) Bara, B., Nandakumar, K. and Masliyah, J. H.: An experimental and numerical study of the Dean problem: flow development towards two-dimensional multiple solutions, *J. Fluid Mech.*, 244 (1992) 339-376
- 2) Mees, P. A. J., Nandakumar, K. and Masliyah, J. H.: Instability and transitions of flow in a curved duct: the development of two pairs of Dean vortices, *J. Fluid Mech.*, 314 (1996) 227-246
- 3) Mees, P. A. J., Nandakumar, K. and Masliyah, J. H.: Secondary instability of flow in a curved duct of square cross-section, *J. Fluid Mech.*, 323 (1996) 387-409
- 4) Mees, P. A. J., Nandakumar, K. and Masliyah, J. H.: Steady spatial oscillations in a curved duct of cross-section, *Phys. Fluid*, 8 (1996) 3264-3270
- 5) Winters, K. H.: A bifurcation study of laminar flow in a curved tube of rectangular cross-section, *J. Fluid Mech.*, 180 (1987) 343-369
- 6) Soh, W. Y.: Developing fluid flow in a curved duct of square cross-section and its fully developed dual solutions, *J. Fluid Mech.*, 188 (1988) 337-361
- 7) Poinso, T. J. and Lele, S. K.: Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flow, *J. Comput. Phys.*, 101(1992) 104-129
- 8) Lele, S. K.: Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, *J. Comput. Phys.*, 103(1992), 16-42
- 9) 渡辺大輔, 小泉博義, 前川博: 曲がり管における縦渦構造の不安定性, 第14回数値流体力学シンポジウム, B03-2, 2000
- 10) Ozaki, K. and Maekawa, H.: Curvature effects in the curved duct for the compressible viscous flow, *ICAS congress 2004*, 3.6.1(2004)

並列システムにおける実効性能推定法について

松尾裕一¹, 末安直樹², 稲荷智英², 小林穰²

¹宇宙航空研究開発機構, ²富士通株式会社

A Sustained Performance Prediction Method on a Parallel Computing System

by

Yuichi MATSUO, Naoki Sueyasu, Tomohide Inari and Minoru Kobayashi

ABSTRACT

In this paper, we first show the performance evaluation results on a large clustered SMP system consisting of the Fujitsu PRIMEPOWER HPC2500 installed to JAXA with 56 SMP compute nodes with 32 CPUs each for typical hybrid parallel CFD codes, and discuss the correlation between the code features and the parallel scalable performance. Next, we propose a sustained performance prediction method for the hybrid parallel programming by making the extension of Amdahl's law, and show the validity of the performance prediction by comparing the scalability performance data of the JAXA CFD codes and the prediction data from the proposed extended Amdahl's law. We found that the extended Amdahl's law is useful for the performances prediction for the JAXA CFD codes with less communication, and that the enhanced version of extended Amdahl's law with inter-node communication effects included is valid for the communication intensive codes.

1. はじめに

宇宙航空研究開発機構（以下、JAXA）では、旧航空宇宙研究所時代の1980年代後半から、スーパーコンピュータの比類ない計算能力を利用して、計算流体力学 Computational Fluid Dynamics (CFD) に代表される数値シミュレーション技術を先駆的に研究開発し、流体基礎現象の解明や航空宇宙機の設計開発に適用してきた。1993年には、130台の要素計算機とピーク性能230GFLOPSを有する分散並列ベクトル計算機「数値風洞」を導入し、並列CFDの礎を築くとともに実問題への一層の適用を推進してきた。最近のCFDアプリケーションの傾向としては、工学系の解析では、設計への高度適用に係る現実の物体形状を見据えた複雑形状への対応が進んでおり、500万～数1,000万メッシュ上で、マルチブロック構造格子や非構造格子を用いることにより、エンジンナセルやフラップのついた機体まわりの流れ解析やエンジン内部の複数段の流れ解析が可能になって来ている。また、時間とともに現象が変化したり、物体が移動する非定常（過渡的）問題や、流体-構造などの多分野連成問題が扱われるようになって来っており、いずれの場合も既にプロダクションレベルでの実設計開発への適用が行われている。一方、学術系の解析では、マルチスケール・マルチフィジクスといった現実の現象をできるだけ正確に取り扱う解析の方向へと進展しており、乱流や燃焼流のシミュレーションでは、1,000万～10億メッシュ上で高速流や化学反応を考慮しながら、出力データは量にして時に100GBを超えるようなケースも現出している。並列計算の観点からは、単純な幾何分割やデータ構造の分割から、計算領域を分割して各領域をCPUにマッピングする並列化手法やMPIによる転送が主流となりつつある。その一方で、通信負荷の重いFFTや補間処理も依然として使われている。

こうした状況の中で、2002年10月からは、富士通 PRIMEPOWER HPC2500を中核とする全部で2,304個のCPU有する大規模SMPクラスタを導入した。このうち計算を担当する部分は、32個のCPUで構成するSMPノード56台から成り、9.3TFLOPSの計算処理性能を有する。このシステムでは、ノード内は共有メモリ並列（スレッド並列）、ノード間は分散並列（プロセス並列）を組み合わせたハイブリッド並列を標準の並列化スタイルとして採用している。ハイブリッド並列では、ノード内のスレッド並列に関してコンパイラによる自動並列化機能を用いることができるなど、特にプログラミングの面で有利と言われている。確かに、ベクトルの前システムからスカラーの今システムへ移行する際、ベクトルループをスレッド並列で置き換えることに

より混乱なく移行を実現できた。しかし、性能に関しては、ハイブリッド並列は、純MPIによる並列化を上回る性能は得られないという報告¹⁾もある一方で、JAXAの並列CFDコードでは、ハイブリッド並列の方が純MPI並列より性能が良いケースもあり（後述）、計算資源の有効利用という観点からは、コードの特性パラメータと並列性能の相関を把握し、ハイブリッド並列に有効な性能モデルや簡便な性能推定法を見出すことが重要である。

本報告では、JAXAにおける並列CFDコードの性能測定結果を示すとともに、コードの特性と並列性能の関係について考察する。さらに、アムダールの法則を拡張したハイブリッド並列における簡易な実効性能推定法を提示し、その推定精度を検証し有効性を示す。

2. CeNSSの構成とプログラミングスタイル

JAXAに導入されているスーパーコンピュータシステム「数値シミュレータ III (NS-III)」の全体構成を図1に示す。このうち、計算部分を担当するサブシステムは、Central Numerical Simulation System (CeNSS) と呼ばれている。図2は、I/Oなどの部分を除いたCeNSSの構成イメージを示したものである。ノードは、32個のCPUから成るSMP (Symmetric Multi Processors) を構成し、1ノードは64GBの共有メモリ空間を有する。ここで、DTUとは、Data Transfer Unitの略で、結合ネットワークにデータを送り出す/受け取る論理上の装置を表す。DTUあたり、16プロセスを同時に処理することができる。表1に、CeNSSの構成諸元を示した。4ノードで1筐体を構成しており、計算筐体は全部で14筐体、ノード数では56ノードある。筐体は、富士通製PRIMEPOWER HPC2500である。CPUは、SPARC64 Vを採用し、ピークで5.2GFLOPSの性能と2MBのオンチップL2キャッシュを有する。こうした構成のシステムはSMPクラスタと呼ばれることがあり、どのCPUからみても厳密に互いに対称な配置を有している。図3は、CeNSSにおけるFortranの並列プログラミング体系を示したものである。ノード内では、コンパイラによる自動並列またはOpenMPあるいはそれらの混在によるスレッド並列を用い、ノード間では、MPIまたはデータ並列言語の一種であるXPFortran(XPF)によるプロセス並列を組み合わせることにより、いわゆるハイブリッド並列のスタイルを標準として採用している。ここで、ノード内のスレッド並列は必須ではなく、MPIやXPFortranによるプロセス並列だけの並列プログラミングも可能であることに注意する。詳細は、文献2を参照されたい。

図3 CeNSSにおける Fortran プログラミング体系
表2 性能評価した JAXA 並列 CFD コード

Code (Name)	Application	Simulation Model	Numerical method	Parallel strategy	Lang.
P1 (LES)	Aircraft	LES	FDM	OpenMP + MPI	F77
P2 (HJET)	Combustion	DNS	FDM w. Chemistry	OpenMP + MPI	F77
P3 (CHANL)	Turbulence	DNS	FDM with FFT	OpenMP + XPF	F77
P4 (HELI)	Helicopter	URANS	FDM w. Overlapped	AutoPara + XPF	F77
P5 (UPACS)	Aeronautics	RANS	FVM w. Multiblock	MPI	F90
P6 (JTAS)	Aeronautics	RANS	FVM w. Unstructured	MPI	F77

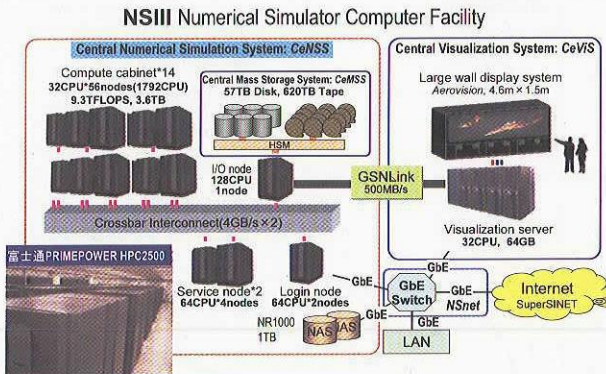


図1 JAXA 数値シミュレータ III (NS-III) の構成概要

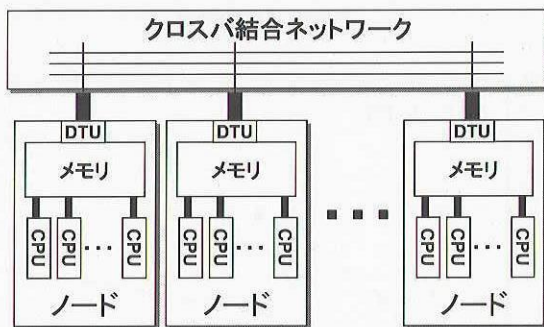


図2 CeNSS の構成イメージ

表1 CeNSS の諸元

総合演算処理性能	9.3TFLOPS
総メモリ量	3.6TB
計算用ノード数	56
ノード内CPU数	32
ノード内メモリ量	64GB
ノード構成	SMP
計算用CPU総数	1,792
CPUタイプ	SPARC64 V
CPUピーク性能	5.2GFLOPS
L2 キャッシュ	2MB オンチップ
結合ネットワークポロジ	単段クロスバ
結合ネットワーク性能	4GB/s x 2

ノード内	ノード間
XPFortran	
自動並列	XPFortran
OpenMP	
自動並列+OpenMP	
自動並列	MPI
OpenMP	
自動並列+OpenMP	
MPI	

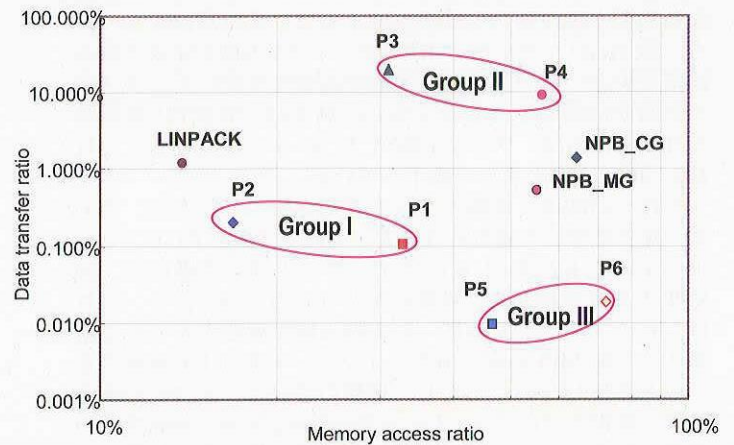


図4 JAXA 並列 CFD コードの特性

3. JAXA 並列 CFD コードの性能評価

表2に、本報告で性能推定用に評価した6本のJAXAの主に航空関係で実際に使われている並列CFDコード^{3)~8)}の概要を示す。このうち、コードP2, P3が学術系の課題（P2:燃焼流, P3:平行平板間乱流）を解析するためのものであり、あとの4本は工学系のコードである。基礎式は、いずれのコードもNavier-Stokes方程式であり、格子形状によってメモリアクセスパターン（ローカル or グローバル or 連続 or リスト）や転送パターンが、流体以外の部分を解く解かない等で演算密度が異なる。図4は、横軸にメモリコスト、縦軸に通信コストを取って、各コードの特性をプロットしたものである。ここで、メモリコスト=メモリアクセス時間/CPU時間、通信コスト=通信時間/経過時間として、プロファイラ等で採取したデータから持ってきたものである。無論、同じCPU数でも使用したスレッド数、プロセス数の組み合わせによって、あるいは問題サイズなどによってプロットされる位置は多少ずれるが配置は大きくは変わらない。プロットした値は、プロセス数はすべて4で統一して測定したものである。これより、6本のCFDコードは、計算処理中心のグループI（コードP1, P2）、通信コストが多い（10%以上）グループII（コードP3, P4）、メモリアクセスが多いグループIII（コードP5, P6）の3グループにほぼ分類できることがわかった。ちなみに、ベンチマークとして有名なLINPACK及びNAS Parallel BenchmarksのMGとCGを、参考までにプロットした。

まず、各コードに対するCeNSS上での並列性能の実測結果を示す。問題サイズ（空間の格子分割数）を一定にして、スレッド数を固定し、プロセス数を変化させることにより、

経過時間を測定した。格子分割数は、できるだけ実問題に近いサイズとした。また、他のジョブからの影響を避けるために、他のジョブが一切ない状態で測定した。

図 5(a)は、グループ I のコード P1 の測定結果である。横軸にプロセス数、縦軸には、1 プロセス×1 スレッドのときの性能を基準(=1)としたときの性能比を取っており、何本かの線は、スレッドを 1,2,4,8,16 と変化させたものに相当する。図からわかるように、グループ I の場合、メモリアクセス、通信ともに少ないので、プロセスに対してスレッドに対してもスケラビリティは良好である。コード P2 も同様の特性を示す。図 5(b)に、グループ II のコード P3 の測定結果を示す。縦軸は、28 プロセス×1 スレッドの値を基準としたときの性能比である。通信が多いために、プロセス性能の直線性は良くなく、プロセス数が増えると性能曲線は傾きは寝てくる。一方で、スレッド並列については、プロセス数一定のラインでみると、スレッドが多くなっても一定の割合で性能が向上しているのがわかる。一方、図 5(c)は、グループ III のコード P5 の測定結果である。通信は少ないのでプロセス性能の直線性は良いが、多スレッド時の性能向上は大きくない。例えば、512CPU 使用時の性能向上比は、スレッド数が 2, 4, 8 と多くなるにつれ、370, 300, 220 と大きく低下している。

これらの図は、横軸にプロセス数を取っているが、CPU 数一定で整理した場合の性能を、コード P1 と P3 でプロットしてみたものを図 6 に示す。コード P1 の場合は、純 MPI の場合が最も良い性能を示しているのがわかる。これは、ハイブリッド並列についての一般に報告されている結果¹⁾、「純 MPI 並列の方がハイブリッド並列より性能が良い」と矛盾しない。しかし、通信の多いコード P3 の場合には、特定のプロセス×スレッドの組み合わせ(448CPU の場合 56 プロセス×8 スレッド)のときに最も良い性能を示し、純 MPI の場合に比べ、2 割ほど高い性能を示している。これは、P3 のようなコードの場合、プロセス×スレッドの組み合わせを適切に選ぶことにより、プログラムに手を加えることなく性能向上を図ることができることを意味している。

以上から、CeNSS においては、図 5 に示したようにコードによってその並列性能は大きな差異を示すが、そのパターンは図 4 のようなコードの特性(メモリコスト、通信コストなど)によってうまく整理できるといえる。

4. 拡張アムダールの法則による性能推定

4.1 アムダールの法則

並列システムの性能を表す法則の一つにアムダールの法則がある。いま、あるプログラムにおいて、並列処理できる部分の割合(並列化率)を a とし、 n 台の CPU を用いて得られる性能向上率を $S(n)$ とすると、

$$S(n) = T_{\text{serial}} / T_{\text{parallel}} \quad (1)$$

ただし、 T_{serial} 、 T_{parallel} は、それぞれ逐次実行、並列実行時の CPU 時間をあらわし、

$$T_{\text{parallel}} = T_{\text{serial}} \times \{(1-a) + a/n\} \quad (2)$$

の関係がある。もし、 $a = 1$ なら $T_{\text{parallel}} = T_{\text{serial}} / n$ 、ゆえに $S(n) = n$ となり、並列性能は CPU 数の増加とともに完全にリニアに上昇する。また、 $n \rightarrow \infty$ とすると $S(\infty) \rightarrow 1/(1-a)$ であり、これは並列化率に応じて性能向上に上限があることを意味している。たとえば、 $a = 0.95$ の場合 $S(\infty) = 20$ 、すなわち性能向上率はたかだか 20、よって、20CPU 以上使うのは無駄ということになる。ただし、一般的には、 n が大きくなると a も上昇するので、状況はそれほど悲観的ではないことに注意する。

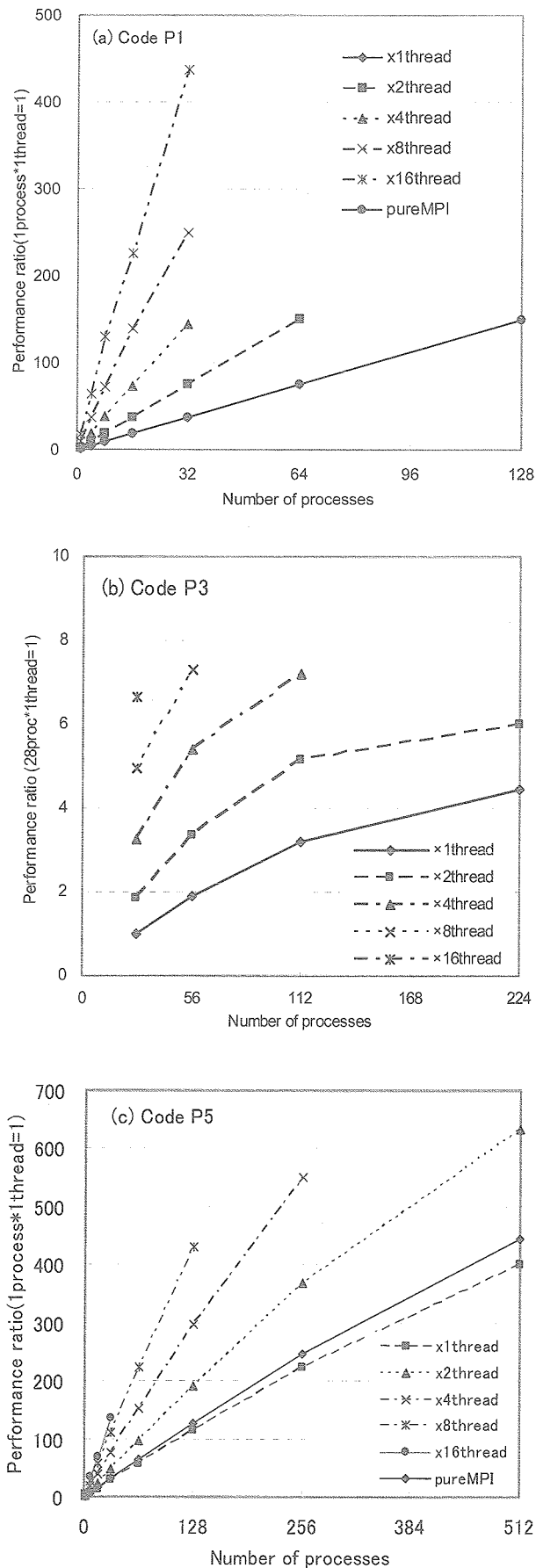


図 5 JAXA 並列 CFD コードの性能

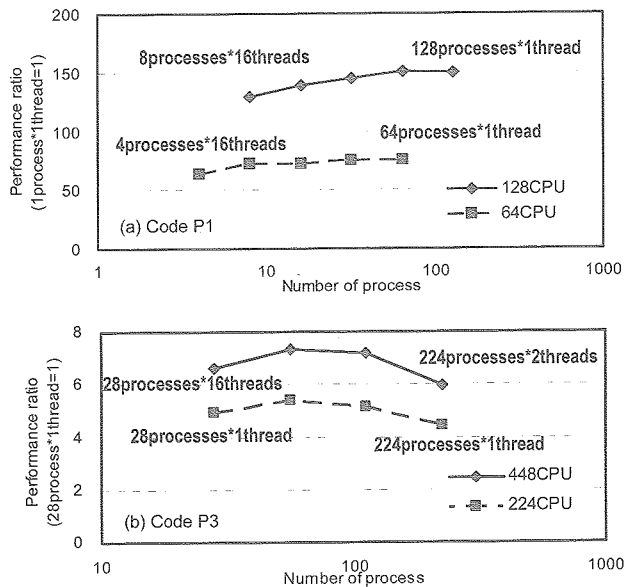


図6 CPU数一定時の並列性能の比較

4.2 ハイブリッド並列におけるアムダールの法則の拡張とその検証 (その1)

ハイブリッド並列における並列形態には、プロセス並列とスレッド並列が存在するので、上記の一般的なアムダールの法則は直接的には適用できない。いま、プロセス並列の並列数を n_p 、並列化率を a_p 、スレッド並列の並列数を n_t 、並列化率を a_t とする。表 3(a)は、コード P1 の並列性能の実測値の一部を表にしたものである。4 プロセス×1 スレッドの場合の性能を基準(=1)としたときの性能比を示してある。プロセス並列化率 a_p は、スレッド 1 の場合の性能向上比 (第 1 行) から、スレッド並列化率 a_t は、プロセス 1 の場合の性能向上比 (第 1 列) から、式(1)(2)により導かれる関係 $a = (1-1/S)(1-1/n)$ を用いて求めることができ、これより平均の $a_p = 1.018$, $a_t = 0.994$ と求まる。いま、ハイブリッド並列におけるアムダールの法則として、通常のアムダールの法則(1)(2)の自然な拡張として、

$$S(n) = T_{\text{serial}}/T_{\text{hybrid}} \quad (3)$$

ただし、

$$T_{\text{hybrid}} = T_{\text{serial}} \times \{(1 - a_p) + a_p/n_p\} \times \{(1 - a_t) + a_t/n_t\} \quad (4)$$

を考える。ここに、 $(1 - a_p) + a_p/n_p$ はプロセス並列による加速分、 $(1 - a_t) + a_t/n_t$ はスレッド並列による加速分をあらわす。上記の a_p 及び a_t を式(3)(4)に代入して、性能向上比を推定したのが表 3(b)である。表 3(c)は、表 3(a)の実測値と表 3(b)の推定値をもとに、推定値/実測値を示したものである。塗りつぶした欄の値を除きほとんどの値が 1 に近いことから、このコード P1 の場合は、拡張アムダールの法則(3)(4)により、性能推定が可能であることがわかる。なお、高並列で誤差が大きくなるのは、このコード P1 の場合、データアクセスがオンキャッシュになり、並列数以上に性能が出てしまっているからである。

表 4 は、コード P5 の場合の実測値と拡張アムダールの法則による推定値を比較したものである。表 4(a)は、実測値であるが、これより平均の $a_p = 0.995$, $a_t = 0.826$ と求まる。この値から式(3)(4)を用いて性能向上比を推定したのが表 4(b)、実測値と推定値を比較したものが表 4(c)である。このコード P5 の場合も、推定値と実測値はすべてのレンジで比較的良く一致している。

表 3 拡張アムダールの法則の検証 (コード P3)

(a) 性能向上比の実測値

		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	2.11	4.23	8.83	17.40
	2	2.00	4.21	8.14	17.42	34.06
	4	3.93	8.30	15.97	34.37	-
	8	7.60	16.06	28.61	67.15	-
	16	14.04	29.14	54.75	104.56	-

(数字は、4 プロセス×1 スレッドの値を基準)

(b) 性能向上比の推定値

		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	2.04	4.28	9.44	23.75
	2	1.99	4.06	8.50	18.75	47.20
	4	3.93	8.03	16.80	37.04	93.22
	8	7.66	15.66	32.78	72.29	181.92
	16	14.61	29.83	62.53	137.90	347.01

(c) 推定値と実測値の比較 (推定値/実測値)

		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	0.97	1.01	1.08	1.36
	2	1.00	0.97	1.04	1.08	1.36
	4	1.00	0.97	1.05	1.08	-
	8	1.01	0.98	1.15	1.08	-
	16	1.04	1.03	1.14	1.32	-

表 4 拡張アムダールの法則の検証 (コード P5)

(a) 性能向上比の実測値

		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	2.00	3.96	7.70	13.81
	2	1.66	3.29	6.55	12.66	21.78
	4	2.62	5.21	10.25	18.92	-
	8	3.83	7.65	14.83	-	-
	16	4.69	-	-	-	-

(数字は、32 プロセス×1 スレッドの値を基準)

(b) 性能向上比の推定値

		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	1.99	3.94	7.72	14.83
	2	1.70	3.39	6.71	13.14	25.27
	4	2.63	5.23	10.35	20.27	38.97
	8	3.60	7.17	14.20	27.82	53.47
	16	4.43	8.81	17.44	34.18	65.70

(c) 推定値と実測値の比較 (推定値/実測値)

		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.07
	2	1.03	1.03	1.02	1.01	1.16
	4	1.00	1.00	1.01	1.07	-
	8	0.94	0.94	0.96	-	-
	16	0.94	-	-	-	-

表 5 拡張アムダールの法則の検証 (コード P3)

		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	1.90	3.21	4.43	-
	2	1.85	3.35	5.14	5.98	-
	4	3.25	5.41	7.19	-	-
	8	4.94	7.32	-	-	-
	16	6.63	-	-	-	-

(数字は、28 プロセス×1 スレッドの値を基準)

(b) 性能向上比の推定値

		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	1.85	3.20	5.04	7.09
	2	1.84	3.40	5.90	9.30	13.08
	4	3.19	5.89	10.20	16.09	22.63
	8	5.02	9.27	16.06	25.34	35.63
	16	7.05	13.01	22.53	45.55	50.00

(c) 推定値と実測値の比較 (推定値/実測値)

		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	0.97	1.00	1.14	-
	2	1.00	1.02	1.15	1.55	-
	4	0.98	1.09	1.42	-	-
	8	1.02	1.27	-	-	-
	16	1.06	-	-	-	-

表 6 コード P3 における通信コストの影響

	プロセス数			
	28	56	112	224
実測性能向上比	1.00	1.90	3.21	4.43
並列化率	-	0.946	0.916	0.885
経過時間 (秒)	464.87	247.66	149.69	110.29
通信時間 (秒)	31.65	28.78	34.76	46.14

(並列化率は 28 プロセスを基準に算出)

このことから、通信コストの少ないグループ I やグループ III のコードについては、拡張アムダールの法則(3)(4)により性能推定が可能であることがわかる。その理由としては、基本的に通信コストが少ないことの他に、式(4)が示しているように、プロセスとスレッドの並列効果に依存性がないことが考えられる。実際、多くの CFD コードでは、多数の多重 Do ループ構造を持っており、外側の Do ループに対してプロセス並列を、内側のループに対してはスレッド並列を適用するハイブリッド戦略を採っていることが強く関係していると考えられる。データは省略するが、コード P4 の場合、多重 Do ループに依存性があるためにこの拡張アムダールの法則による性能推定はうまく行かない。

一方、コード P3 の場合の結果を表 5 に示す。この場合、平均の $a_p = 0.916$ 、平均の $a_t = 0.915$ である。表 5(c)によれば、塗りつぶした欄の値のように、プロセス数×スレッド数の大きいところで推定の誤差が大きくなっている。

4.3 ハイブリッド並列におけるアムダールの法則の拡張とその検証 (その 2)

そこで次に、コード P3 における性能推定誤差の原因とアムダールの法則の改良 (高精度化) を考える。いま、プロセス数が変化したときの並列化率を調べてみると、表 6 上段のようになり、並列化率は一定ではなく、プロセス数の増加とともにかなり低下しているのがわかる。これは、プロセス数とともに増加する通信コスト等が存在するためである。プロファイラを使いコストの内訳を測定した結果、表 6 下段に示すようにプロセス数の増加に伴う通信コストの増大を実際に確認した。

そこで、アムダールの法則(1)(2)に対して、プロセス並列における通信コストの影響を考慮する高精度化を考える。いま、プロセスの並列化率 a_p 、プロセス数 n_p に加えて、通信の影響として、プロセス数によらずコスト一定の通信の割合を c_t 、袖転送のようなプロセス数にコストが比例する通信の割合を c_n とすると、アムダールの法則(1)(2)の自然な拡張として、

$$S(n) = T_{\text{serial}} / T_{\text{parallel}} \quad (5)$$

ただし、

$$T_{\text{parallel}} = T_{\text{serial}} \times \{(1 - a_p - c_t - c_n) + a_p/n_p + (c_t + c_n \times n_p)\} \quad (6)$$

という関係を考えることができる。コード P3 におけるそれぞれのコストをプロファイラによって調べてみると、28 プロセスの場合、 $a_p = 0.925$ 、 $c_t = 0.057$ 、 $c_n = 0.005$ 、 $1 - a_p - c_t - c_n = 0.013$ となり、6%強の実際に無視できない通信コストが存在する*。式(5)(6)により求めた推定性能向上比と実測値とを比較したのが表 7 であり、(1)(2)によるものと比べると、多プロセスにおける性能推定の精度は向上している。さらに、実測範囲以上の多プロセスの場合の性能向上比を推定してみると、表 7 にあるように、896 プロセス以上では、通信コストの影響で性能向上比が低下する傾向が現れている。

この結果を利用して、ハイブリッド並列における拡張アムダールの法則を高精度化してみると、通信の部分はスレッド並列による加速の影響は受けないことから、

$$S(n) = T_{\text{serial}} / T_{\text{hybrid}} \quad (7)$$

ただし、

$$T_{\text{hybrid}} = T_{\text{serial}} \times [(1 - a_p - c_t - c_n) + a_p/n_p] \times \{(1 - a_t) + a_t/n_t\} + (c_t + c_n \times n_p) \quad (8)$$

とすることができる。表 8 は、コード P3 に対して式(7)(8)による推定値と実測値を比較したものであるが、両者はすべてのレンジでよく合致しており、表 5(c)と比べても高プロセス×高スレッドの場合の推定精度は改善されているのがわかる。表 9 は、表 8(a)を CPU 数一定で整理したものである。図 6(b)で示した特定のプロセス×スレッドで性能が高くなる挙動がよく再現されており、高精度拡張アムダールの法則(7)(8)が通信の多いコード P3 の場合の性能推定に有効であることを示している。

*ちなみにこれはプロセス別の演算コストを合計した、いわば非並列状態での比率であり、プロセス数に応じた通信コストの比率は式(6)をもとに算出することができる。例えば、4 プロセス並列時の実行時間比は、 $T_{\text{parallel}}/T_{\text{serial}} = 0.013 + 0.925/4 + 0.057 + 0.005 \times 4 = 0.321$ であり、それに含まれる通信の影響は、 $c_t + c_n \times n_p = 0.057 + 0.005 \times 4 = 0.077$ であるから、通信コストの比率は、 $0.077/0.321 \approx 0.24$ となり、これは図 4 で示した特性図の実測値とも概ね一致する。

表7 高精度アムダールの法則によるプロセス性能推定 (コードP3)

	プロセス数						
	28	56	112	224	448	896	1,792
実測性能向上比	1.00	1.90	3.21	4.43	-	-	-
(1)(2)による推定性能向上比	1.00	1.85	3.20	5.04	7.08	8.88	10.17
(5)(6)による推定性能向上比	1.00	1.84	3.11	4.43	4.81	3.86	2.47

表8 高精度拡張アムダールの法則の検証 (コードP3)

(a) 性能向上比の推定値						
		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	1.84	3.11	4.43	4.81
	2	1.84	3.22	4.94	6.14	5.77
	4	3.18	5.12	7.00	7.60	6.41
	8	4.99	7.29	8.84	8.62	6.78
	16	6.97	9.23	10.18	9.24	6.99

(b) 推定値と実測値の比較 (推定値/実測値)						
		プロセス比				
		1	2	4	8	16
スレッド比	1	1.00	0.97	0.97	1.00	-
	2	1.00	0.96	0.96	1.03	-
	4	0.98	0.95	0.97	-	-
	8	1.01	1.00	-	-	-
	16	1.05	-	-	-	-

表9 高精度拡張アムダールの法則による性能推定 (コードP3)

		CPU 数 (プロセス数×スレッド数)			
		112	224	448	896
スレッド数	1	3.11	4.43	4.81	3.86
	2	3.22	4.94	6.14	5.77
	4	3.18	5.12	7.00	7.60
	8	2.99	4.99	7.29	8.84
	16	2.63	4.52	6.97	9.23

参考文献

- 1) Cappello, F. and Etienne, D.: MPI versus MPI+OpenMP on IBM SP for the NAS Benchmarks, *Proc. SC'00*, Dallas, USA (Nov. 2000).
- 2) Matsuo, Y., Tsuchiya, M., Aoki, M., Sueyasu, N., Inari, T. and Yazawa, K.: Early Experience with Aerospace CFD at JAXA on the Fujitsu PRIMEPOWER HPC2500, *Proc. SC'04*, Pittsburgh, USA (Nov. 2004).
- 3) 松尾裕一: 差分法による翼まわり流れのLES, 第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.153-154 (Dec. 1998).
- 4) 溝渕泰寛, 新城淳史, 小川哲: CeNSSを用いた水素噴流浮き上がり火炎詳細シミュレーション, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2004論文集, JAXA特別資料SP-04-012, pp.202-207 (Mar. 2005).
- 5) 阿部浩幸, 松尾裕一: 平行平板間乱流の大規模直接数値シミュレーション, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2004論文集, JAXA特別資料SP-04-012, pp.21-26 (Mar. 2005).
- 6) 近藤夏樹, 青山剛史, 齊藤茂: 重合格子法を用いたロータ/胴体干渉の計算, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2003論文集, JAXA特別資料SP-03-002, pp.232-237 (Mar. 2004).
- 7) Takaki, R., Yamamoto, K., Yamane, T., Enomoto, S. and Mukai, J.: The Development of the UPACS CFD Environment, *High Performance Computing, Proc. ISHPC2003*, LNCS 2858, pp.307-319 (Oct. 2003).
- 8) 村山光宏, 山本一臣: 非構造格子法を用いた航空機高揚力装置周りの流れ場解析の精度検証, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2004論文集, JAXA特別資料SP-04-012, pp.82-86 (Mar. 2005).
- 9) Dongarra, J., Bunch, J., Moler, C. and Stewart, G.W.: LINPACK User's Guide, SIAM Philadelphia, PA (1979).
- 10) Bailey, D., Harris, T., Saphir, W., van der Wijngaart, R., Woo, A. and Yarrow, M.: The NAS Parallel Benchmarks 2.0, NAS Technical Report NAS-95-020, NASA Ames Research Center (1995).

5. まとめ

本報告では, JAXA における並列 CFD コードの性能測定結果を示すとともに, コードの特性と並列性能の関係について論じた. また, アムダールの法則を拡張したハイブリッド並列における簡易な性能推定法を提示し, その推定精度を検証した. JAXA のハイブリッド並列 CFD コードの特性を分析した結果, 通信が少ない場合は拡張アムダールの法則, 通信が多い場合は高精度拡張アムダールの法則で性能向上比の推定が可能であることがわかった. ここで示した性能推定法は, 特殊なパラメータを引用しているわけではないので, JAXA の並列システムに限らず, 一般の並列システムに適用できるものである.

しかし, 今回実施したような系統的性能評価は一般には困難と考えられるから, 拡張アムダールの法則(3)(4)や(7)(8)の基本になっている並列化率や通信コストを如何に簡便に見積もるかがこの推定法の鍵でありそれがまた今後の課題でもある. 例えば, コードP1のような通信量が少なく線形の性能の場合には, プロセス×スレッドの組み合わせとして, 16×1, 1×16のように, 2ケースでプロセス並列化率とスレッド並列化率を採取すれば, (3)(4)により精度良い性能推定が可能である(確認済み). しかし, コードP3, P4のように通信量が多い場合には, (7)(8)を使う必要があり, しかも, その場合には, プロセス数に比例するかどうか等の通信の中身まで把握する必要がある. 通信量の全体はプロファイラで知ることができるが, 通信の中身を簡単に測る方法については今後の検討と考えている.

本研究を進めるにあたり, 保守時間等の合間をぬってCeNSS を使わせていただいた. ここに記して謝意を表する.

$Re_\tau=1020$ の平行平板間乱流の DNS に見る階層的な乱流構造

○阿部浩幸*, 松尾裕一*, 河村洋†

Hierarchical turbulence structures observed in DNS of a turbulent channel flow at $Re_\tau=1020$

Hiroynuki ABE*, Yuichi MATSUO* and Hiroshi KAWAMURA†

Abstract

The structures of streamwise velocity fluctuations in a turbulent channel flow at a relatively high Reynolds number are studied by conducting direct numerical simulation. The Reynolds number is set to be 1020 based on the friction velocity and the channel half width. It is shown that large-scale structures of the streamwise velocity fluctuations appear hierarchically in the intermediate and outer regions. Indeed, the large-scale structures in the intermediate region appear noticeably at the present Reynolds number, which can hardly be recognized at low Reynolds numbers.

1. はじめに

高レイノルズ数壁乱流においては、近年の実験により、外層の大規模構造の重要性が指摘され、その力学的機構を解明するために数多くの研究が行われてきた。他方、レイノルズ数が高くなるにつれて内・外層がはっきりと分離され、中間層が顕著にあらわれる部分に相当することから、乱流構造に対しても普遍的な挙動があらわれることが期待され、渦構造や流れ方向速度変動 u' に対して、長さスケールの増加に関する機構やその階層性に関しての議論が行われてきた。その中でも、 u' のスパン方向に対する長さスケールの増加の機構に関しては、壁面近傍のストリーク構造と外層の大規模構造の平均間隔が大きく異なることから、議論がされてきた。例えば、Nakagawa & Nezu¹⁾ は、低レイノルズ数の open channel において実験を行い、 u' のスパン方向への平均的な長さスケールは、対数領域で、概ね線形に増加することを指摘している。Tomkins & Adrian²⁾ は、高レイノルズ数の乱流境界層において PIV の計測を行い、 u' のスパン方向への長さスケールの増加は、対数領域で、統計的には自己相似的に線形に増加し、瞬時では階層的に増加することを指摘している。

一方、本研究の対象となる平行平板間乱流の直接数値シミュレーション(DNS)においても、計算機の性能の発展とともに大規模構造の解析が行われてきた。del Álamo & Jiménez³⁾ は、壁面摩擦速度 u_τ とチャネル半幅 δ に基づくレイノルズ数 $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu = 180, 550$ において、 u' の大規模構造が、 $y/\delta = 0.5$ の位置に存在することを指摘している。Abe ら⁴⁾ は、 $Re_\tau = 180 \sim 640$ に対して、そのスパン方向の平均間隔を調べ、約 1.3~1.6 δ と報告している。また、これらの DNS を通じて、外層の大規模構造の影響が内層まで確かに及んでいることが、統計的、瞬時的結果から報告されている。最近では、 $Re_\tau > 1000$ の DNS が実行され、DNS で扱えるレイノルズ数が既存の実験結果と比較できるレイノルズ数域に達しつつある⁵⁻⁷⁾。これらの $Re_\tau > 1000$ の DNS の結果から外層の大規模構造の間隔は低レイノルズ数時と変わらず約 1.3~1.6 δ 程度であることが報告されている^{5,6)}。他方、高レイノルズ数の DNS の結果においては、低レイノルズ数では見られない階層的な構造が中間層に存在することが指摘されている^{5,6)}。この構造に関する DNS による知見は未だ少ない。そこで、本報では、Wei & Willmarth⁸⁾ の実験のレイノルズ数に相当する $Re_\tau = 1020$ の平行平板間乱流の DNS を実行し、このレイノルズ数の階層的な乱流構造特徴について、特にスパン方向の挙動について調べた結果を報告する。

2. 計算手法

流れ場には十分発達した無限に長い平行平板間乱流を想定し、流れは平均圧力勾配により駆動されるものとした。設定されたレイノルズ数は、 $Re_\tau = 1020$ である。時間進行には、粘性項壁垂直方向は 2 次精度クランクニコルソン法を用い、その他の項は、3 次精度ルンゲクッタ法を用いた。なお、圧力の時間精度は 2 次精度を保つように計算を行っている。空間的離散化には、有限差分法を用い、流れ方向、スパン方向は 4 次精度中心差分を、壁垂直方向は 2 次精度中心差分を用いた。各種計算パラメータとしては、計算領域は、 $L_x \times L_y \times L_z = 12.8\delta \times 2\delta \times 6.4\delta$ 、所要格子数は、 $N_x \times N_y \times N_z = 2048 \times 448 \times 1536$ 、空間解像度は、 $\Delta x^+ = 6.38$, $\Delta y^+ = 0.15 \sim 7.32$, $\Delta z^+ = 4.25$ に設定した。統計量の積分時間は、低波数の挙動を極力把握するために、極力長く、 $tu_\tau/\delta = 13.7$ ($tu_\tau^2/\nu = 13950$) とした。この時間は、流れが流路を 20 回通過した時間に相当する。計算手法の詳細、基本的な乱流統計量の結果は、Abe ら^{9,10)} に記した。

3. 結果及び考察

$Re_\tau = 1020$ の瞬時の u' の分布(y - z 断面)を図 1 に示す。壁面近傍では、低速領域がスパン方向に $\Delta z^+ \approx 100$ 程度の間隔で存在しており、従来の実験結果に良く一致している。一方、 $y/\delta = 0.5, 1.5$ では、約 1.3~1.6 δ の間隔で大規模構造が存在している。他方、低速領域のスパン方向の長さスケールは、壁面から離れるにつれて階層的に増加している。ここで、瞬時の u' に対し、スパン方向の pre-multiplied spectra を壁からの全ての高さ位置で求め、図 2 に示す。結果として、図 1 に見た低速領域の階層構造に対応する離散的なピークが現れた。その中でも、対数領域の上限に相当する $y/\delta = 0.2, 1.8$ 付近に、0.9 δ 程度の波長を有した顕著なピークがあらわれている。

図 3 に、長時間積分を施した $Re_\tau = 1020$ における u' のスパン方向の pre-multiplied spectra の分布を示す。図 3 では、長時間の統計を重ねたことにより、図 2 に見た離散的なピークが消え、スペクトルが滑らかになっている。しかし、図 3 には、依然として 3 つのピークが顕著に残っている。壁面近傍では $\lambda_z^+ \approx 100$ にピーク値があらわれており、この波長はストリーク構造のスパン方向の平均間隔に一致している。壁面から離れるにつれて、ピーク位置は長波長側へ移行し、対数領域から外層にかけて $\lambda_z/\delta \approx 0.9, 1.3$ ($\lambda_z^+ \approx 900, 1300$) に顕著なピークがあらわれている。特に、0.9 δ の波長のピークは $y/\delta \approx 0.2$ ($y^+ \approx 200$) に、1.3 δ の波長のピークは $y/\delta = 0.3 \sim 0.5$ ($y^+ \approx 300 \sim 500$) に顕著にあらわれている。後者の 1.3 δ のピークは $Re_\tau = 180 \sim 640$ の DNS⁴⁾ で見受けられ、外層の

* 宇宙航空研究開発機構 計算科学研究グループ

† 東京理科大学理工学部機械工学科

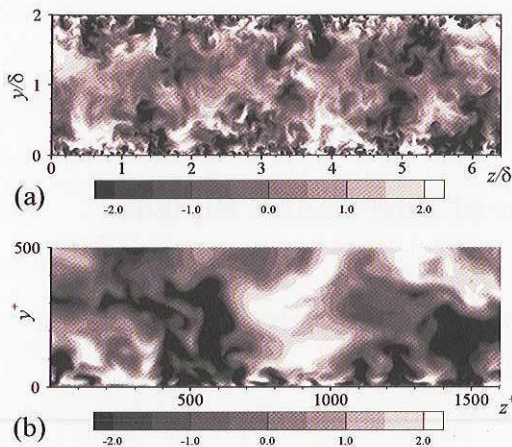


Fig. 1 Contour of instantaneous u' in the y - z plane at $Re_\tau=1020$: (a) whole view; (b) enlarged view.

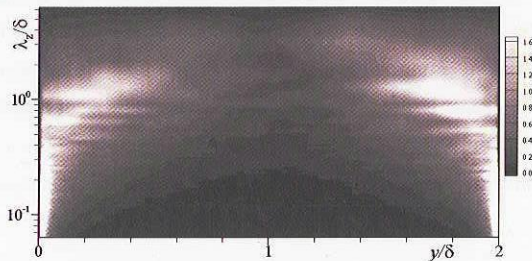


Fig. 2 Contour of spanwise pre-multiplied spectra of u' at $Re_\tau=1020$ normalized by u_τ^2 , which are obtained from one instantaneous realization.

大規模構造の間隔に一致している。一方、前者の 0.9δ のピークは、 $Re_\tau=1020$ に達して初めて顕著にあらわれた。この結果は、レイノルズ数の増加に伴い、対数領域の上限にあたる $y/\delta \approx 0.2$ に新たに大きなスケールの構造が顕著にあらわれたことを示唆している。

対数領域以下における大規模構造と外層における大規模構造を分けて 3 次元可視化し、図 4 に示す。図 4 では、図 3 のスペクトルのピークに一致し、スパン方向に $0.8 \sim 1.0\delta$ の間隔を有した低速の大規模構造が図 4(a) に、約 $1.3 \sim 1.6\delta$ の間隔を有した低速の大規模構造が図 4(b) にあらわれている。なお、図 1 から分かるように、図 4(a) と 4(b) に見る大規模構造には相互相関が存在する。すなわち、対数領域の上限に見る低速の大規模構造は、頻りにチャンネル中央へ吹き出し、外層における低速の大規模構造の形成に大きく寄与している。

また、対数領域の上限 ($y/\delta \approx 0.2$) における低速の大規模構造のスパン方向の間隔に関しては、最近、Tomkins & Adrian¹¹⁾ が $Re_\tau=426, 2216$ の乱流境界層において PIV による実験を行い、本研究と同様に、 u' のスパン方向の pre-multiplied spectra を求めて調べている。彼らは、レイノルズ数によらず約 0.9δ の波長にピークがあらわれることを指摘している。この波長は、図 3 に見た本研究のスペクトルのピーク波長と良く一致している。また、彼らは瞬時場に対する実験的研究も行っている²⁾ が、本研究の結果は瞬時的にも彼らの結果と良く一致している(図省略)。これらの結果は、対数領域の上限に見る大規模構造は、外層の大規模構造とは違い、平行平板間乱流と乱流境界層で非常に類似したものであることを示唆しているものと考えられる。

本研究の計算は、宇宙航空研究開発機構の数値シミュレータⅢを用いて行った。

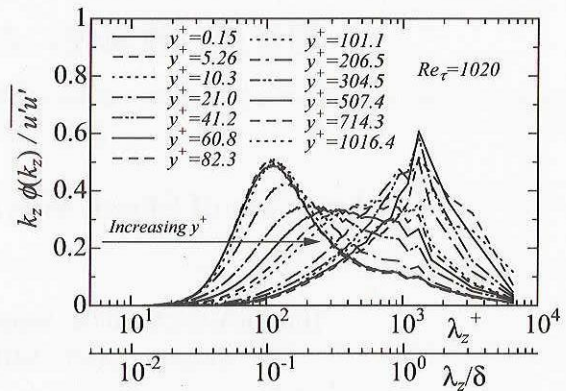


Fig. 3 Spanwise pre-multiplied spectra at $Re_\tau=1020$.

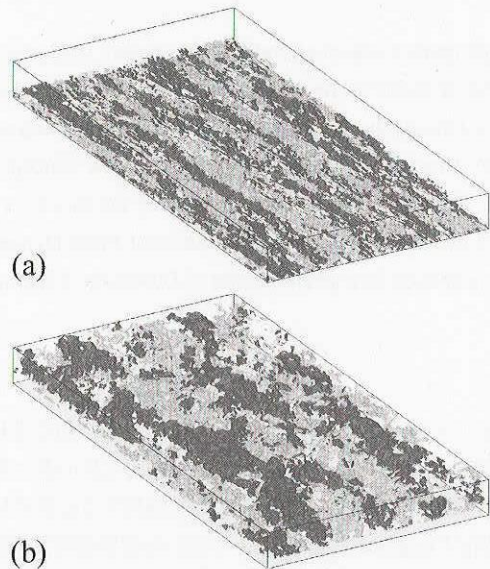


Fig. 4 Iso-surfaces of instantaneous u' normalized by their own rms value at each y^+ for $Re_\tau=1020$: (a) $y/\delta=0 \sim 0.2$; (b) $y/\delta=0.2 \sim 1.0$. Light-gray, $u'/u'_{rms} > 1.5$; dark-gray, $u'/u'_{rms} < -1.5$. The boxes visualized here are $12.8\delta \times \delta \times 6.4\delta$ in x , y and z directions, respectively. The direction of the flow is from top-left to bottom-right.

謝辞

京都大学の藤定義先生には、大規模構造の階層性について貴重な議論をさせて頂いた。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) H. Nakagawa & I. Nezu: J. Fluid Mech. **104** (1981) 1.
- 2) C. D. Tomkins & R. J. Adrian: J. Fluid Mech. **490** (2003) 37.
- 3) J. C. del Álamo & J. Jiménez: Phys. Fluids **15** (2003) L41.
- 4) H. Abe, H. Kawamura & H. Choi: Trans. ASME J. Fluids Eng. **126** (2004) 835.
- 5) 岩本, 鈴木, 笠木: 日本流体力学会 2003 講演論文集 (2003) 46.
- 6) 阿部, 松尾, 河村: 日本流体力学会 2004 講演論文集 (2004) 398.
- 7) S. Hoyas & J. Jiménez: Phys. Fluids **18** (2006) 011702.
- 8) T. Wei & W. W. Willmarth: J. Fluid Mech. **204** (1989) 57.
- 9) H. Abe, H. Kawamura & Y. Matsuo: Trans. ASME J. Fluids Eng. **123** (2001) 382.
- 10) H. Abe, H. Kawamura & Y. Matsuo: Int. J. Heat and Fluid Flow **25** (2004) 404.
- 11) C. D. Tomkins & R. J. Adrian: J. Fluid Mech. **545** (2005) 141.

超音速二枚翼型における衝撃波の CFD 解析

山下 博, 米澤 誠仁, 後藤 悠一郎, 大林 茂, 楠瀬 一洋
東北大学流体科学研究所

CFD Analyses of Shock Wave Behavior of Busemann's Biplane

by

Hiroshi YAMASHITA, Masahito YONEZAWA, Yuichiro GOTO,
Shigeru OBAYASHI and Kazuhiro KUSUNOSE

ABSTRACT

Although many kinds of aircrafts are produced, until now, The Concorde is the only supersonic commercial transport (SST) ever built. However, it made its final flight in 2003. It is everyone's dream to be able to go anywhere faster and at the same time ensuring comfort. One of the fundamental problems preventing commercial transport from going supersonic is the creation of strong sonic boom by shock waves. Here we propose a new concept of "Biplane". This concept is practical for achieving boomless supersonic aircraft. The aim of this research is to study the shock wave behaviors of Busemann's Biplane for a wide range of Mach numbers and angle of attack, using CFD (Computational Fluid Dynamics) code in inviscid flow (Euler) mode. As the results, the CFD analyses capture a choked flow phenomenon of Busemann's Biplane.

1. 緒言

2003年にコンコルドが就航を終えた現在、大型の超音速旅客機は未だ実現していない。より速くより快適な飛行は皆の夢であるとともに、航空機開発においても新しい市場を開拓する必要があり、市場を差別化する意味からも高速化、すなわち超音速旅客機開発の意義は大きい。

超音速旅客機を実現させるための最大の課題は強い衝撃波の発生に伴う騒音である。そこで我々は複葉翼のコンセプトを用い、超音速飛行時に発生する衝撃波を翼間で相殺し、造波抵抗を低減させることで地上への騒音を抑えた翼型設計に取り組んでいる[1]。また実飛行を見据えた場合、亜音速から超音速まで適応できる翼型を開発する必要がある。

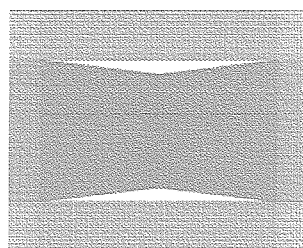
Busemann's Biplane [2] は設計点付近では衝撃波をほぼ相殺できることが知られているが、設計点以外での特性はまだ知られていない。そこで本研究では、まずコンセプトの基本形状となる Busemann's Biplane の Mach 数変化による衝撃波の影響を Euler 計算 (非粘性) により CFD 解析を行った。この結果からチョーク現象の詳細を解明する。次に Mach 数一定のもとに迎え角を変化させ、Busemann's Biplane の翼としての空力特性を確認する。

2. 計算手法

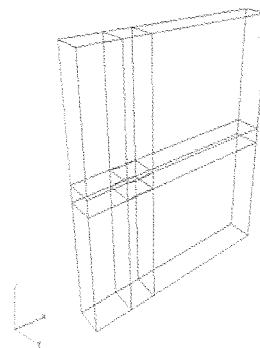
CFD 解析は Multiblock 法により格子作成し、独立行政法人 宇宙航空研究開発機構 (JAXA) が開発した UPACS [3] を用いて 2 次元 Euler 計算を行った。UPACS コードを用いた CFD 解析の信頼性は参考文献 [4] で示されているためここでは割愛する。Fig. 1 (a) に Busemann's Biplane 近傍の計算格子、Fig. 1 (b) に 9 ブロックから構成される計算領域を示す。Busemann's Biplane の翼間距離はコード長 1.0 に対し 0.5 とし、また翼の最大厚さは 0.05 とした。翼間格

子点数は 126×251 である。2 次元平面の全格子点数は約 22 万点である。

今回用いた形状は $M=1.7$ で定常飛行することを想定しており、従って本研究ではまず Mach 数を 1.58 から 1.9 まで変化させ計算を行った。次に Mach 数を 1.7 に固定し、迎え角を $\alpha=0.0$ から 4.5 まで変化させ計算を行った。



(a) 近傍の 2 次元計算格子



(b) 分割された計算領域

Fig. 1 Busemann's Biplane の計算格子

3. 結果と考察

CFD 解析結果により得られた $M=1.7$ から $M=1.62$ までの Mach 数変化に対する C_p 分布を Fig. 2 に示す。Fig. 3 は $M=1.68$ から $M=1.62$ までの計算結果を用い、亜音速領域の変化のみを示した Mach 数分布である。Fig. 4 は流れがチョークしている際の流れ場の様子を示しており、これを用いてチョーク現象をより詳細に考察していく。Fig. 5 は Mach 数に対する C_d 値であり、その値を Fig. 5 (a) に示し、Fig. 5 (b) にグラフで示す。

また Busemann's Biplane の基本的な翼性能を調べるため迎え角を変化させて CFD 計算を行った。結果から得られた迎え角 $\alpha=0.0 \sim 4.5$ までの C_p 分布を Fig. 6 に示す。Fig. 7 は Busemann's Biplane の空力特性を示しており、迎え角に対する空力値を Fig. 7 (a)、

Busemann's Biplane の空力特性線図を Fig. 7 (b)~(c) に示す。

3.1 Busemann's Biplane のチョーク現象

Fig. 2 (a) から $M=1.7$ では翼先端で発生する強い衝撃波が翼間で互いに相殺されているが、Fig. 2 (e) $M=1.62$ では翼前方に強い bow shock が現れ、衝撃波後流の亜音速流れがチョークしていることが確認できる。これは $M=1.7$ から Mach 数を下げていくと翼先端で発生する衝撃波が翼間で反射し、 $M<1.0$ 以下の亜音速領域が生成されることによると考えられる。これにより最大厚み部分において流れがチョークし、亜音速領域が翼間の上流へと伝播して外側へと押し出された際に強い bow shock が形成されるわけである。

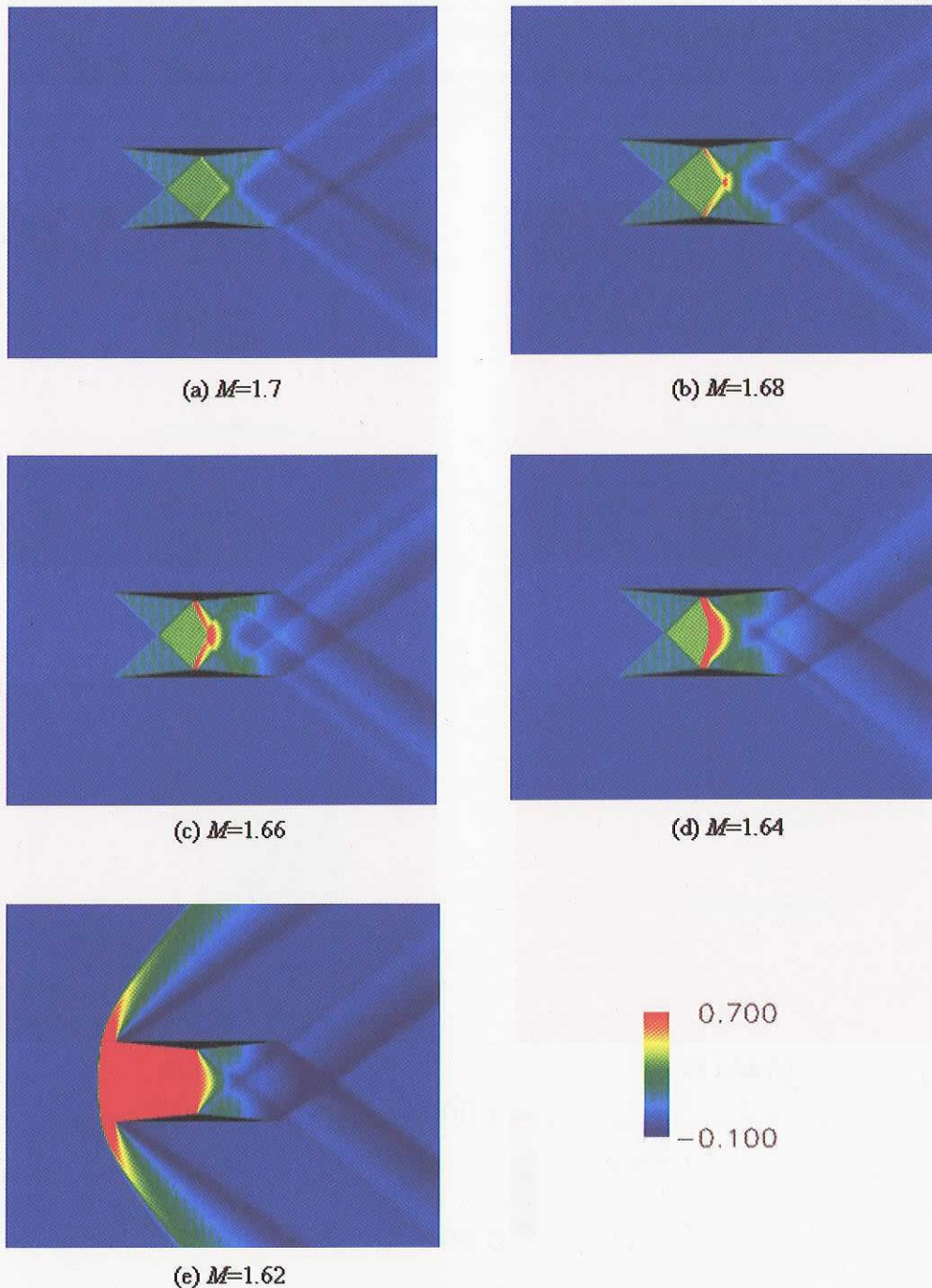


Fig. 2 Mach 数変化に対する C_p 分布

Fig. 3 から Mach 数を設計値から下げていく場合に、亜音速領域が生成される様子が確認できる。Fig. 3 (b) から二枚翼間の衝撃波は互いに反射することで、頂点付近及び二枚翼間の中心から亜音速領域が生成し始めることが確認できる。この場合亜音速領域は互いに局所的な領域として存在しており、流れはチョークしていない。Mach 数がさらに下がると Fig. 3 (c) のように亜音速領域は拡大し、ひとつの領域へと成長すると Fig. 3 (d) のように流れがチョークすることになる。

一方、強い bow shock が形成している状態から、Mach 数を設計 Mach 数 ($M=1.7$) へと上げていく場合を考えると、チョーク現象をより詳細に理解できる。Mach 数が設計値より小さく、bow shock が形成されている状態では Fig. 4 (a) のように二枚の翼間でチョークが起こる。そのため bow shock を通過した流れは亜音速流れとなる。これは Fig. 3 (d) から確認できる。そして bow shock を通過した亜音速流れは流路を拡大しながら流れ、二枚翼の前縁でどみ点をとることになる。また翼の外側へ流れが流出することにより、翼前縁から

強い膨張波が発生する。この様子は Fig. 2 (e) から確認できる。

Mach 数が徐々に増加し設計 Mach 数へと近づくにつれ、Fig. 4 (b) のように bow shock は翼前縁へと近づく。また翼の外側への流出が減少することで外側に発生していた膨張波も弱められる。これは本来設計 Mach 数における Busemann's Biplane は、外側への流出が無いからである。

Mach 数が設計値 ($M=1.7$) になると、Fig. 4 (c) のように前方に形成されていた bow shock が翼前縁に付着し、翼の外側への流出はなくなる。従って二枚翼外部では bow shock は流れのふれ角が 0 まで減少するため Mach 線へ退化し、同時に膨張波は外側への流出が無くなるため発生しなくなる。また二枚翼内部への流れは、くさび角 θ が十分に小さいため斜め衝撃波が形成される。これより設計 Mach 数では二枚の翼間で、頂点から出る膨張波が反対側の翼前縁から出る衝撃波を相殺し、造波抵抗を大幅に低減できるというわけである。参考のため Fig. 4 (d) に bow shock 発生時 ($M=1.62$) と設計値 ($M=1.7$) の各 Mach 数における翼面上の C_p 分布を示す。

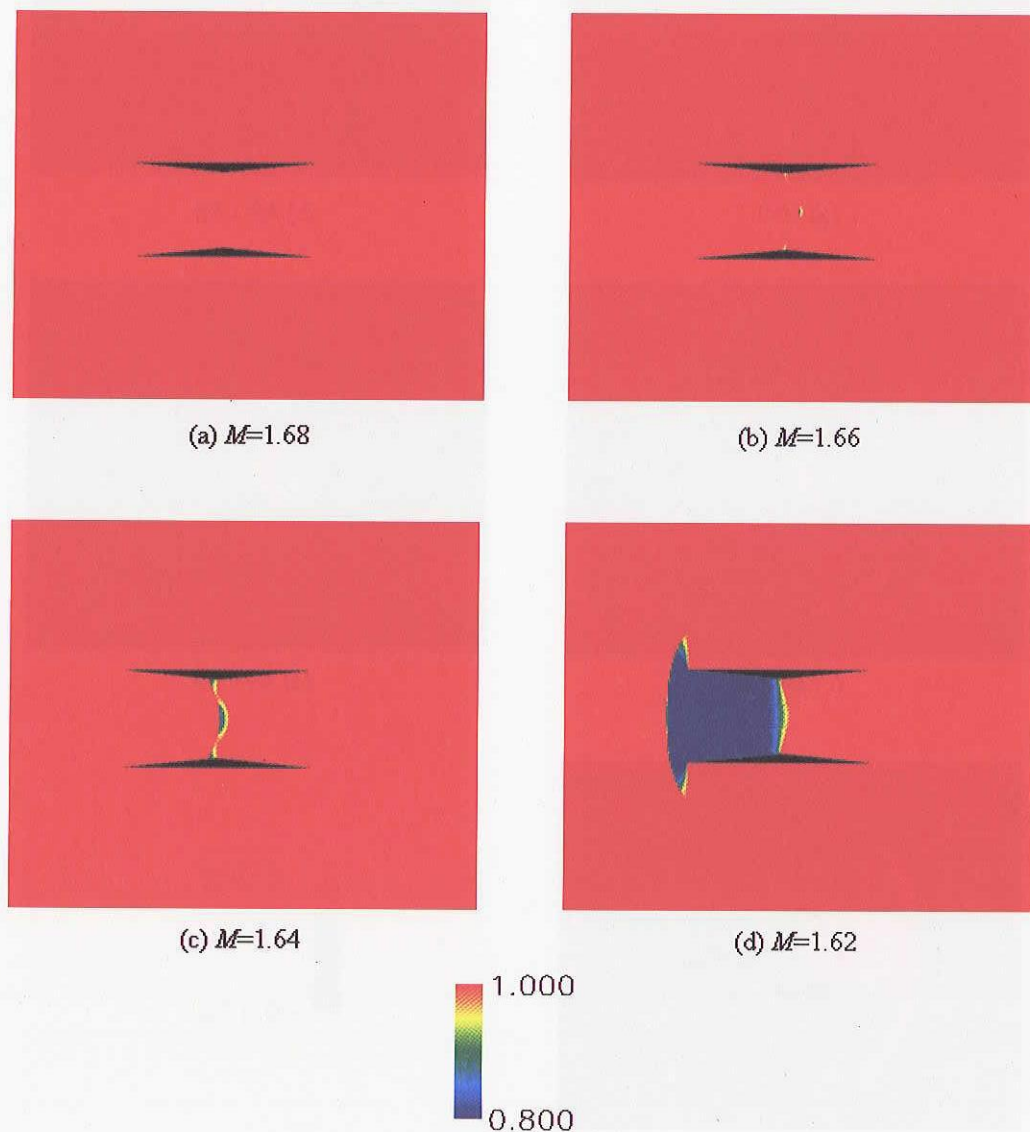


Fig. 3 Mach 数分布 (Busemann's Biplane の亜音速領域)

Fig. 5 (a) はチョーク現象を含む $M=1.58$ から $M=1.9$ までの Cd 値を示しており、Fig. 5 (b) はそれをグラフに示したものである。 Cd 値は $M=1.7$ では 0.0022 であるのに対して、 $M=1.62$ では 0.0943 となっており、チョーク現象により抵抗が約 43 倍増加することがわかる。しかし設計 Mach 数 ($M=1.7$) 付近では抵抗が小さく、地上への騒音を抑えることができる大きなメリットがある。Busemann's Biplane のメリットは設計 Mach 数近辺のみではないかと考えられていたが、Mach

数が設計値と異なる場合でも、幅広い Mach 数 (特に設計 Mach 数より大きな Mach 数領域) で造波抵抗を低減できるメリットが活かせることがわかった (Mach 数約 2.7 を超えると衝撃波の干渉が無くなり、Diamond 翼と同じ抵抗をとる)。従ってこのチョーク現象を回避する翼型を設計することができれば、新型のブームレス超音速旅客機が現実のものとなる可能性が非常に高いと言える。

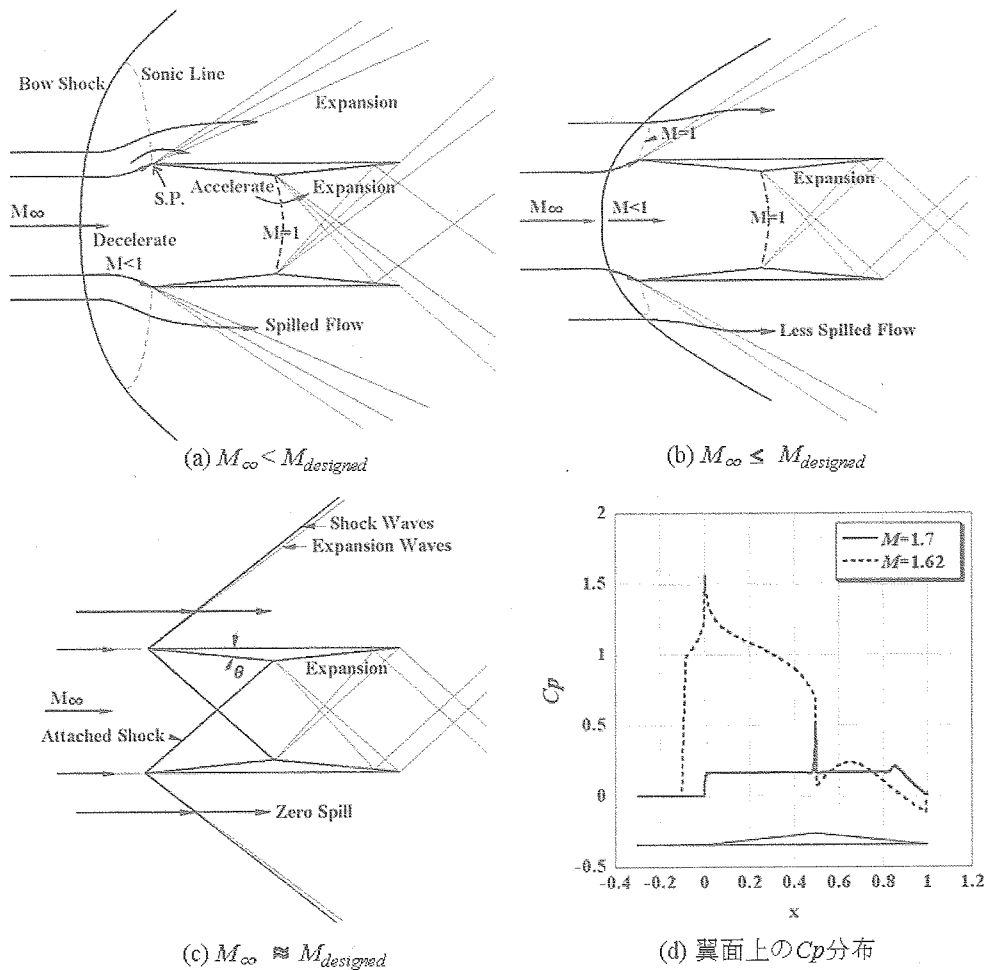


Fig. 4 各 Mach 数における流れ場の様子

Mach 数	Cd
1.58	0.0948
1.60	0.0945
1.62	0.0943
1.64	0.0050
1.66	0.0037
1.68	0.0028
1.70	0.0022
1.72	0.0021
1.74	0.0024
1.76	0.0028
1.78	0.0032
1.80	0.0036
1.90	0.0058

(a)

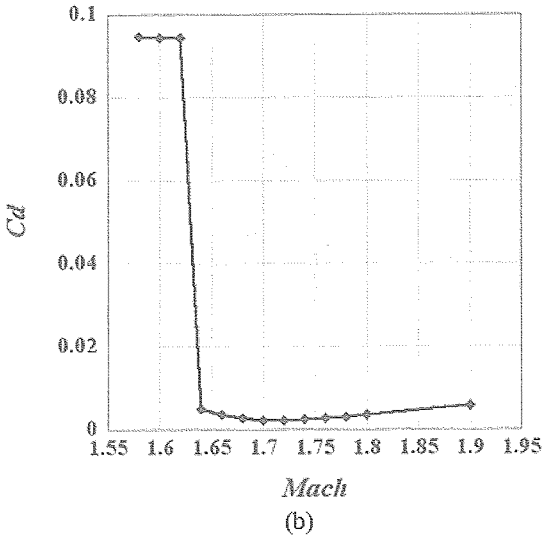


Fig. 5 Mach 数変化に対する Cd 値

3.2 Busemann's Biplane の空力特性

CFD 解析結果により得られた $\alpha=0.0$ から $\alpha=4.5$ までの迎え角変化に対する C_p 分布を Fig. 6 に示す。Fig. 7 (a) は迎え角に対する Cl 、 Cd 値を示しており、Fig. 7 (b)~(e) に Busemann's Biplane の空力特性線図を示す。今回は全て Mach 数を 1.7 に固定して計算を行った。

Fig. 6 から迎え角が大きくなるにつれて二枚翼上面の圧力が減少し、揚力が発生している様子が確認できる。二枚翼の内部流れをみると、下翼の頂点付近に斜め衝撃波の反射による圧力ピークが形成されていることがわかる。これは迎え角が増加していくことで、流れから見た二枚翼の前縁部分におけるくさび角 θ が上翼と下翼で変化するからである。すなわち上翼ではくさび角 θ が迎え角 α 分だけ増加するため、上翼の前縁から発生する斜め衝撃波はより強くなり、衝撃波の傾きの角は増加する。そしてその衝撃波が α

$=0.0$ の場合に比べて、下面の頂点より手前付近で反射するため圧力ピークが形成されるわけである。一方、下翼ではくさび角 θ が迎え角 α 分だけ減少することで下翼の前縁から発生する斜め衝撃波は弱まることになる。

Fig. 7 に示す Busemann's Biplane の空力特性線図は、それぞれ (b) 揚力曲線、(c) 抗力曲線、(d) Polar Curve、(e) 揚抗比曲線である。Fig. 7 (b) から揚力係数 Cl は迎え角に比例して直線的に増加し、迎え角が 0 度で揚力係数が 0 となる。Fig. 7 (c) は抗力係数 Cd の迎え角による変化であるが、曲線はほぼ放物線となり迎え角が 0 で抗力係数は最小値をとることがわかる。Fig. 7 (d) は横軸に抗力係数、縦軸に揚力係数をとり表したもので、曲線に沿って記入されている数字は、その点で示される抗力係数及び揚力係数を与える迎え角である。Fig. 7 (e) は L/D の揚力係数に対する変化を表しており、揚力係数が 0.08 付近で最大値をとりながら揚力係数の増加とともに値は減少していくことが確認できる。

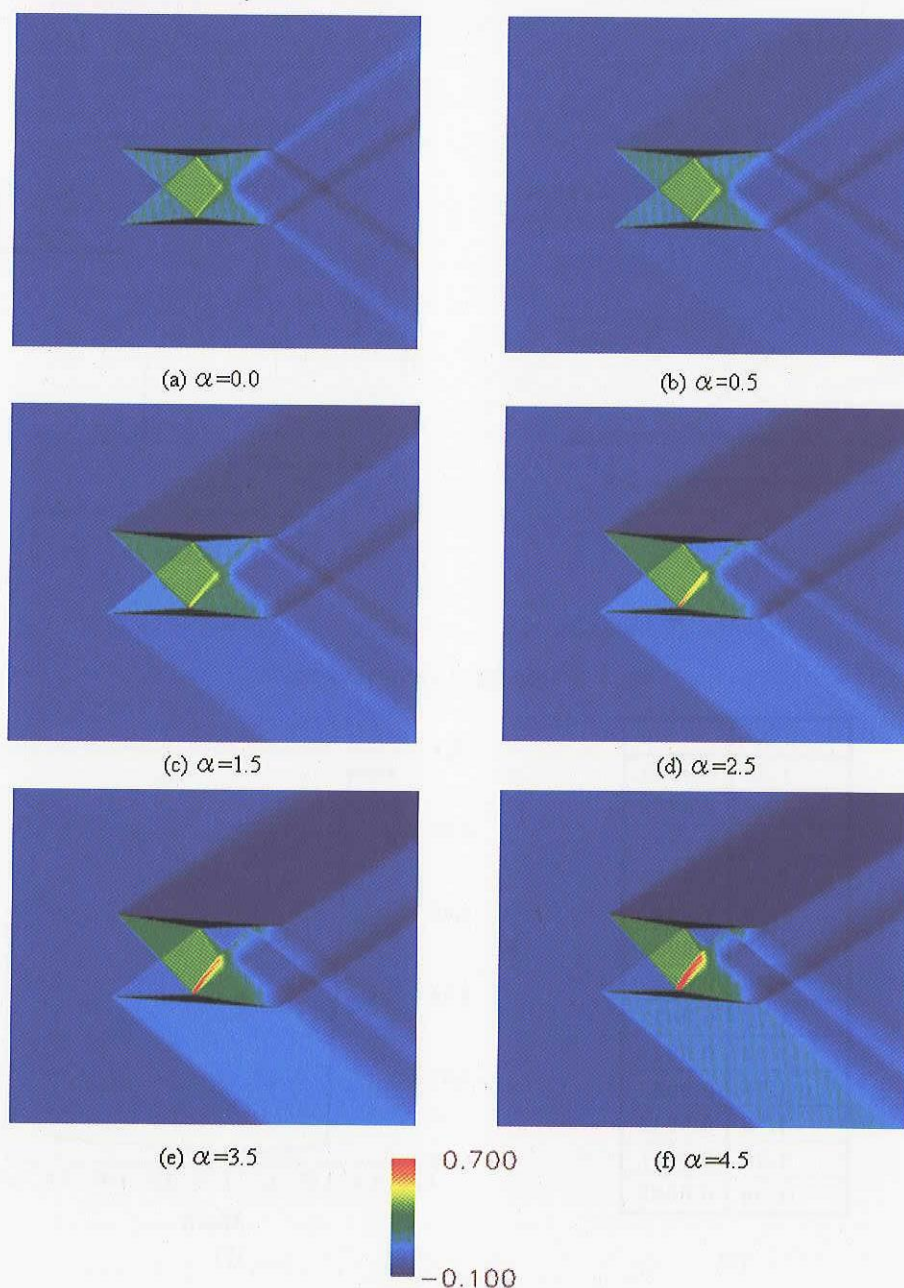


Fig.6 迎え角変化に対する C_p 分布

Alpha	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
Cl	0.0000	0.0290	0.0580	0.0872	0.1178	0.1467	0.1766	0.2076	0.2391	0.2713
Cd	0.0022	0.0025	0.0033	0.0047	0.0068	0.0092	0.0123	0.0161	0.0206	0.0257

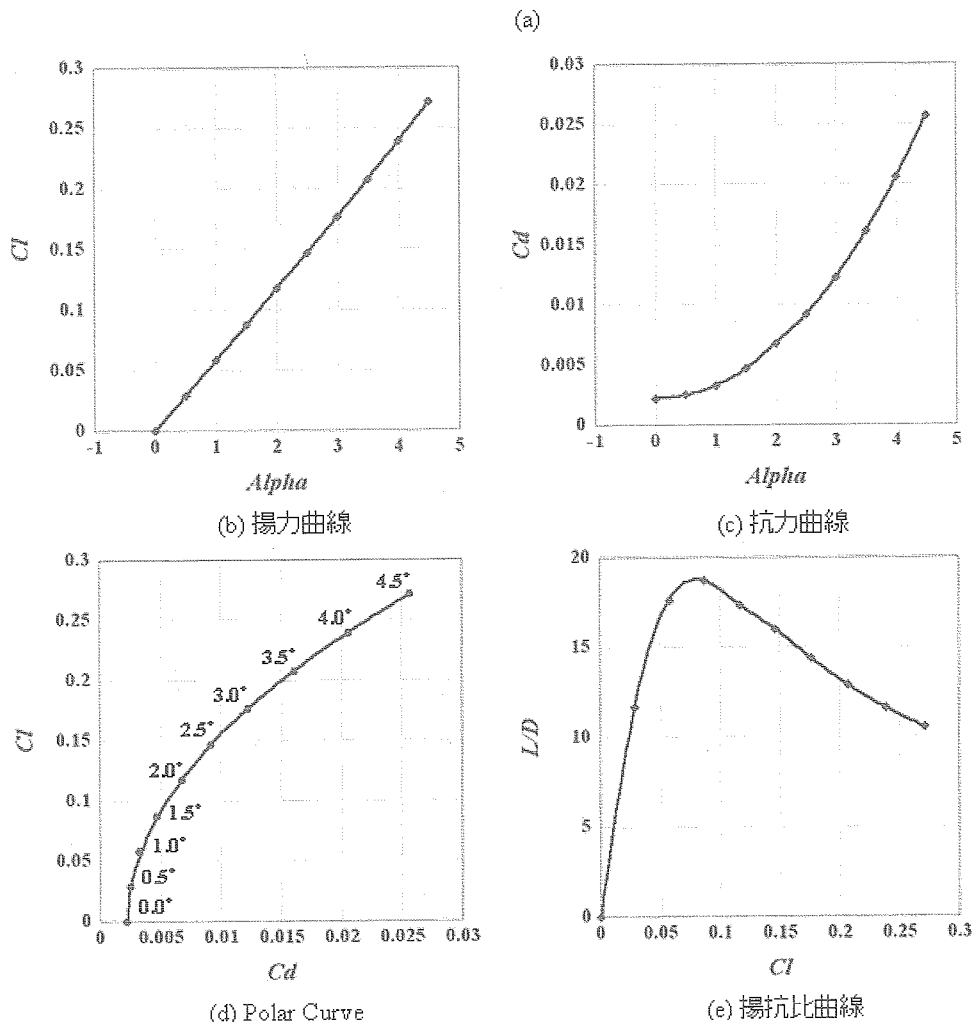


Fig. 7 Busemann's Biplane の空力特性

4. 結言

本研究では二枚翼を用い騒音を抑えた超音速旅客機を実現すべく、Busemann's Biplane について衝撃波の CFD を用いた 2 次元解析を行った。これにより Busemann's Biplane のチョーク現象を詳細に解析することができた。また結果から Busemann's Biplane は設計 Mach 数より小さい Mach 数ではチョーク現象を起こすが、同時に設計 Mach 数を含む幅広い領域で衝撃波を相殺し、造波抵抗を低減させることがわかった。

また迎え角を変化させ CFD 解析を行うことで Busemann's Biplane の各空力特性線図を求めた。これにより Busemann's Biplane の設計点以外での翼性能を把握することができた。今後は今回の結果を踏まえ、実機の実現を目標とした十分な揚力を持つ二枚翼の研究 [5] と合わせて、チョーク現象を回避し様々な Mach 数に適應できる二枚翼型を設計していく。

参考文献

- [1] 楠瀬一洋, “衝撃波の出ない超音速機の研究”, 平成 16 年度「サイレント超音速飛行実現のための実験・計算融合研究」・「レーザー駆動管内加速装置: 基礎物理の解明と実用展開」合同シンポジウム発表論文集, 2005 年 1 月.
- [2] Liepmann, H. W., Roshko, A., Elements of Gasdynamics, John Wiley & Sons, Inc., pp.115 – 118, 1957.
- [3] Japan Aerospace eXploration Agency, Introduction to UPACS, <http://www.ista.jaxa.jp/res/c02/upacs/index.html>
- [4] Yamashita, H., Yonezawa, M., Goto, Y., Obayashi, S. and Kusunose, K., “Basic Research toward Realizing Boomless Supersonic Aircraft”, Proceedings of 16th Institute of Fluid Science Meeting, Tohoku University, Sendai, Japan, December, 2004.
- [5] Maruyama, D., Matsushima, K., Nakahashi, K. and Kusunose, K., “Aerodynamic Design of Low Boom and Low Drag Supersonic Biplane”, JSFM Annual Meeting 2005, AMO05-23-012, Tokyo, Japan, September, 2005.

衝撃波の干渉を利用した低ブーム・低抵抗超音速機の空力設計

丸山 大悟, 中野 智晴, 松島 紀佐, 中橋 和博
東北大学工学研究科航空宇宙工学専攻

Aerodynamic Design of Low Boom and Low Drag Supersonic Transport Using Favorable Shock Wave Interference

by

Daigo MARUYAMA, Tomoharu NAKANO, Kisa MATSUSHIMA, and Kazuhiro NAKAHASHI
Dept. Aerospace Engineering, Tohoku University

ABSTRACT

In supersonic flight, airplanes cause strong sonic booms and wave drags resulted from shock waves. Kusunose has proposed a new concept for supersonic transport, whose sonic booms and wave drag can be significantly reduced, using a Busemann's Biplane concept. Motivated by the concept, aerodynamic design of biplane configuration in supersonic flight is discussed based on Computational Fluid Dynamics (CFD). In order to focus on the shock wave characteristics around biplane configuration, inviscid flow (Euler) analyses are performed, which is particularly suitable for wave drag analyses. The purpose of this paper is to demonstrate new biplane configurations based on Busemann's Biplane. The aerodynamic design is performed using an iterative inverse design method that has been recently implemented. First, we analyzed a characteristic of Busemann's Biplane as a baseline model. At the result of analyses on CFD, we confirmed much reduction of wave drag compared to Diamond Airfoil which had the same volume of the baseline model, Busemann's Biplane. Next, we tried to design biplane configurations by using the inverse design method. This is the method that geometries are determined by given target pressure distributions. We expect that the inverse design method may prove to be a highly appropriate tool in finding a biplane configuration to achieve minimum wave drag under a given lift condition. Finally by the use of the inverse design method an improved airfoil shape for the biplane has been obtained.

1. 緒言

超音速旅客機として、コンコルド機 (乗客数 100 人) が 1969 年にマッハ 2.0 の飛行に成功したが、強い衝撃波発生に起因する騒音問題 (ソニックブーム) および消費燃料効率の悪さにより、2003 年に就航は終了した。次世代の大型旅客機の超音速実現のためには低騒音性と燃料効率の良さが求められる。ソニックブームの原因は機体から生じる圧力波 (圧縮波) がその伝搬速度の非線形性のため 1 箇所に集中して地上に届く事にあり、造波抵抗とは超音速飛行時に発生する衝撃波に起因する抵抗である。つまり、将来の超音速飛行においては低ブーム且つ低抵抗の航空機開発が必要条件である。1935 年に示された Busemann's Biplane¹⁾はこの 2 つの条件を満たす (ただし無揚力状態に於いてではあるが) 画期的な複葉翼型である。最近、Busemann's Biplane を発展させ、低ブーム・低抵抗の条件を満たし、かつ必要とする揚力を有する翼型を用いた実用的な超音速複葉機を実現させようとする研究プロジェクトが、東北大学の楠瀬 (Kusunose) 博士を中心に始まっている^{2,3)}。この 50 年間に進歩した計算機や数値計算技術を用いて、超音速複葉翼の考えを発展させ、Busemann's Biplane に揚力を持たせた実用的な形状モデルを提案しようというのがこのプロジェクトの目的である。

本研究ではこのプロジェクトの一環として、基本形状の Busemann's Biplane の解析を行うとともに、数値流体力学 (CFD) を用いて必要な揚力を持つ複葉翼の断面形状設計を行う。設計については、計算コストの面で効率的な逆問題設計システムについて述べ、現実的な低ブーム複葉翼設計の第一歩としての数値流体力学 (CFD) と逆問題解法による複葉翼型形状設計例を述べる。流体解析においては、ソニックブームの原因となる複葉翼周りの衝撃波の特性に焦点を合わせるために、非粘性解析 (Euler シミュレーション) を行っている (造波抵抗成分の評価が行い易い)。

2. Busemann's Biplane コンセプト

Busemann は Diamond Airfoil をコード長方向に切って、衝撃波の立つ面を向かい合わせる事により (Busemann's Biplane)、衝撃波を完全に相殺できる事 (薄翼理論に基づく) を示した (Fig. 1)。外部へもれる衝撃波をなくすることができるため、地面に到達するソニックブームをゼロにすることができる。また、翼の厚みによる造波抵抗は翼間の衝撃波、膨張波の相互干渉を利用することで著しく低減される。ただし、揚力はゼロである

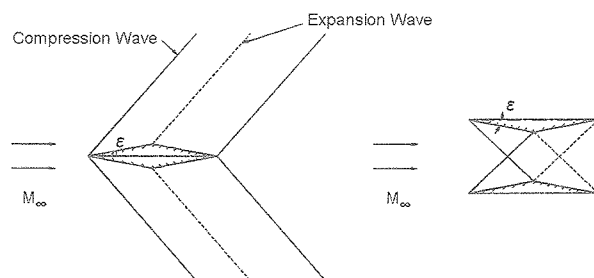


Fig. 1 Effect of Shock Wave Interference at biplane

3. Busemann's Biplane の CFD 解析概要

3. 1. 解析方法

基本解析として Busemann's Biplane コンセプトの立証のために、Fig.2 に示す Busemann's Biplane 形状周りの流れの非粘性計算 (Euler シミュレーション) を行った。 θ は形状の楔頂点角、 β は前縁から生じる衝撃波の衝撃波角であり、次の式(1),(2)の斜め衝撃波の関係式によって関係付けられる¹⁾。

$$\tan \theta = 2 \cot \beta \frac{M_\infty^2 \sin^2 \beta - 1}{M_\infty^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \quad (1)$$

$$M_1 = \frac{1}{\sin(\beta - \theta)} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \sin^2 \beta}{\gamma M_\infty^2 \sin^2 \beta - \frac{\gamma-1}{2}}} \quad (2)$$

ここで M_∞ は一様流マッハ数, γ は比熱比で 1.4 である. M_1 は衝撃波後のマッハ数である. 式(1)により, 上翼の前縁から発生する衝撃波が下翼の半楔頂点にあたるように基本形状を設定している. 翼は将来的な設計を考慮して, 半スパン長を 3.0 とした 3 次元形状を用い, 対称面ではマッハコーンの影響を受けない十分なスパン長をとってシミュレーションを行った. 流れのマッハ数 M_∞ は 1.7 である. 解析は東北大学の非構造格子 TAS (Tohoku Aerodynamic Simulation) Grid Code, 流れの解析として TAS Flow Code を用いた⁴⁾⁵⁾. Fig.2 の Busemann's Biplane の初期解析では格子点数約 53 万点, 138 万点の 2 種類の格子で解析を行い, 4 章で述べる逆問題設計で用いた格子は 53 万点の格子を用いている. Fig.3 に, 約 53 万点の格子での半スパン方向対称断面の格子の可視化図を示す. 格子点数 138 万点の格子は Fig.3 に示す格子点数 53 万点の格子において, 物体近傍での格子密度をさらに細かくした格子である.

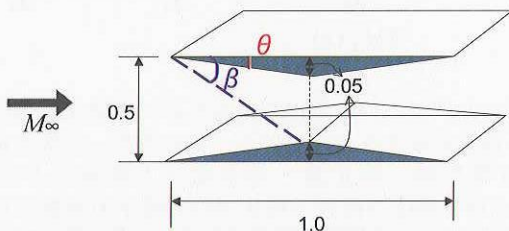


Fig. 2 Busemann's Biplane baseline shape at $M_\infty=1.7$

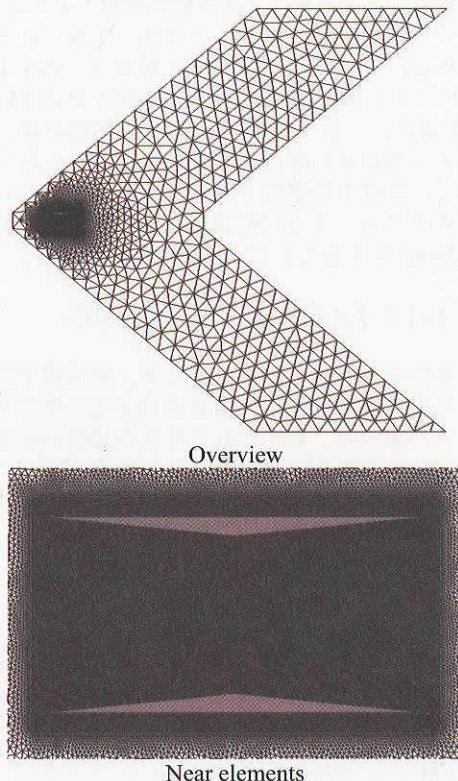


Fig. 3 Mesh Visualization of Busemann's Biplane baseline shape at $M_\infty=1.7$

3. 2. 解析結果

無揚力状況での造波抵抗の比較のため, Fig.4 に示す同体積の Diamond Airfoil が超音速飛行した場合の解析結果を示す. Diamond Airfoil も Fig.2 に示す Busemann's Biplane 同様 3 次元形状であり, 半スパン長は同様に 3.0 である. 半スパン方向対称断面での翼型周りの圧力状況を Fig.5 に示す. この断面での造波抵抗の値は $Cd=0.0289$ である. 超音速薄翼理論では, Diamond Airfoil の造波抵抗は

$$C_d = \frac{4}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left(\frac{t}{c} \right)^2 \quad (3)$$

で表され¹⁾, その造波抵抗の値は $Cd=0.0291$ であり, TAS Code の信頼性も証明できている.

Fig.2 の複葉翼において, 格子点数 138 万点での解析結果を示す. マッハ 1.7 で飛行した場合の空間の圧力分布が Fig.6 に描かれている. Fig.5, Fig.6 より, 複葉にした事で, 圧縮波と膨張波が望ましく干渉し複葉外部への圧力波の影響が押さえられている事がわかる. 複葉翼半スパン方向対称断面の表面圧力係数 (C_p) 分布が Fig.7 に描かれている. 便宜上, 上翼のみの C_p 分布を示して, 赤線が CFD による解析結果, 青線が Busemann's Biplane 理論 (線形理論) による分布である. 上下の翼は鏡面対称であるので C_p 分布は上下面が逆転するが下翼は上翼と同型となる. 線形理論と Euler 解析の違いとして, 式(1), (2)によって表される Fig.8 の概略図に示すように, 複葉の内部においては, 前縁で発生した衝撃波がもう一方の翼に衝突するため半楔翼中心付近で圧力ピークが認められる. これは数値計算上の誤差もあるが, 衝撃波が互いに干渉し屈折するため, Fig.2 の形状では圧力ピークが生じてしまう. また, 後縁付近ではその反射衝撃波による微小な圧力増大と, 半楔翼頂点から生じた膨張波の非線形的な広がりによる, 圧力勾配が生じている.

Fig.2 に示す迎角 0, つまり無揚力の状態での半スパン方向対称断面での Cd はそれぞれの格子で, $Cd=0.00218$ (格子点数 53 万点), $Cd=0.00221$ (Diamond Airfoil) となる. これは同じ体積をもつ Diamond Airfoil と比べて約 7.5% にまで造波抵抗が低減できていることになる. しかしながら, 完全に造波抵抗をなくすることができない. これは主として翼間内の衝撃波によるエントロピー生成の抵抗であり, また一部は後縁付近での圧力勾配によるものと考えられる. Fig.5 に示すように青線で示した線形理論の圧力分布では半楔翼頂点の前方, 後方で均一な圧力分布を実現しているため, 翼に生じる抵抗は限りなくゼロとなる. しかし, CFD 解析による結果では, 後方の圧力が小さいため, 結果として抵抗として表れることになる.

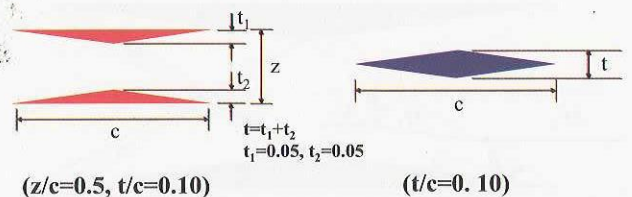


Fig. 4 Baseline models at zero lift conditions ($M_\infty=1.7$)

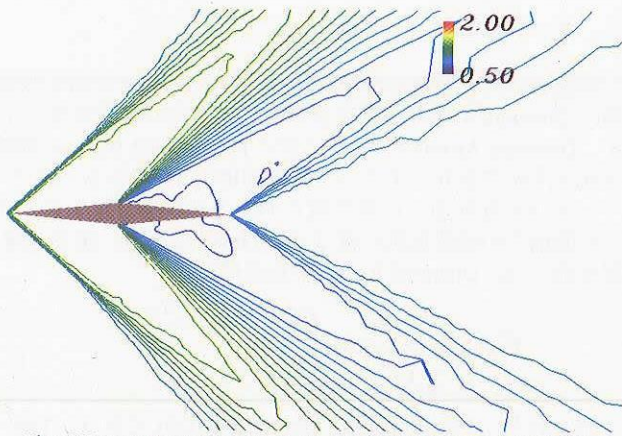
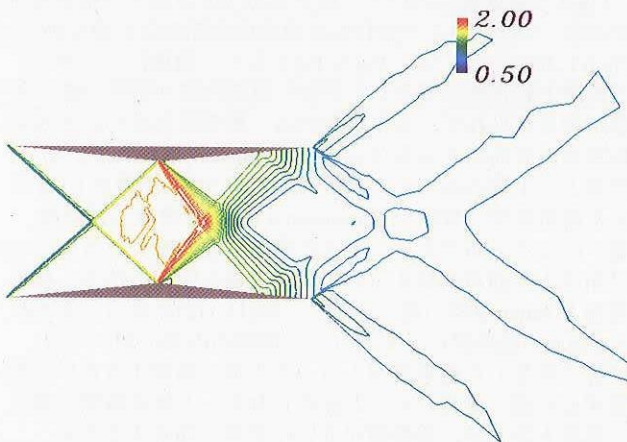
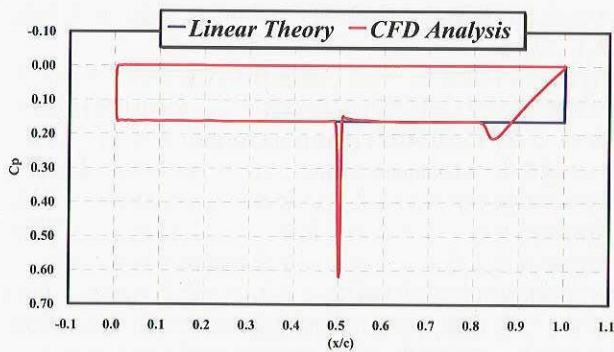
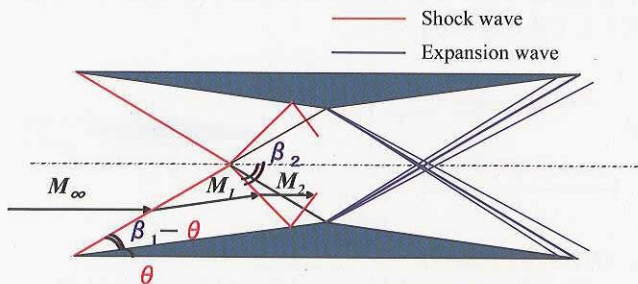
Fig. 5 Pressure contour map at $M_\infty=1.7$ (Diamond Airfoil)Fig. 6 Pressure contour map at $M_\infty=1.7$ (Busemann's Biplane)Fig. 7 C_p distributions of Busemann's Biplane at $M_\infty=1.7$ 

Fig. 8 Simple diagram for shock wave interaction

4. 設計手法

4. 1. 逆問題設計法

逆問題設計法とは、与えられた圧力分布を満足する形状を決定する手法であり、斜め衝撃波の関係式¹⁾において Busemann の圧力 2 次近似理論により表される⁶⁾⁷⁾。これは超音速流中の 2 次元翼型を前提とした近似式であり、形状変化と圧力分布の関係式が次のように与えられる。

$$C_p = c_1 \theta + c_2 \theta^2 \quad (4)$$

$$c_1 = \frac{2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}, \quad c_2 = \frac{(M_\infty^2 - 2)^2 + \gamma M_\infty^4}{2(M_\infty^2 - 1)^2}$$

ここで、 $\theta = df/dx - \alpha$ であり f , α は Fig.9 に示すようにそれぞれ、2 次元翼形状の位置関数、流れに対する迎角を表す。式(4)を微小擾乱の形で表現すると、以下の式(5), (6)のように表される。

$$\Delta C_{p+} = c_1 \left(\frac{d\Delta f_+(x)}{dx} \right) + 2c_2 \left(\frac{df_+(x)}{dx} - \alpha \right) \left(\frac{d\Delta f_+(x)}{dx} \right) + c_2 \left(\frac{d\Delta f_+(x)}{dx} \right)^2 \quad (5)$$

$$\Delta C_{p-} = -c_1 \left(\frac{d\Delta f_-(x)}{dx} \right) + 2c_2 \left(\frac{df_-(x)}{dx} - \alpha \right) \left(\frac{d\Delta f_-(x)}{dx} \right) + c_2 \left(\frac{d\Delta f_-(x)}{dx} \right)^2 \quad (6)$$

設計において広い応用性を得るため、残差修正法と総称される逐次近似法を行っている。そのため、形状決定の基礎式は変化量（修正量・差分量）の関係式となる。 $\Delta C_p(x)$ が目標圧力係数－現状での実現圧力係数である。翼型は $(x, f(x))$ の座標で表現される。 x が主流方向となる。 α は迎角である。また、+ は上面を、- は下面を意味する。圧力を与えることで形状は 2 次方程式の根として求まる。2 つの根のうち形状設計に合うものを解とする。2 次方程式が解を持たない（判別式が負になる）場合は、式 (5), (6) において 2 次の項を無視する近似式 (Ackelet の線形理論) で $d\Delta f/dx$ を求めている。形状変化量は x 方向の微分係数で求まるため、基準点の座標を与えなければならない。本報告の設計では前縁の座標値を固定している。これらの操作により、式(7)に示すように形状変化量の積分値をもとの形状関数翼 $f(x)$ に加えることで、形状は更新される。

$$f_\pm^{update}(x) = f_\pm(x) + \int_0^x \frac{d\Delta f_\pm(\xi)}{d\xi} d\xi \quad (7)$$

翼の上下面各々で形状を修正するため、翼後縁で翼型を閉結させるために求めた f に修正を加える必要がある場合もある。この場合は、算出される形状の後縁の位置が微小な範囲で不確定となるので、設計方針に合うように後縁位置を強制設定する。本研究においては算出される複葉翼形状の内部、つまり上翼については下面、下翼については上面の形状を基準に後縁位置を修正している。

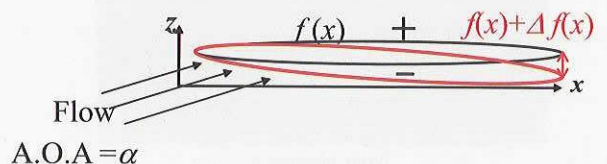


Fig. 9 Airfoil geometries based on the current and target pressure distributions.

4. 2. 相互干渉の強い設計問題への適用検証

上述の逆問題設計法では複数の要素の干渉効果を考慮しておらず、複葉における逆問題設計の適用を検証する必要がある。Fig.10 に示すように、上翼が平板の状態から、Busemann's Biplane への設計を行う。Fig.2 に示す Busemann's Biplane の CFD 解析結果によって得られた圧力分布を目標圧力分布として与え、その圧力分布を実現する形状が Busemann's Biplane に収束することを確認する。以下にその手順、Fig.11 にフローチャートを示す。

- ① Baseline 形状 (Initial Airfoil), 目標圧力分布 (Target C_p) を設定する。
- ② Baseline 形状 (Initial Airfoil) を Current 形状 (Current Airfoil) とする。
- ③ Current 形状 (Current Airfoil) の流れ解析を行い、上翼の表面圧力分布を求める。
- ④ ③で求めた圧力分布が目標圧力分布を実現しているなら設計終了。そうでない場合は上翼に対し逆問題を解き目標圧力分布と現状の圧力分布の差がゼロになる様な形状修正量を求める。
- ⑤ ④で得られた形状修正量により現在の翼形状を修正し、Current 形状 (Current Airfoil) を更新する。
- ⑥ ③に戻る。

上述の手順により、Euler シミュレーションによる流れ場解析と組み合わせて設計した結果、14 回の反復で圧力分布において真の解との RMS 相対誤差が 0.31% の問題のない精度の解を得ることが出来た。このとき得られた上翼の圧力分布、形状をそれぞれ Fig. 12, Fig.13 に示す。

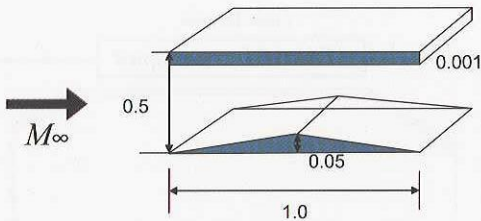


Fig. 10 Initial shape

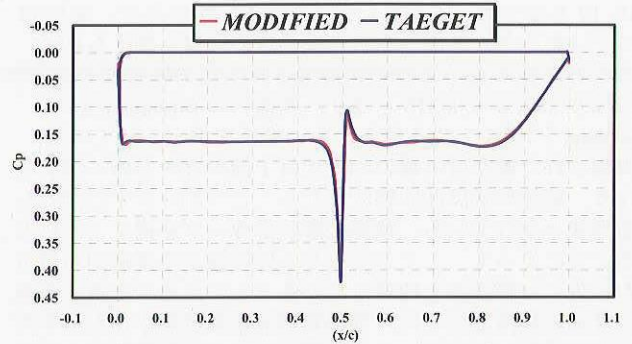
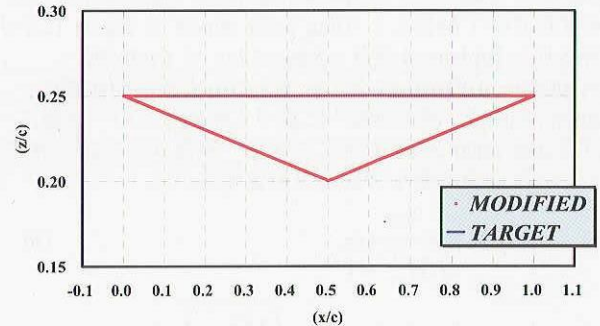
Fig. 12 C_p distributions of Upper Element

Fig. 13 Section airfoil geometry of Upper Element

4. 3. Biplane 翼断面設計

強い干渉効果がある場合における逆問題設計の有用性が示されたので、複葉の上下翼を共に設計することを試みる。以下、流れのマッハ数は 1.7, 初期形状には Fig.2 に示す Busemann's Biplane を基本形状に用い、設計者の目的に応じた圧力分布を設定し、それぞれその圧力分布を実現する形状を設計する。4. 2 節との違いは上翼のみの修正→流れのシミュレーション→下翼のみの修正→流れのシミュレーションと、上下翼交互に行うことである。以下にその手順を示す。

- ① Baseline 形状 (Initial Airfoil), 目標圧力分布 (Target C_p) を設定する。
- ② Baseline 形状 (Initial Airfoil) を Current 形状 (Current Airfoil) とする。
- ③ Current 形状 (Current Airfoil) の流れ解析を行い、上翼 (下翼) の表面圧力分布を求める。
- ④ ③で求めた圧力分布が目標圧力分布を実現しているなら設計終了。そうでない場合は、上翼 (下翼) に対し逆問題を解き、目標圧力分布と現状の圧力分布の差がゼロになる様な形状修正量を求める。
- ⑤ ④で得られた形状修正量により現在の翼形状を修正し、Current 形状 (Current Airfoil) を更新する。
- ⑥ ③に戻る。

逆問題空力設計例として、Fig.14, Fig.15 に示す目標圧力分布を設定した。上翼の後縁付近において線形理論の C_p 分布を実現することによって抵抗低減を図りつつ、揚力の増加も期待している。また、下部への衝撃波の伝播の影響が少ない上翼の圧力分布を変化させてさらに揚力を持たせた。さらに、上下翼とも半楔翼頂点付近の圧力ピークは取り除いていた。このような目標圧力分布を設定し、より空力性能の良い翼型を設計する。

初期形状、逆問題設計形状に用いた格子は約 53 万点で、上下翼とも 12 回ずつ、計 24 回逐次形状修正処理を行った結果、実現された形状、圧力分布図はそれぞれ Fig.16, 17,

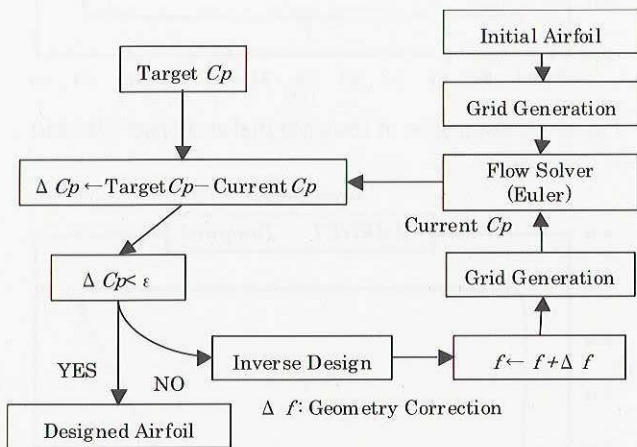


Fig. 11 Design cycle

18, 19 となった。圧力コンター図を Fig.20 に示す。定性的にはであるが、外部へもれる圧力波の伝播も抑えられていることがわかる。このとき実現された空力係数はそれぞれ、 $Cl=0.0238$, $Cd=0.00216$ となり、無揚力の Busemann's Biplane と比べて Cl を持ち、かつ抵抗を抑えられている。実現された翼型は上翼については上面が迎角を持つ形状となり、後縁形状は凹曲線状となることで流れが平行流となる形状となっている。後縁の形状がカーブを描くようになることによって、ここから生じる圧縮波が半楔翼頂点付近から生じた膨張波を相殺しているともいえる。上翼、下翼に共通の特徴としては、半楔翼頂点位置は微小ながらやや前方に移動しており、この位置で生じる反射衝撃波と膨張波の大部分を相殺する形状となっている。この設計された Biplane と、Busemann's Biplane において、流れに対して迎角を変化させて解析した Drag polar curves を Fig.21 に示す。設計された Biplane は迎角 1.5deg において $Cl=0.109$, $Cd=0.00536$, $L/D=20.37$ を示している。また、同体積の Diamond Airfoil, 薄翼理論¹⁾に基づく体積ゼロの一枚翼における drag polar curve も示してある。理論式を式(8), (9)に示し, α は迎角で微小であると仮定する。

$$C_l = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \quad (8)$$

$$C_d = \frac{4\alpha^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} = \frac{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}{4} C_l^2 \quad (9)$$

一枚翼の drag polar curve は理論上揚力に起因する造波抵抗の最小値を示す。Designed Biplane は Busemann's Biplane と比べてどの Cl に対してもより小さい抵抗を実現しているとともに, $Cl=0.1$ 以上では一枚翼の抵抗値に漸近し, 高い空力性能を示していることがわかる。

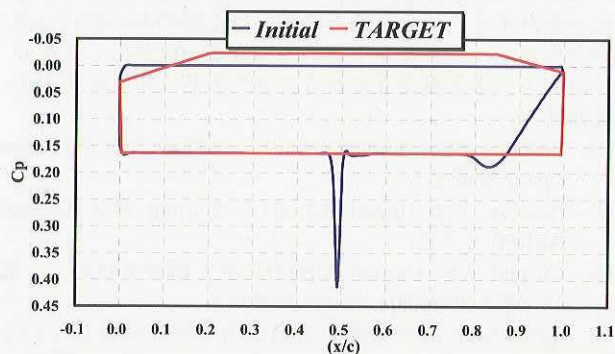


Fig. 14 C_p distribution of initial shape (Upper Element)

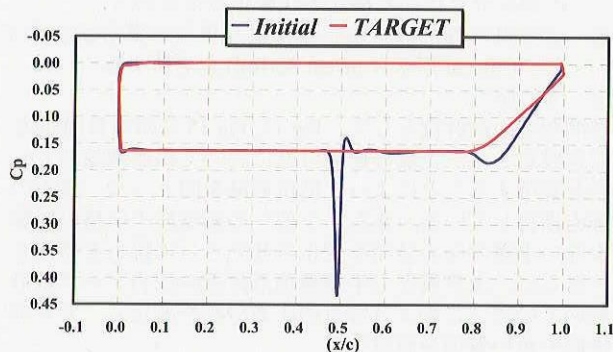


Fig. 15 C_p distribution of initial shape (Lower Element)

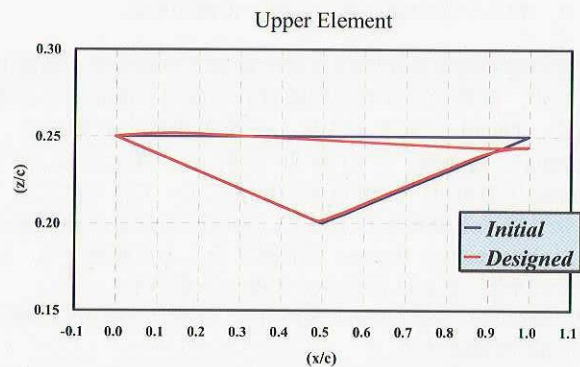


Fig. 16 Section airfoil geometry of Designed Upper Element

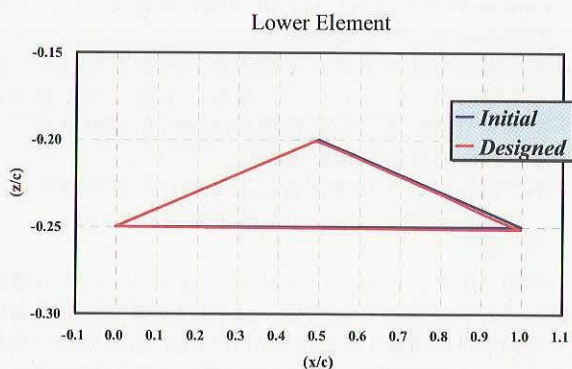


Fig. 17 Section airfoil geometry of Designed Lower Element

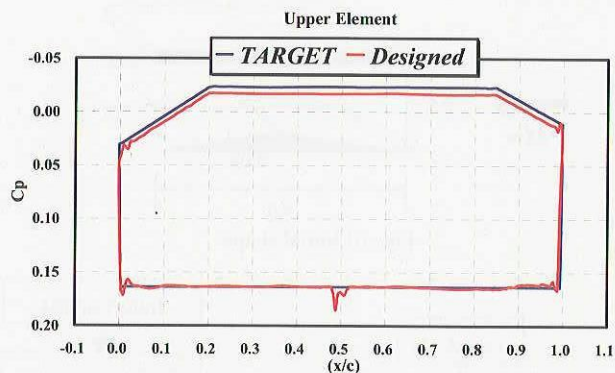


Fig. 18 C_p distribution of Designed Biplane (Upper Element)

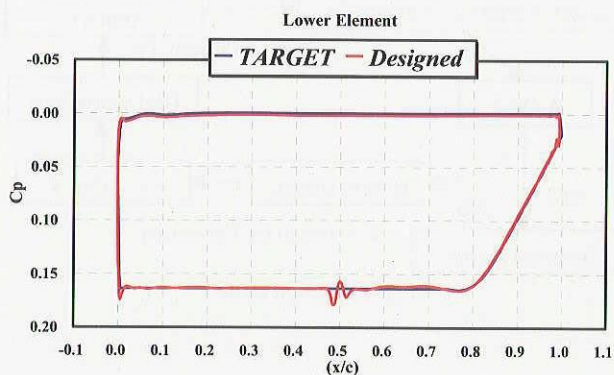
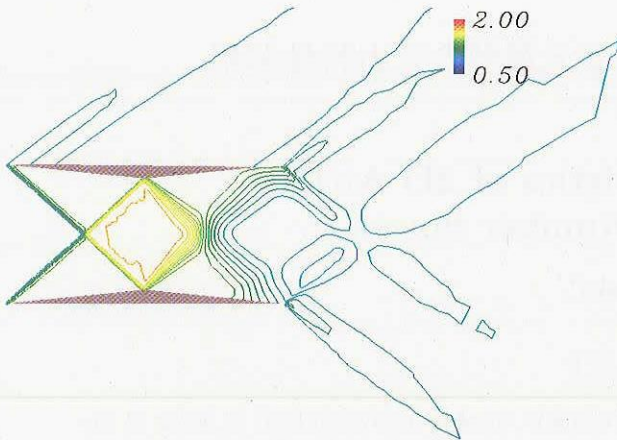
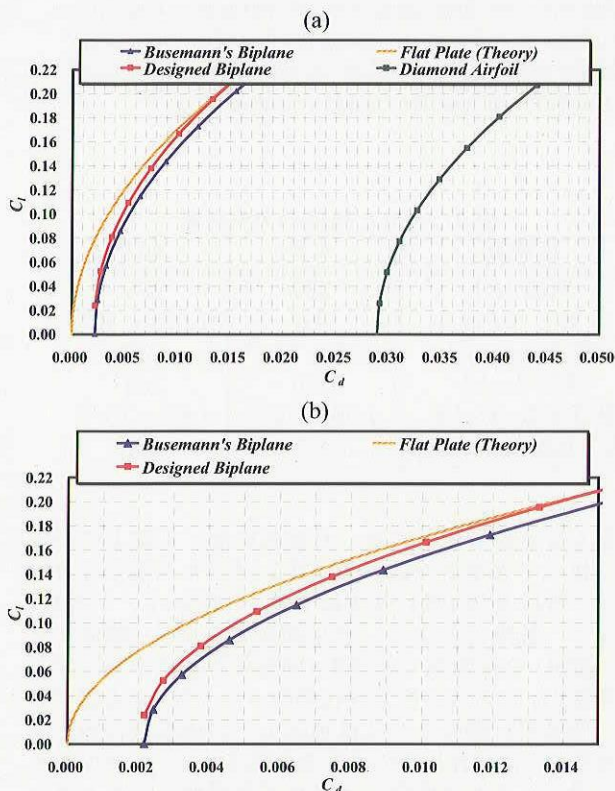


Fig. 19 C_p distribution of Designed Biplane (Lower Element)

Fig. 20 Pressure contour map at $M_\infty = 1.7$ (Designed Biplane)Fig. 21 Drag polar curves of
Busemann's Biplane and Designed Biplane

5. 結言

衝撃波に伴う造波抵抗, ソニックブームを著しく低減する可能性のある Busemann's Biplane の解析を行い, 同体積の Diamond Airfoil と比べて, 揚力ゼロの条件では造波抵抗を約 7.5% にまで低減することができることを確認した。

また, 定まった設計マッハ数で目標とする揚力をもつ Biplane 翼型の空力設計を行い, 新形状の翼型を求めた。設計は目標圧力分布を設定し, 流れのシミュレーションと組み合わせることでそれを実現する翼型を決定する逆問題設計法を用いた。逆問題設計法の検証として上翼が平板の状態から, 既存の Busemann's Biplane に収束することを確認した。実際的な応用として, 体積による抵抗の大部分を減らすことができる Busemann's Biplane を応用し, 上翼の上面に揚力を持たせ, かつ全体の抵抗低減を目標とした圧力分布を設定して翼型を設計した。これにより, 薄翼理論に

基づく体積ゼロの一枚翼により近い低抵抗な翼型を設計することができた。

複葉翼設計の今後の課題として, 逆問題設計においては目標圧力分布の選定が非常に重要なので, 複葉翼型における最適な目標圧力分布を定める研究が, 工学的に翼形状を設計する際に最も重要な研究課題として挙げられる。また設計された翼型に対し, 粘性を考慮した Navier-Stokes 解析を行い, 逆問題手法を用いてより実用的な翼型を設計していく。

参考文献

- 1) Liepmann H. W., Roshko, A., "Elements of Gas dynamics, John Wiley & Sons," pp.115-118, pp.84-88, pp.122-127, 1975.
- 2) Kusunose, K., "A New Concept in the Development of Boomless Supersonic Transport," First International Conference on Flow Dynamics, Sendai, Japan, November 2004.
- 3) 楠瀬一洋, "衝撃波の出ない超音速機の研究," 平成 16 年度「サイレント超音速飛行実現のための実験・計算融合研究」「レーザー駆動管内加速装置」合同シンポジウム論文集, 2005 年 1 月。
- 4) Ito, Y. and Nakahashi, K., "Surface Triangulation for Polygonal Models Based on CAD Data," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.39, Issue 1, pp.75-96, 2002.
- 5) Nakahashi, K., Ito, Y. and Togashi, F., "Some Challenge of Realistic Flow Simulations by Unstructured Grid CFD," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 43, 2003, pp.769-783.
- 6) 松島紀佐, 中野智晴, 丸山大悟, 中橋和博, "逆問題による低ブーム超音速機の設計," 平成 16 年度「サイレント超音速飛行実現のための実験・計算融合研究」「レーザー駆動管内加速装置」合同シンポジウム論文集, 2005 年 1 月。
- 7) 松島紀佐, 丸山大悟, 中野智晴, 中橋和博, "波の干渉を利用した低ブーム・低抵抗の超音速機の空力設計," 日本航空宇宙学会年会, 2005 年 4 月, pp. 130-133.

低レイノルズ数流れにおける二次元翼型の空力特性解析
高木 亮治 *

Aerodynamic Characteristics of 2D Airfoil
in Low Reynolds Number flows

Ryoji Takaki*

ABSTRACT

Gas flow over two-dimensional airfoils at very low Reynolds number is investigated in order to understand basic aerodynamic characteristics related to design of Micro Air Vehicle(MAV) for planetary exploration. Before the investigations, verification was conducted for the current numerical approach, which are commonly used and validated for high Reynolds number flow analysis, showing good applicability for low Reynolds number flow analysis. Several airfoils have been investigated for the condition of Mach number of 0.1 and Reynolds number of 1000. Investigation shows that Reynolds number has a substantial influence on aerodynamic characteristics of airfoils in low Reynolds number flow.

1. はじめに

近年、MEMS 技術の発達にともない従来では考えられなかった小型機器の開発が可能となり、様々な分野で従来にない新しいコンセプトやシステムが生み出されている。航空宇宙分野においても、従来のサイズより大幅に小型化、高性能化した航空宇宙機の開発が可能となり、欧米を中心に研究・開発が精力的に進められている。これらの研究・開発は主に軍事的な利用を目的としているが、このような目的以外にも環境観測^{1, 2, 3)}、災害時の情報収集や災害監視⁴⁾、事故などの危険な状況下での調査など幅広い分野での利用が期待されている。これら小型航空機まわりの流れ場は、人を乗せて飛ぶ通常の航空機に比べると、サイズ、飛行速度が小さいため相対的にレイノルズ数が小さな流れ場になる。例えば、通常の旅客機ではレイノルズ数が 10^7 から 10^8 程度であるのに対して小型航空機(例えば、模型飛行機)では 10^4 から 10^5 程度である。

一方、将来の惑星探査の手段として大気を有する惑星に対して航空機型の惑星探査機の研究が行なわれており、NASA を中心に火星や金星を対象とした惑星探査用の固定翼機^{5, 6)}、回転翼機、気球、更には羽ばたき型の探査機が検討されている。ここでは火星を対象とした航空機型の探査機の開発に必要な空力現象について注目する。まず、火星の大気であるが、その大部分(90%以上)が CO_2 で占められている。また大気密度も非常に小さく、地球の大気密度に比べて約 $1/100$ である。火星と地球の大気諸量を比較したものを表1に示す。

地球で飛行している航空機をそのまま火星に持って行った場合、仮に揚力係数(C_l)が変化しないとして、重力と揚力の釣合を考えると、機体重量は重力の減少($1/2.6$ に減少)により必要となる揚力は少なくとも、それ以上に大気密度の減少($1/100$)が大きく、機体重量を支える揚力を発生するためには飛行速度を増やして動圧を稼ぐ必要がある。更には、大気中の音速の関係から同じ飛行速度でも飛行マッハ数が火星上では

表 1: 火星と地球の大気比較

物性値	火星	地球
気温 [K]	270	298
気圧 [kPa]	0.6	1.014×10^2
密度 [kg/m^3]	1.18×10^{-2}	1.17
音速 [m/s]	220	345
粘性係数 [$Pa \cdot s$]	1.36×10^{-5}	1.86×10^{-5}
重力加速度 [m/s^2]	3.7	9.8

大きくなると予想される。具体的には、地球上での飛行に比べて火星上ではおおそレイノルズ数が $1/10$ 、マッハ数は9倍(飛行速度は6倍)の低レイノルズ数、高マッハ数飛行となる。惑星探査機の制約(機体サイズ、重量)や複数機での運用(同時多点観測や観測手法の多様化、システムの冗長化等のメリット)を考慮すると、惑星飛行機のサイズは地球上での模型飛行機と同程度もしくはそれ以下の大きさが望ましく、そうすると飛行環境はますます低レイノルズ数環境になると考えられる。例えば AeroVironment 社が開発した小型無人機 Black Widow⁷⁾を考えると、コード長を代表長とすると約 $10cm$ 、巡航速度は $14m/s$ (約 $50km/時$)であるため地球上ではレイノルズ数が 8.8×10^4 、マッハ数は 0.04 であるが、火星上ではレイノルズ数は 8.8×10^3 、マッハ数は 0.4 となり、レイノルズ数が 10^3 程度の流れを考慮する必要がある。

一般に高レイノルズ数では、剥離、遷移といった乱流/層流に関する現象以外では翼型の特性はレイノルズ数に大きく依存しない事が知られている。しかしながら 10^5 よりも低いレイノルズ数では翼型の特性は急激に変化する。例えば 10^4 程度の低レイノルズ数では厚みを持った翼型よりも、より薄い平板やキャンバー付の平板の方が優れた揚抗比を持つ事が一般に知られている。これら $10^4 \sim 10^5$ のレイノルズ数範囲に関しては人力飛行機、模型飛行機、更には近年の小型無人機の開発に関連してある程度の研究がなされている。しかしながら小型航空機を火星探査に適用する事を考える

*宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究本部 宇宙科学情報解析センター

と、更に低いレイノルズ数 ($10^3 \sim 10^4$ 程度) かつ高マッハ数での空力特性に関する知見、データが必要となるが、残念ながら殆んど見当たらないのが現状である。そのため、本研究では将来の火星飛行機など惑星探査用の小型無人航空機の開発に必要な低レイノルズ数、高マッハ数環境下での空力特性に関する知見を得ることを目的とする。そのための準備として現在高レイノルズ数流れの解析や、航空機の空力設計などで成果をあげている CFD (数値流体力学) 技術の低レイノルズ数流れへの適用性に関して調べた。同時に、CFD を用いて代表的な二次元翼型の低レイノルズ数流れにおける空力特性の把握を行なったのでそれらの結果について報告する。

2. 低レイノルズ数流れへの適用

現在、高レイノルズ数流れを中心に多くの経験と実績を重ねることで CFD は流体现象の解析ツールや実際の航空宇宙機の空力設計・開発ツールとして大きな成果を挙げている。しかしながら本研究が対象とする低レイノルズ数流れ、特に低レイノルズ数かつ高マッハ数流れへの適用実績は多くはない。そこでまず、従来高レイノルズ数流れで十分な実績を持ち、検証された CFD コードを用いて低レイノルズ数流れの解析を行なった。従来用いられている標準的な解析手法として宇宙航空研究開発機構総合技術研究本部で開発された UPACS⁸⁾ を NACA4402 翼型まわりの低レイノルズ数流れ (レイノルズ数 $Re = 10^3$ 、マッハ数 $M_\infty = 0.1$) に適用した。解析の特長を以下にまとめる。

計算格子： O 型格子を用い、格子点数は翼表面上に 261 点 (上下合わせて)、空間方向に 86 点の計 2 万点弱である。図 1 に NACA4402 翼まわりの計算格子を示す。最小格子幅は翼表面に沿う方向で 1.0×10^{-4} (翼前後縁)、空間方向も 1.0×10^{-4} 。境界層内での垂直方向の格子幅の伸展率は 1.1 とした。遠方境界はコード長の 100 倍の位置に置いた。

空間の離散化： 一般的な圧縮性流体の計算手法である Roe の近似 Riemann 解法と 3 次精度 MUSCL および Hemker-Koren の制限関数を用いた。

時間積分： 定常計算には陰解法と局所時間刻法を用いた。また一様流マッハ数が低いため前処理法を用いた。非定常計算には 2 次精度 Euler 陰解法を用いた。

注目する物理量： 本解析では低レイノルズ数流れにおける翼型特性に注目するため、特に揚抗比 (L/D) に注目した。

標準的な解析手法で得られた結果は本来なら良質な実験データとの比較を行なうことで十分な検証を行なうべきであるが、検証に利用できる良い実験データがほとんど存在しないためここでは予備的な検証として計算手法や格子解像度に関する検証を行なう。経験的には格子解像度に関する検証が非常に重要であり、格子解像度が十分な解析結果であれば、その結果はかなり信用できると考えている。そのためここでは格子解像度の検証として、

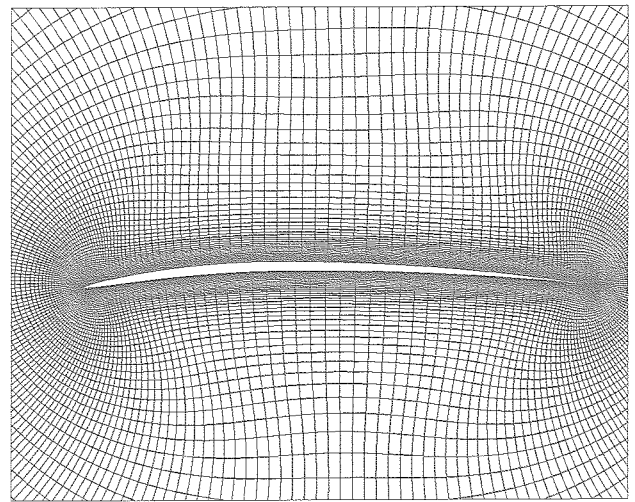


図 1: NACA4402 翼まわりの計算格子

1. 標準格子よりも細かな解像度を有する計算格子を用いた解析
2. 標準格子を用いるが高解像度スキームを用いた解析

を行ない、それぞれの結果の比較を行なった。より細かな解像度を有する計算格子として格子点数が標準格子 (以下 NG と呼ぶ) の 25 倍に相当する約 50 万点の格子 (以下 FG と呼ぶが、翼表面上に上面下面合わせて 2001 点、表面から空間方向に 241 点、遠方境界は NG と同じ) を用いた。また高解像度スキームとしては Lele のコンパクトスキーム⁹⁾を組み込んだ荒沢らによる CFD コード¹⁰⁾を用いて、空間 6 次精度の解析を実施した。

図 2 は NACA4402 翼の揚抗特性を示す。この図には標準的な解析手法による結果 (Roe(3rd), NG)、同じ手法でより細かな格子 (50 万点) を用いた結果 (Roe(3rd), FG) および高解像度スキーム (Compact(6th), NG) を用いた結果が示されている。どの手法の結果も非常に良く一致していることから揚抗特性など翼に働く力を求めるには標準的な解析手法で十分であることがわかる。但し、本結論は大幅な剥離がなく定常な流れ場に限られる。

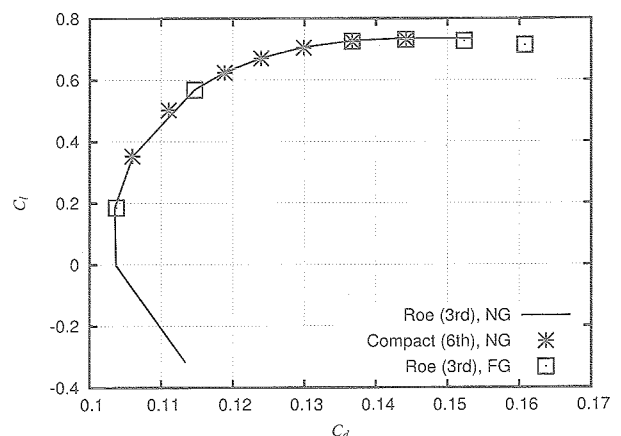


図 2: 計算手法の検証 (NACA4402 翼の揚抗特性, $Re = 10^3$, $M = 0.1$)

3. 二次元翼型特性

低レイノルズ数流れにおける二次元翼型特性の解析を行なった。低レイノルズ数流れにおいては性能的には薄翼が良いと言われているため代表的な NACA4402 翼を対象として、空力特性およびそれらのレイノルズ依存性を調べた。また NACA4402 翼を基準として、翼厚、キャンバーなどを変化させた翼型 (NACA4405, 4202, 4602, 0002, 8402) および 2% 厚さの平板の特性を調べることで低レイノルズ数流れにおける翼型の影響を調べた。

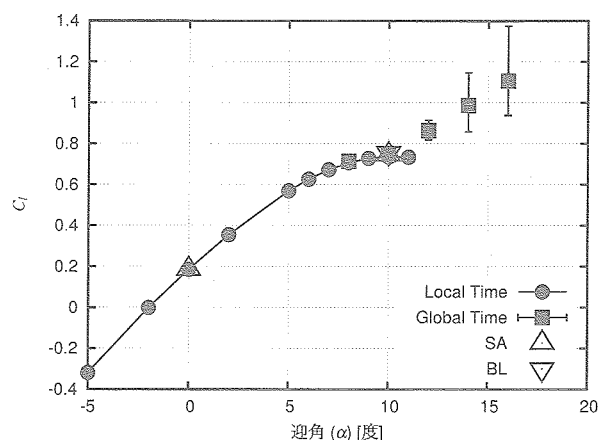
3.1 NACA4402 の特性

流れ場の条件はレイノルズ数 $Re = 10^3$ 、マッハ数 $M_\infty = 0.1$ とした。図 3 に揚力特性 (C_L) および揚抗比特性 (L/D) を示す。低レイノルズ数流れにおいては、流れ場が層流のため比較的流れが剥がれ易く、低い迎角で剥離が発生し、流れ場は非定常になる。図中で「Local Time」は局所時刻法を用いて定常解に落ち着いた結果を、「Global Time」が物理時間を用いて時間 2 次精度の非定常解析を行なった結果を示す。非定常な流れ場の場合は、時間 2 次精度の解析を行ない翼に働く力 (C_L , C_d , L/D) の時間平均値および時間変動幅がプロットされている。本ケースでは迎角が 12 度未満の場合に定常解が得られたが、迎角が 12 度以上では非定常状態となり、翼上面から定期的に渦が放出されることで周期的な変動が観測できた。非定常状態になった後も時間平均揚力は迎角とともに増加するが、抵抗も増加するため揚抗比は迎角が 8 度で最大 (5.448) となった。図中にある「SA」および「BL」は乱流モデル (それぞれ Spalart-Allmaras モデル、Baldwin-Lomax モデル) を用いて全域乱流を仮定した解析結果を示す。レイノルズ数が低いため、例えば通常の乱流モデルを用いた解析を行なっても渦粘性が十分発達せず、分子粘性が流れ場を支配する結果が得られ、解析手法としての整合性が取れていることが確認できた。

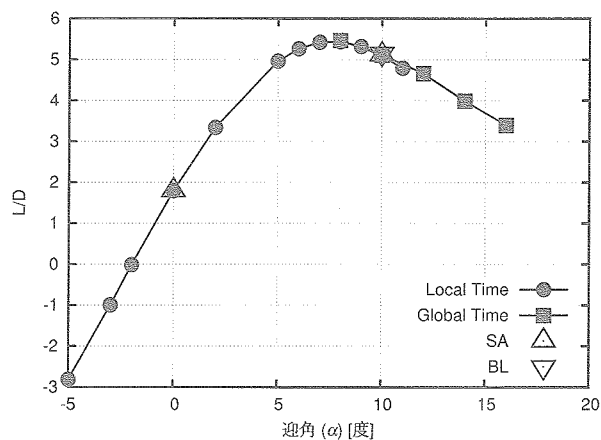
図 4 に失速特性として翼表面上での剥離点と再付着点の迎角変化を示す。これによると迎角が 5 度で翼後縁付近から剥離が発生し迎角の増加にともない、剥離位置が前縁に移動し、剥離領域が拡大する後縁失速型*であることがわかる。

次にレイノルズ数依存性を示す。図 5 は各レイノルズ数における揚抗特性を示している。ここで、 $Re = 10^5$ および 10^6 の解析では乱流モデル (Spalart-Allmaras モデル) を用いて全域乱流の仮定で解析を行なっている。レイノルズ数の低下にともない、 C_d が単調に増加している。 $Re = 10^5, 10^6$ では乱流モデルを用いた解析のため安定に定常解が得られたが、レイノルズ数を下げた $Re = 10^4$ では迎角が比較的低い段階で流れが剥離し非定常状態になった。更にレイノルズ数を下げた $Re = 10^2, 10^3$ では逆に流れ場としては安定になり比較的広い迎角範囲で定常解を得ることができた。翼型に依存する可能性も否定できないが、中途段階の $Re = 10^4$

*後縁で剥離が発生し、迎角の増加にともない剥離領域が前方に広がって行く現象が共通しているという理由で便宜的に後縁失速型と呼んだ。図 3(a) より実際は迎角の増加にともない、一時的に揚力は減少するが、その後揚力は再び (非定常的ではあるが) 増加する点は一般の失速という現象とは異なる。一時的に揚力が減少する領域を見て失速と呼んでも良いと思う。また、図 3(b) より揚抗比 (L/D) で見ると迎角の増加にともない最大値が存在するため感覚的には L/D_{max} で「失速」と考えても良いかもしれない。



(a) 揚力特性



(b) 揚抗比特性

図 3: NACA4402 翼の空力特性 ($Re = 10^3$, $M_\infty = 0.1$)

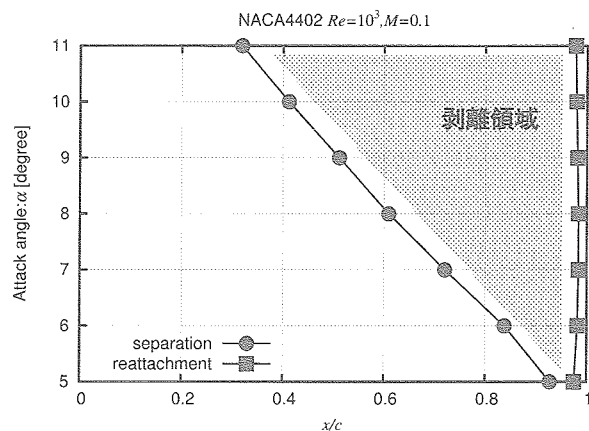


図 4: 剥離および再付着位置の迎角変化 ($Re = 10^3$, $M_\infty = 0.1$)

辺は流れ場も剥離しやすくなり非定常性が強いと考えられる。

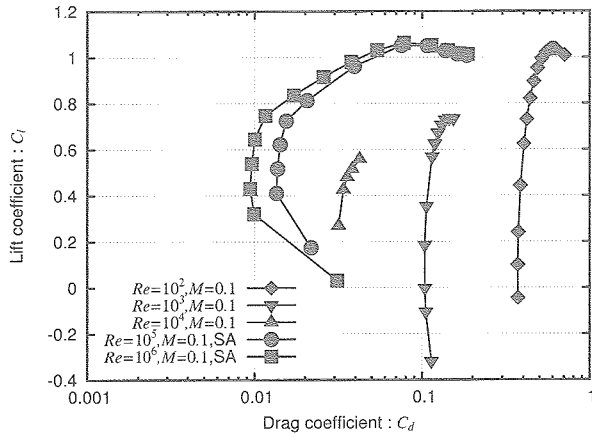


図 5: 揚抗特性のレイノルズ数依存性 ($M_\infty = 0.1$)

図 6 は各レイノルズ数における最大揚抗比 (L/D_{max}) を示している。 $Re = 10^4$ と 10^5 の間で最大揚抗比が急激に変化し、低レイノルズ数流れにおいては非常に悪化していることがわかる。レイノルズ数によって最大揚抗比自体が劇的に変化するだけでなく、最大揚抗比となる迎角もレイノルズ数によって大きく変化し、レイノルズ数の増加に伴い、揚抗比が最大となる迎角が減少している。これは図 7 で示す様に剥離特性がレイノルズ数の変化によって大きく変ること起因する。図 7 より $Re \leq 10^4$ では前述したように迎角の増加にともない後縁から剥離領域が拡大するが、 $Re \geq 10^5$ では迎角の増加にともない前縁剥離泡が発生、成長し、最終的にはバースト、翼上面全体での剥離と変化していることがわかる。この様にレイノルズ数の変化にともない剥離特性が変化していることがわかる。

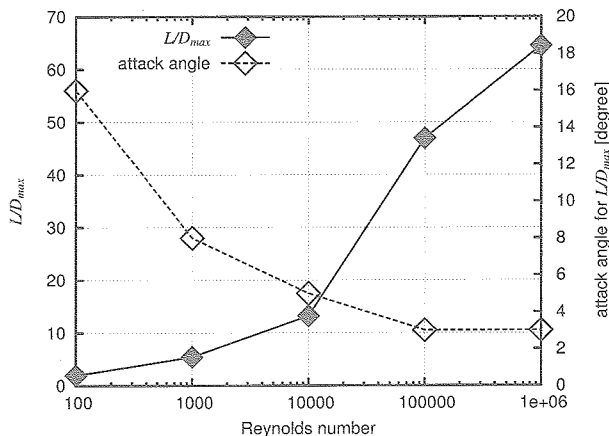


図 6: 最大揚抗比のレイノルズ数依存性 ($M_\infty = 0.1$)

迎角 2 度での空間マッハ数分布および翼表面圧力分布を図 8 および図 9 に示す。空間マッハ数分布よりレイノルズ数の低下にともない、境界層が厚くなることがわかる。 $Re = 10^2 \sim 10^4$ ではレイノルズ数の変化にともなって、境界層の厚さも大きく変化するが高レイ

ノルズ数 ($Re = 10^5, 10^6$) では乱流境界層のため大きくは変化しない。一方、翼表面での圧力分布に関しては、境界層が薄い高レイノルズ数流れでは前縁に局所的な負圧領域が見られる。これは NACA4402 翼が薄翼で前縁半径が非常に小さいためである。この局所的な負圧ピークはレイノルズ数の増加にともない消滅する。これは境界層が厚く発達することで、相対的に前縁半径が大きい場合の流れ場と等しくなり前縁での圧力分布が穏やかな傾向を示すようになるためである。またマッハ数分布で見られた境界層厚さの傾向と同様に、高レイノルズ数流れ (乱流解析) では圧力分布はレイノルズ数の影響をあまり受けないが、低レイノルズ数流れでは相対的にレイノルズ数の影響が強いことがわかる。

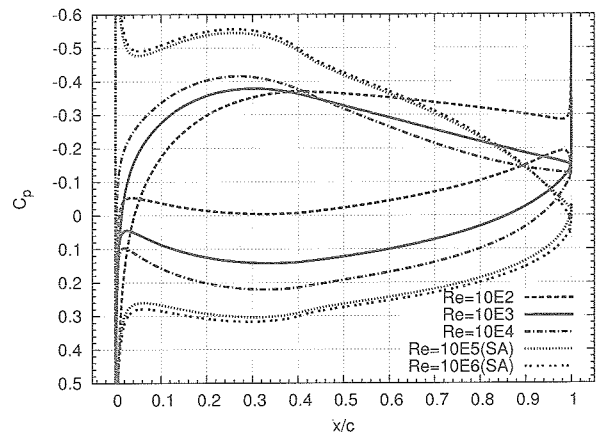


図 9: 翼表面圧力 (C_p) 分布のレイノルズ数依存性 ($M_\infty = 0.1$, 迎角 = 2 度)

3.2 翼型特性

NACA4402 翼を基準として、翼厚、キャンバーなどを変化させた翼型の特性を調べることで低レイノルズ数流れにおける翼型の影響を調べた。図 10 に各翼型の揚抗比特性の比較を示す。また表 2 はそれぞれの翼型に関して、 $C_l = 0.4$ の時の C_d の値、 L/D_{max} とその時の C_l をまとめたものである。ここで、「plate」は $t/c = 2\%$ 厚の平板、「4402I」は NACA4402 の翼を前後逆さまにした翼形状 (前縁が尖り、後縁が丸い) を示す。

表 2: 翼型の特性 ($Re = 10^3$, $M_\infty = 0.1$)

Airfoil	C_d @ $C_l = 0.4$	$L/D_{max}(C_l)$
0002	0.1077	4.529 (0.5420)
4202	0.1080	5.214 (0.6576)
4402I	0.1108	5.601 (0.7215)
4402	0.1079	5.439 (0.7073)
4405	0.1156	4.620 (0.6217)
4602	0.1083	5.639 (0.7308)
8402	0.1172	5.207 (0.7556)
plate	0.1135	4.266 (0.5165)

今回調べた翼型の範囲での全体的な傾向としては $C_l = 0.4$ における C_d の値は最大値 (0.1172, NACA8402) と最小値 (0.1077, NACA0002) との差は

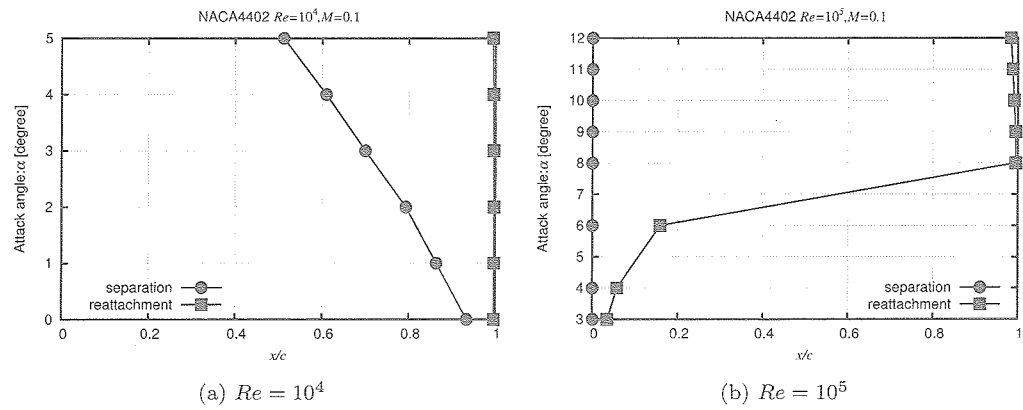


図 7: 剥離特性のレイノルズ数による変化 (NACA4402 翼, $M_\infty = 0.1$)

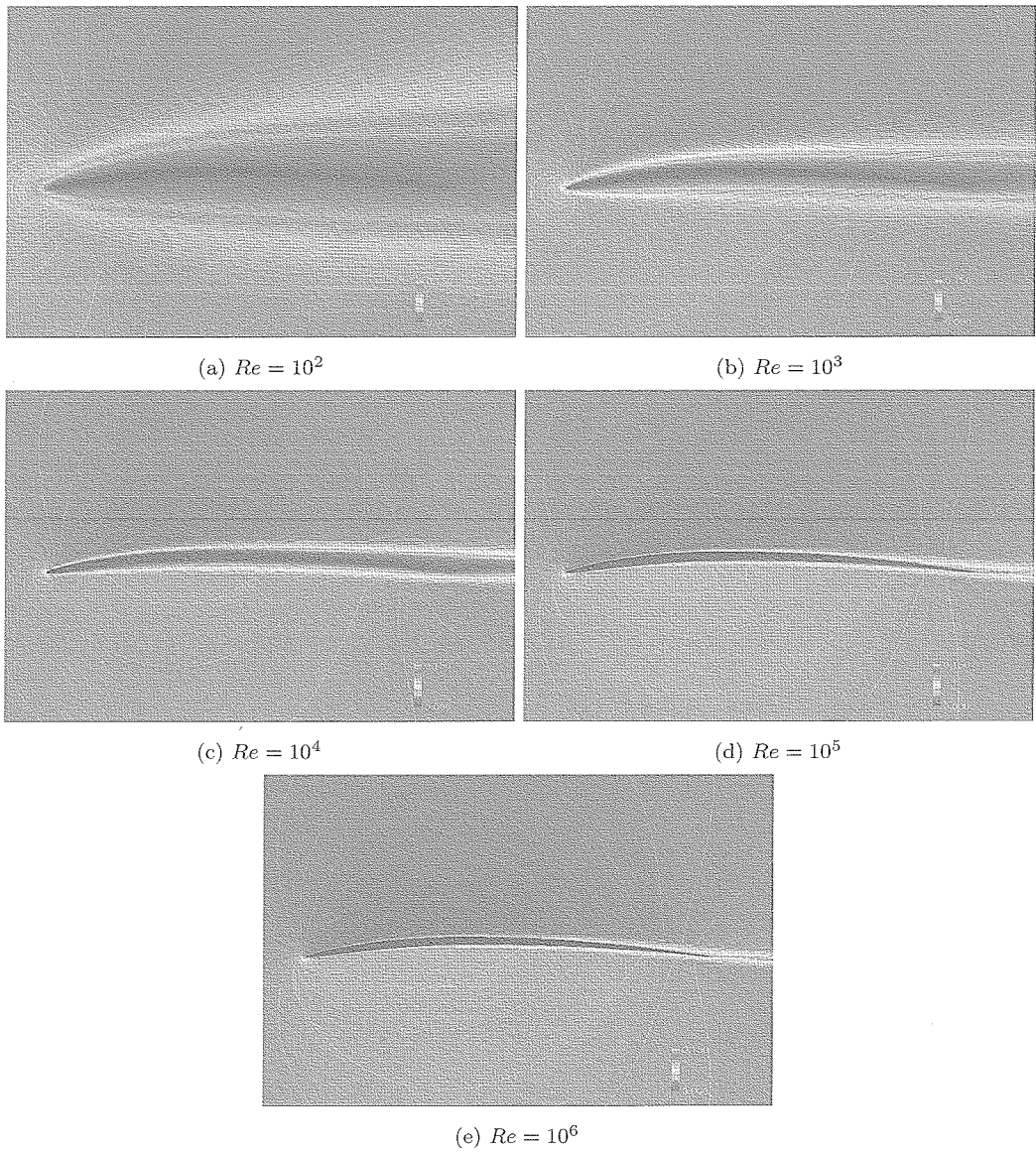


図 8: NACA4402 翼周りのマッハ数分布 ($M_\infty = 0.1$, 迎角=2 度)

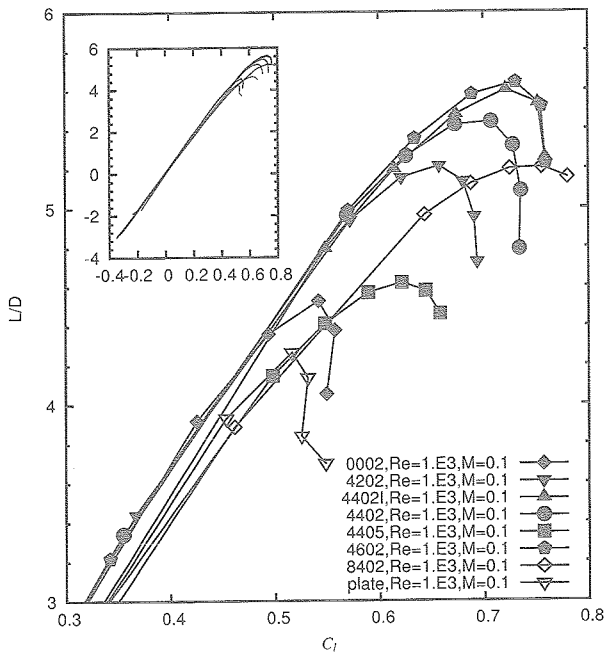


図 10: 揚抗比特性の翼型依存性 ($Re = 10^3$, $M_\infty = 0.1$)

NACA4402 の C_d の 8.8% 相当であり、翼型による差は比較的小さいことがわかる。また L/D_{max} に関しては最大値 (5.639, NACA4602) と最小値 (4.266, plate) の差は NACA4402 の値に対して 26.3% 相当で、比較の違いが見られる。

キャンバー高さの影響 (NACA0002, NACA4402, NACA8402) に関しては、NACA0002 と NACA4402 が同程度で、NACA8402 は若干 C_d が大きくなっており、キャンバーの付け過ぎは不利であり、若干のキャンバーもしくはキャンバーなしが性能的に良いことがわかる。一方 L/D_{max} を考慮すると適当なキャンバーを付けた方が有利となっている。最大翼厚位置の影響 (NACA4202, NACA4402, NACA4602) に関しては C_d の差は殆んど見られないが、 L/D_{max} は最大翼厚位置が後方にあるほど有利となっている。翼厚の影響 (NACA4402, NACA4405) では C_d および L/D_{max} とも薄翼が良いことがわかる。

4. おわりに

高レイノルズ数流れに適用されている数値解析手法を低レイノルズ数流れに適用し簡単な検証を行なうことで、その有効性を確認した。また低レイノルズ数流れにおける代表的な二次翼型の基礎的な空力特性が判明した。今後は三次元翼の特性把握、羽ばたき翼など非定常現象の解明を行ない、最終的には低レイノルズ数環境下でより効率の良い翼および推進方法の提案を行いたいと考えている。

謝辞

本研究は科学研究費補助金 (基盤研究 (C)(2) No. 16560695) による支援を受けて行なわれた。ここに感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 船木寛. Ant-plane による南極での探査飛行について - 桜島、鳥海山での磁場探査 -. 第 2 回 小型無人航空機の現状と科学観測への応用に関する研究会. 国立極地研究所, 2005.
- 2) 猪上淳. エアロゾンデによる海面水温の連続観測 - 北極海への応用 -. 第 2 回 小型無人航空機の現状と科学観測への応用に関する研究会. 国立極地研究所, 2005.
- 3) 村瀬弘人. 自律型無人航空機 (uav) による南極海での海棲哺乳類調査計画. 第 2 回 小型無人航空機の現状と科学観測への応用に関する研究会. 国立極地研究所, 2005.
- 4) 篠原宏志. 火山噴煙観測における飛行観測の必要性. 第 2 回 小型無人航空機の現状と科学観測への応用に関する研究会. 国立極地研究所, 2005.
- 5) G.A. Landies, C. LaMarre, and A. Colozza. Atmospheric Flight on Venus. NASA TM 2002-0819, 2002.
- 6) M.D. Gynn, M.A. Croom, S.C. Smith, R.W. Parks, and P.A. Gelhausen. Evolution of a Mars Airplane Concept for the ARES Mars Scout Mission. AIAA 2003-6578, 2003.
- 7) J.M. Grasmeyer and M.T. Keennon. Development of the Black Widow Micro Air Vehicle. AIAA Paper 2001-0127, 2001.
- 8) UPACS : <http://www.ista.jaxa.jp/res/c02/upacs/>.
- 9) S.K. Lele. Compact finite difference scheme with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, Vol. 103, pp. 16–42, 1992.
- 10) T. Arasawa, K. Fujii, and K. Miyaji. Application of High-Order Compact Difference Scheme to Vortical Flow Computation over a Delta and Double-Delta Wings. AIAA Paper 2003-3537, 2003.

ストローハル数遷移領域における円柱後方の縦渦構造のシミュレーション

黒滝卓司、住隆博

宇宙航空研究開発機構/総合技術研究本部

松山淳

(株) 三向ソフトウェア開発

Numerical Simulation of Vortex Structures in the Cylindrical Wake

by

Takuji Kurotaki, Takahiro Sumi and Jun Hiyama

ABSTRACT

Three dimensional vortex structures in the wake region behind two dimensional cylinder in the laminar flow are analyzed. In the wake-transition regime of Reynolds number between about 190 and 260, experiments show discontinuous changes of Strouhal number and the existence of two modes; Mode A and Mode B whose span wise characteristic wave length are about $4D$ (D : diameter of cylinder) and D respectively. The compressible Navier-Stokes equations are solved with the finite difference method. 4th order penta-diagonal compact scheme with 4th order Runge-Kutta time integration scheme are used for high accuracy and resolution. NSCBC which is generalized into the body fitted grid system is applied to the boundary condition. Numerical results show good agreements with experimental data of Strouhal number for both Mode A and B in the wake-transition regime. Span wise characteristic wave lengths for both modes are captured clearly. These results show the validity of effectiveness of highly accurate and resolution methods used here for the analysis of complex flow structures.

1. はじめに

最近のCFD研究の成果の一つとして、コンパクトスキーム等の高精度・高解像度差分法による非定常計算法の発展が挙げられる。もともと、これらの高精度の解析法は、直接シミュレーション(DNS)の発展とともに発達してきたと考えられるが、現在では、LESへの応用も広く行なわれており、特に乱流を含む、比較的大きなレイノルズ数領域での複雑な流れの解析に、新しい分野を開拓しつつある。これらの流れは、一般的に非定常性の強い流れであり、必然的に、このような流れの現象を研究対象として扱う場合には、非定常な解析を行うことが必要となる。

航空宇宙分野をはじめとする、流体と密接な関係のある諸分野において、これらの流れの様子を、数値解析によって深く理解することにより、従来の解析手法のアプローチではなかなか立ち入ることが困難であった多くの応用分野まで、研究領域を広げることが可能となることが期待される。例えば、翼の設計という観点からは、失速特性の問題や効率の良い高揚力装置の設計の問題があり、また、特に騒音軽減をはじめとする音響問題への応用は、ようやく実用化に向けて研究が始まったばかりであるが、CAA (Computational aeroacoustics) という新しい領域に発展しつつある。

筆者らは、これらの将来的課題に取り組むことを目的として、圧縮性ナビエ-ストークス方程式を用いて、乱流領域を含む複雑形状周りの流れを扱う手法を開発している。ここでは、その過程の一環として、層流流れにおいて興味ある問題である、ストローハル数遷移領域における2次元円柱後方の渦構造に関するシミュレーションを行なったので報告する。

2. 研究の背景

低レイノルズ数領域における2次元円柱後方の流れの構造が明らかにされたのは、研究の歴史が長いにもかかわらず、比較的近いことであり(その主な理由は、円柱両端から発生する流れの3次元性を除くことが困難であったためである)、3次元後流の渦構造に応じて、いくつかの

領域に分類できることが、最近の実験の結果から明らかになっている¹⁾。

直径 D を基準長とした Re 数が約190を超えない領域は、Laminar Vortex Sheddingと呼ばれ、 Re 数が約50以下の場合のように、極端に小さくない限りは、2次元的なカルマン渦列が観察される。この場合は、流れは2次元として扱うことができる。 Re 数が約190を超えると、2次元円柱後方で3次元縦渦構造が生じ、流れはもはや2次元として扱うことはできず、3次元的となる。 $Re=190-260$ の範囲は、特にWake-Transition Regimeと呼ばれ、後述するように、ストローハル数が遷移する領域である。さらに Re 数が増加し、 $Re=260-1,000$ の範囲では、細かいスケールの3次元渦による乱れが増大し、それ以上の Re 数領域、 $Re=1,000-200,000$ の範囲は、Shear-Layer Transition Regimeと呼ばれ、後流において、層流から乱流への遷移が起こる。さらに Re 数が増加すると、遷移点は、後流の上流側へ移動し、いわゆる臨界 Re 数付近で、円柱上で遷移が起こるようになり、円柱の抵抗が急激に上昇する。

$Re=190-260$ のWake-Transition Regimeの範囲では、いわゆるMode Aと呼ばれるスパン方向モード長が約 $4D$ の縦渦構造とMode Bと呼ばれる同モード長が約 D の縦渦構造がヒステリシスを伴って現れることが実験的に知られている。これらのモードは、ストローハル数の不連続な遷移に関係している¹⁾。図2.1に、ストローハル数と Re 数の関係(文献 1)より引用)を示す。 Re 数180-190の領域で、2次元的な流れとMode Aの縦渦構造が、また、 Re 数240付近の領域で、Mode AとMode Bの縦渦構造がヒステリシスを持って現れることがわかる。図2.2に、後流渦構造の2種類のモードを可視化した実験結果を示す(文献 1)より引用)。写真の下方に見えているのが、円柱部分であり、流れは下方から上方へ向かっている。

これらの流れのシミュレーションは、Zhangらによって行なわれ、モードの異なる渦構造がCFDによって初めて捕えられた²⁾。その後、数例の報告がなされているが、それらはいずれも非圧縮のナビエ-ストークス方程式を解いたものであり、本研究のように、圧縮性ナビエ-ストークス方程式で解かれた例は、筆者の調べた限りでは、まだ無いと思われる。

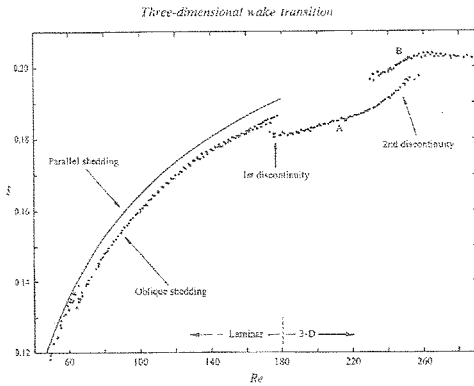


図2.1 ストローハル数とRe数の関係 (文献 1) より引用)

3. 解法の概要

上述した Wake-Transition Regime の範囲では、後流部分も含めて、流れは層流であるとしてよいので、特に LES 的なモデリングは用いていない。

支配方程式には、3次元圧縮性ナビエ-ストークス方程式を用い、構造格子により有限差分法的に離散化を行なう。対流項と粘性項の差分には、最適化された5重対角型の4次精度 Pade 型コンパクトスキーム³⁾、時間積分には、最適化された低容量型 5-6stage 4次精度 Runge-Kutta スキーム⁴⁾を用いる。この Runge-Kutta スキームでは、通常の Runge-Kutta スキームと異なり、CFL = 1 までの範囲で、時間精度を落とさずに解析できることが確かめられている⁴⁾。

さらに、Gaitonde らによって提案されている8次精度 Pade 型のコンパクトフィルタリングスキームを用いて、高周波の数値振動成分の除去を行なっている⁵⁾。この際、できるだけ不必要に除去し過ぎるのを避けるため、カットオフ周波数に関連したパラメータ α は 0.495-0.498 の範囲で計算を行なっている。

解析ケースは、全部で4ケースで、 $Re=200, 250$ (Mode A)、 $Re=250, 400$ (Mode B) のように、それぞれのモードに対し、2ケースずつ行なう。解析に用いた円柱のスパン方向の長さは、Mode A で 16D、Mode B で 4D である。また、計算に用いた CFL 数は 1.0、一様流マッハ数は 0.3 である。

流入、流出境界条件は、一般座標系に拡張された NSCBC (Navie-Stokes Characteristic Boundary Condition)^{6), 7)}に、外側境界での反射を避けるため、バッファゾーンを設ける。また、壁面における境界条件は、一般座標系に拡張された NSCBC を用いる。スパン方向両端における境界条件は、当初周期境界を与えたが、後流における3次元渦構造を捕獲できなかったため、これも一般座標系に拡張されたすべり条件に対する NSCBC にバッファゾーンを設ける⁸⁾という手法をとった。

格子は O 型で、格子点数は、周方向に 201 点、半径方向に 141 点 (そのうち、バッファ 40 点)、スパン方向に 91 点 (そのうち、両端にバッファ 20 点ずつ) であり、半径方向の最小格子幅は、直径基準で 0.005D である。本研究における Re 数領域では、この格子幅により、境界

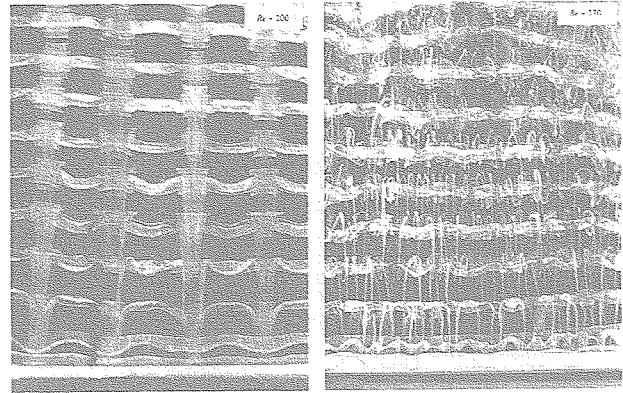


Figure 2. Mode A and B three dimensional instabilities. (a) Mode A instability, associated with the inception of streamwise vortex loops. A typical example for $Re = 200$, corresponds to a spanwise wavelength $\lambda/D = 4.61$, which is remarkably close to the maximum growth rate from Floquet analysis, Barkley & Huerfano (1994). (b) Mode B instability, associated with the formation of finer-scale streamwise vortex pairs. $\lambda/D \approx 1.9$, $Re = 250$. Note that both photographs are to the same scale, and flow is upwards.

(a) Mode A

(b) Mode B

図2.2 後流渦構造の2種類のモード (文献 1) より引用)

層内に 20 点近くの十分な数の格子点を確保することができ。なお、半径方向のバッファ部分を除いた解析領域は、20D とした。

図 3.1 及び図 3.2 にそれぞれ上方、側方より見たグリッドの全体図、図 3.3 及び図 3.4 にそれぞれ図 3.1 及び図 3.2 の拡大図を示す。図中濃い部分がバッファ部分以外の解析領域である。半径方向のバッファ部分は、格子幅を約 1.3 倍ずつ増加させて生成したが、NSCBC とこのバッファ部分を設けることにより、外側境界での反射を、ほぼ完全に除くことができる。スパン方向両端におけるバッファ領域は、格子点数の制約から、片側 20 点ずつとやや少なく、格子幅を指数的に増加させて生成した。十分なバッファ生成とは言えないものの、解析結果を見る限りでは、十分に機能していると考えられる。

4. 結果および考察

解析は、まずスパン方向の格子点を 10 点程度にした 2次元解析を行い、それを初期条件として、3次元解析に移行した。円柱の後流部分直後において、2次元状態から徐々に3次元性が現れてくる。そして、それが後方に伝播して行く。一方、これらの3次元性は、わずかながら前方にも伝わって行き、最終的には、円柱前方も完全な2次元ではなく、3次元性を有する流れとなった。円柱後流部分で十分な3次元性を得るためには、かなり多くの計算を必要とし、直径と一様流速度を基準とした無次元時間で、最低でも 10 のオーダーが必要であった。

図 4.1 及び図 4.2 に、それぞれ、 $Re=200, 250$ における Mode A のケースの渦度分布を示す。図中 (a) は横渦であり、 z 方向渦度 ω_z を示す。図中 (b) は縦渦であり、 y 方向渦度 ω_y を示す。円柱長さは 16D であることを考えると、両ケースとも、ほぼ 4 波長分の縦渦構造を捕獲しており、1 波長は約 4D である。

図 4.3 及び図 4.4 には、それぞれ、 $Re=250, 400$ における Mode B のケースの渦度分布を示す。図 4.1 及び図 4.2 と同様に、(a) は横渦 ω_z 、図中 (b) は縦渦 ω_y を示す。これらの場合にも、解析結果は、ほぼ 4 波長分の縦渦構造を捕獲しており、円柱長さは 4D であるので、1 波長は約 D の長さに相当する。

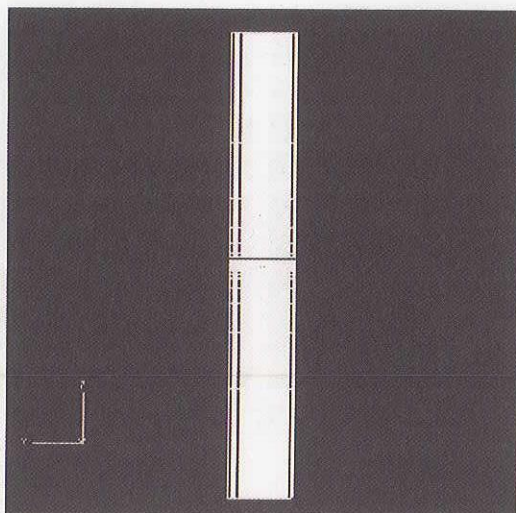


図 3.1 グリッド全体図（上方より見る）

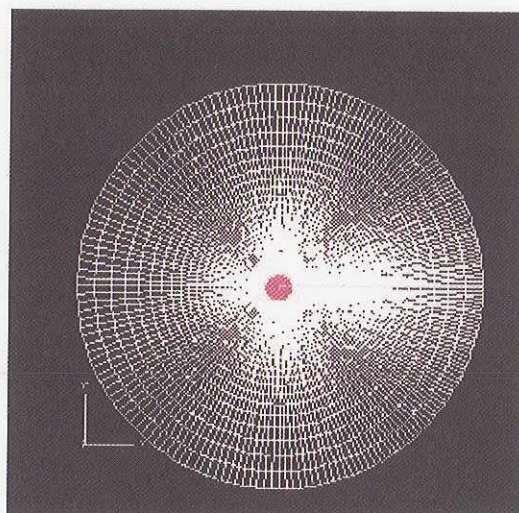


図 3.2 グリッド全体図（側方より見る）

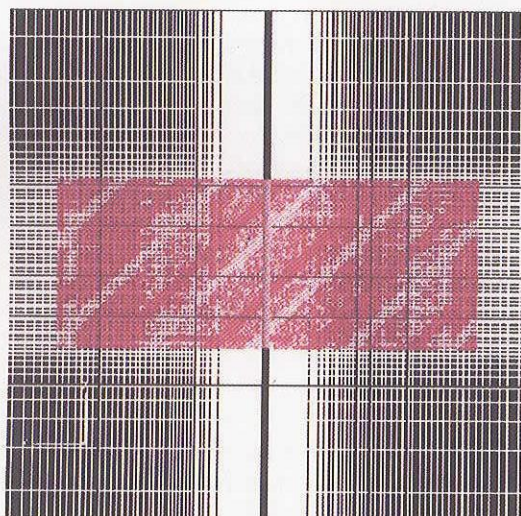


図 3.3 グリッド拡大図（上方より見る）

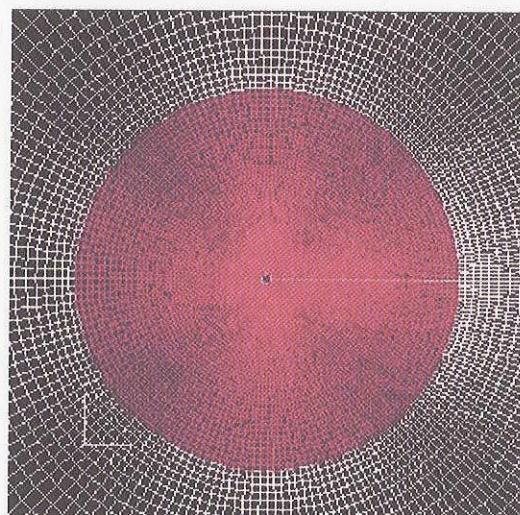


図 3.4 グリッド拡大図（側方より見る）

図 4.1 及び図 4.2 の Mode A のケースでは、渦度分布にそれほど顕著な違いは見られない。一方、Mode B のケースでは、図 4.3 の $Re=250$ の場合には、ほぼ規則的な渦構造を有しているのに対し、図 4.4 の $Re=400$ の場合の方は、やや乱れが大きくなっていることが観察される。第 2 章で述べたように、 $Re=1,000$ 程度までは、細かいスケールの 3 次元渦による乱れが増大していくことが実験的に示されているが、その変化の様子を捕えているものと考えられる。

図 4.5 に、ストローハル数と Re 数の関係に関して、実験と今回の解析結果の比較を示す。ストローハル数は、直径と一様流速を基準に取った。図中には、 $Re=200$ 及び 400 における 2 次元解析の結果も併記した。

縦渦構造が存在すると、ストローハル数は、2 次元を仮定した場合よりも若干減少する。図からわかるように、2 次元を仮定したストローハル数の結果は、実験から得られた曲線の延長上にあり、今回の解析に用いた格子間隔やスキーム、時間積分法等の基本的手法の妥当性を裏付けられる

のである。3 次元渦構造を有する、Mode A 及び B の違いによる、ストローハル数の不連続的な変化が、解析では良好に捕えられており、実験との比較においても、ストローハル数の遷移の様子がほぼ定量的に再現されていると考えられる。

文献 9) では、Mode A 及び Mode B の生成機構が考察されている。Mode B の場合には、3 次元渦構造が働き始める際に、まずペアの縦渦の組ができ、それらが先に放出された primary shedding vortex と位置が近づいた際にお互いに干渉しあい、結果として、比較的強い渦構造となることが知られている。それに対し、Mode A の場合には、2 次元的に発生している primary shedding vortex が何らかの擾乱を受けて波状になり、それらが近づいた際に干渉しあって発生する。そのようにして発生した縦渦は、構造が非常に不安定で、実験においても、長時間持続して観測することはできないことが知られている。

本研究における解析においても、Mode B の場合には、後流部分に 3 次元性が生じると、形成された縦渦構造が比較的長時間持続するが、Mode A の場合には、規則的な縦渦構造の捕獲がより困難で、形成した後も不安定であり、比較的短時間で消滅してしまう現象が観察された。

この点を理解するために、図 4.6 及び図 4.7 に、それぞれ $Re=200$ 、 250 に対応する Mode A 形成後の C_L 及び C_D の時間履歴を示す。横軸は、解析時の Iteration number であり、図中上側が C_D 、下側が C_L の履歴を表す。モードが形成されてから、数周期ほどで、規則的なサイクルが維持されなくなる様子が示されている。それに対し、図 4.8 及び図 4.9 に示された、それぞれ $Re=250$ 、 400 に対応する Mode B 形成時の C_L 及び C_D の時間履歴からわかるように、Mode B の場合には、規則的なサイクルが比較的長時間持続する。

これらの違いの原因は、前述したような本質的な縦渦構造の形成要因の他に、マッハ数の影響や、解析精度、特にフィルタリングの違い等の要因も複合されている可能性があり、今後の検討課題である。

また、本研究では、3次元圧縮性ナビエ-ストークス方程式を基本方程式として用いているため、圧力の微小変動、

すなわちエオルス音を捕えることができる。図 4.10 に $Re=400$ の場合の圧力分布を示す。図中、圧力は、一様流圧力 p_∞ で無次元化し、 $p/p_\infty=0.9935-0.9965$ の範囲で示している。

5. 結論

圧縮性 Navier-Stokes 方程式による 2 次元円柱の高精度非定常層流解析を行い、複雑な 3 次元縦渦構造を捕えると共に、遷移ストローハル数を定量的に評価することに成功した。

スパン方向に異なる特性長を持つ Mode A、Mode B を捕獲し得たという点で、本研究で用いた高精度スキーム及び格子生成手法の妥当性が検証された。

また、両モードの捕獲のしやすさの違いの原因等、いくつかの今後の課題を抽出した。

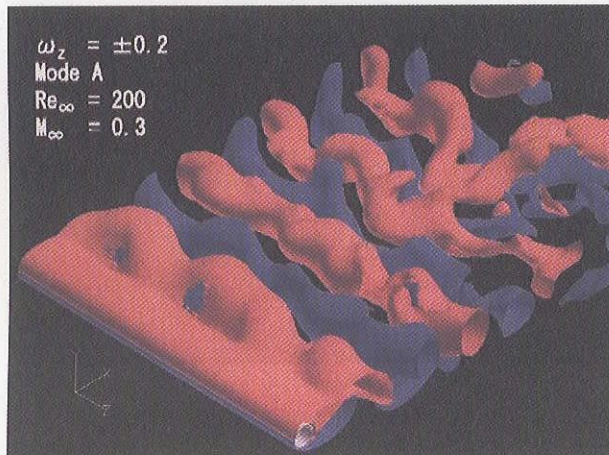


図 4.1 (a) Vorticity ω_z , $Re_\infty=200$, Mode A

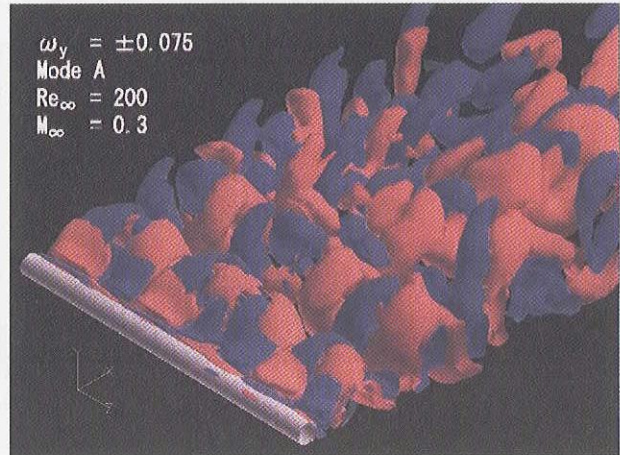


図 4.1 (b) Vorticity ω_y , $Re_\infty=200$, Mode A

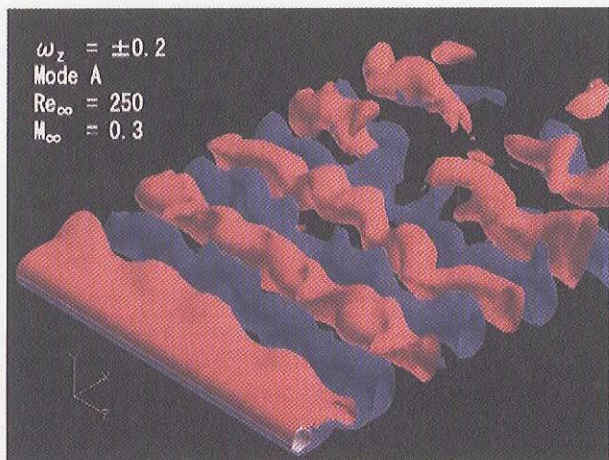


図 4.2 (a) Vorticity ω_z , $Re_\infty=250$, Mode A

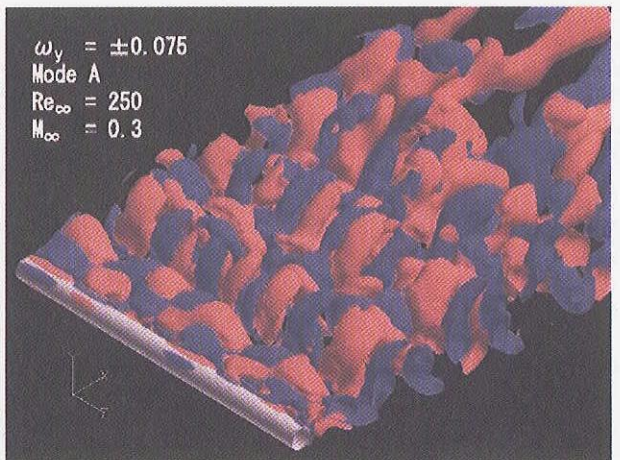
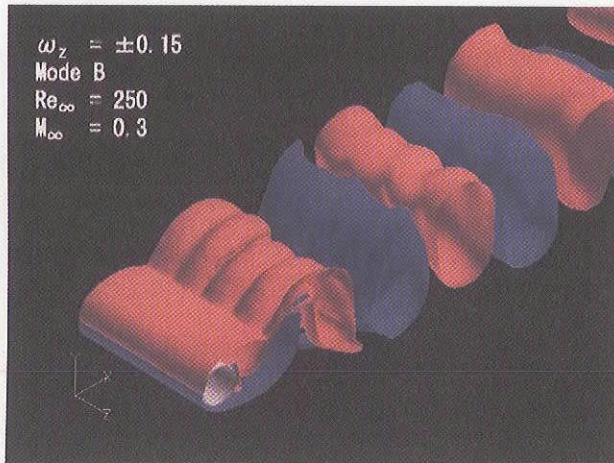
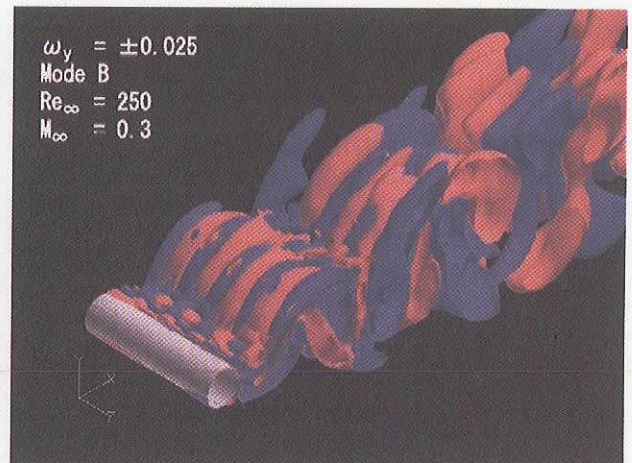
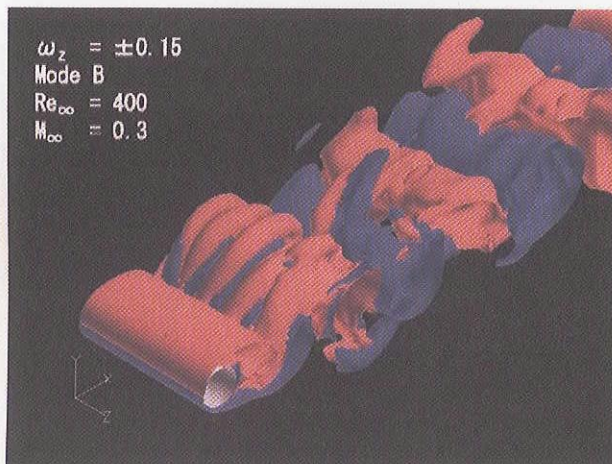
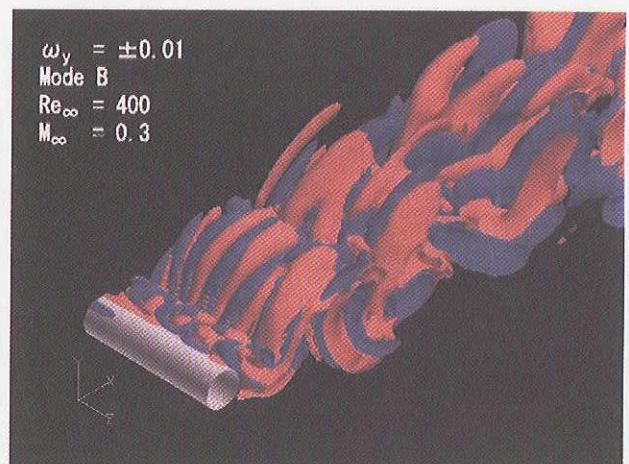
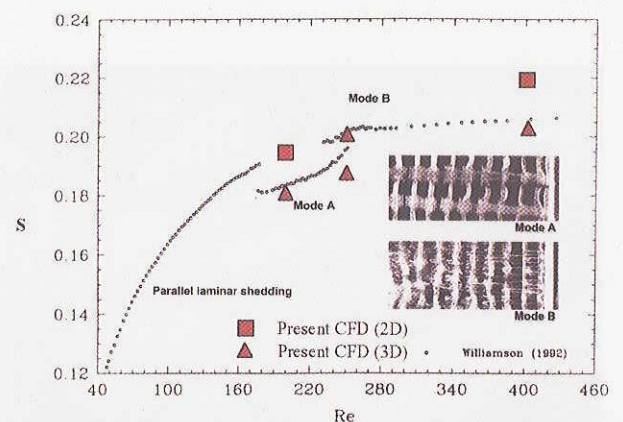


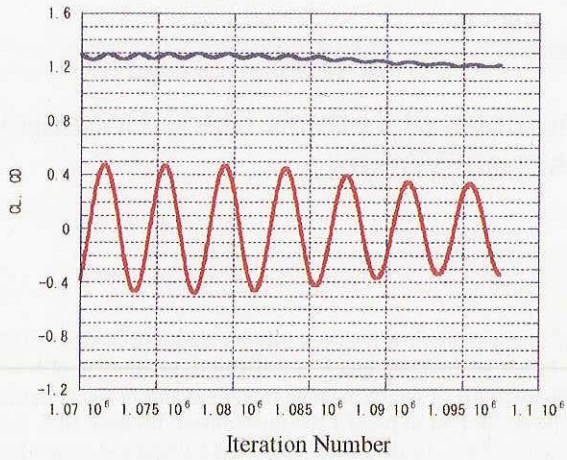
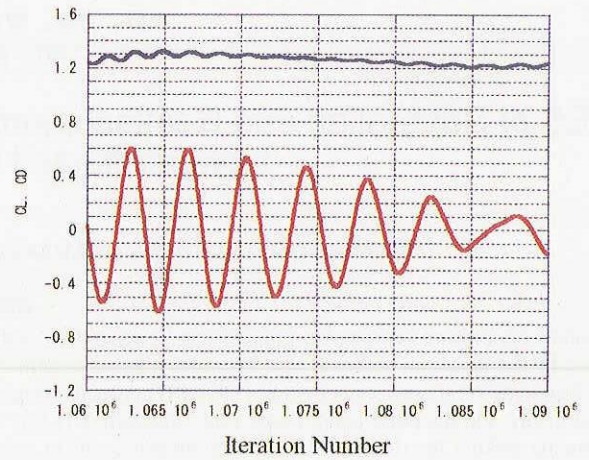
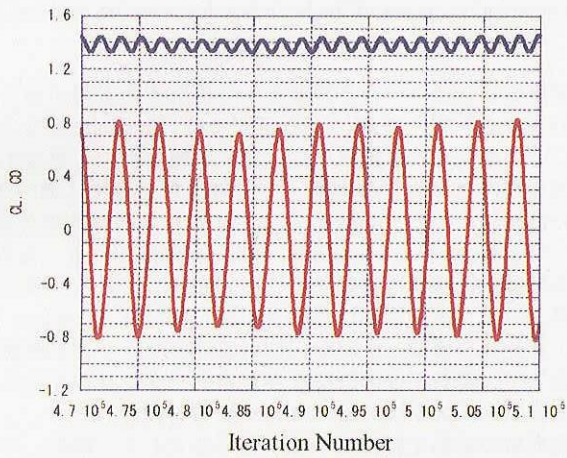
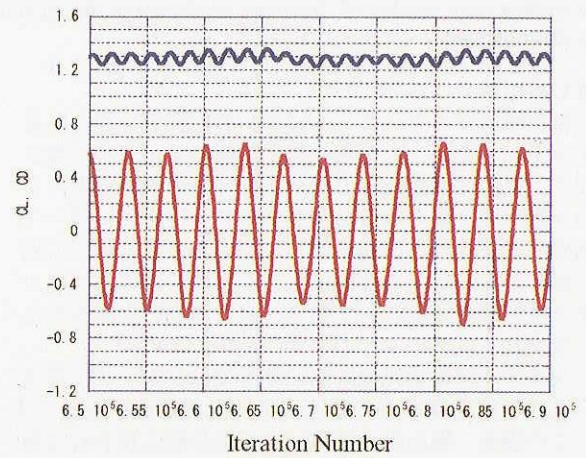
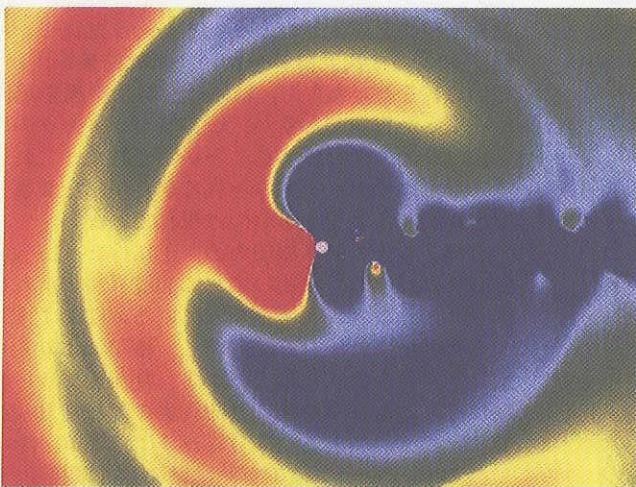
図 4.2 (b) Vorticity ω_y , $Re_\infty=250$, Mode A

図 4.3 (a) Vorticity ω_z , $Re_\infty=250$, Mode B図 4.3 (b) Vorticity ω_y , $Re_\infty=250$, Mode B図 4.4 (a) Vorticity ω_z , $Re_\infty=400$, Mode B図 4.4 (b) Vorticity ω_y , $Re_\infty=400$, Mode B

参考文献

- 1) Williamson, C. H. K., Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 28, pp.477-539, 1996.
- 2) Zhang H, et.al., Phys. Fluids, Vol. 7, pp.1, 1995.
- 3) J. Kim and D. Lee, AIAA J., Vol. 34, pp.887-893, 1996.
- 4) D. Stanescu and W. Habashi, J. Comput. Phys., Vol. 143, pp.674-681, 1998.
- 5) Gaitonde, D. V. and Visbal, M. R., AIAA J., Vol. 38, pp.2103-2112, 2000.
- 6) T. Poinso and S. Lele, J. Comput. Phys., Vol. 101, pp.104-129, 1992.
- 7) J. Kim and D. Lee, AIAA J., Vol. 38, pp.2040-2049, 2000.
- 8) J. Kim and D. Lee, AIAA J., Vol. 42, pp.47-55, 2000.
- 9) Williamson, C. H. K., J. Fluid Mech., Vol. 328, pp.345-407, 1996.

図 4.5 ストローハル数 - Re 数関係の実験結果との比較

図 4.6 C_L, C_D 履歴 (Mode A, $Re=200$)図 4.7 C_L, C_D 履歴 (Mode A, $Re=250$)図 4.8 C_L, C_D 履歴 (Mode B, $Re=250$)図 4.9 C_L, C_D 履歴 (Mode B, $Re=400$)図 4.10 微小圧力波 ($Re=400, p/p_\infty=0.9935-0.9965$)

上流ウェークの影響を受けるタービン翼面境界層の剥離—再付着現象の LES 解析

大庭 芳則、荒川 忠一、松尾 裕一
IHI、東京大、JAXA

LES of Separation and Reattachment Phenomena of Turbine Blade Boundary Layers Affected by Upstream Wakes

by
Yoshinori OOBA (IHI), Chuichi ARAKAWA (Univ. of Tokyo), Yuichi MATSUO (JAXA)

ABSTRACT

In small gas turbine engines, the boundary layer separation-reattachment phenomena on low pressure turbine blade surfaces are strongly affected by the upstream wakes at low Reynolds number conditions ($O \sim 10^5$). It is well known that it is difficult to predict the phenomena using Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) approach because of the assumptions of the turbulence modeling and of the complicated flow structure. On the other hand, Large Eddy Simulation (LES) will be the powerful tool to predict the phenomena, because LES enables to correctly predict the detailed flow structures that occur in turbulent boundary layers. In the study, LES was carried out to predict the phenomena of a wake blade interaction. The wake was generated by a moving cylinder which interacted periodically with a turbine blade. The flow field was discussed for a Reynolds number of 130,000 based on the chord length of the blade. The LES results were evaluated by comparing with measured data. From the results, it was found that the time averaged static pressure (C_p) profiles on the blade agree with the experimental data. More detailed comparisons using velocity root mean square (RMS) values on the different locations of the blade suction surface were conducted. Accurate prediction of the separation-reattachment phenomena of the boundary layer on the blade suction surface was obtained.

1. はじめに

小型航空機用ガスタービンエンジンの低圧タービンは長さスケールが小さいことから、作動状態のレイノルズ数が低くなり、更に、高空条件では地上条件での半分程度のレイノルズ数の流れ場となることが知られている¹⁾。タービン翼列の境界層流れ場の様子は、レイノルズ数によって異なっており、タービンの性能は大きく影響を受ける。図1はレイノルズ数の変化に対するタービン翼列の性能の変化を示しており、以下の4つの形態に分類できる。

- ① レイノルズ数が比較的高い条件では、タービン翼面境界層は前縁付近で層流—乱流境界層遷移を起こす。この場合、翼面の大部分は乱流境界層に覆われており、タービン翼面に沿って境界層が形成される流れ場となる。タービン性能は翼後縁付近で境界層が乱流剥離を起こすかどうかによって変化するが、圧力損失は比較的低く抑えられる。
- ② レイノルズ数が低くなると、タービン翼面は層流境界層で覆われる領域が大きくなり、翼負圧面の減速領域で層流剥離を起こす。剥離により境界層は層流—乱流遷移（剥離遷移）を起こし、乱流境界層となる。乱流境界層は翼負圧面に再付着して、剥離泡を形成する。この場合、圧力損失は小さい。
- ③ 更にレイノルズ数が低くなると、翼負圧面での剥離泡領域が大きくなり、翼後縁よりも上流位置で再付着することが出来なくなり、境界層は翼負圧面から完全に剥離する流れ場となる。この場合、上記の①、②に比べて著しく圧力損失が増加する。
- ④ レイノルズ数が非常に小さくなると、レイノルズ数が低下するのに従って、タービン性能が大幅に悪化する。

多段で構成されている低圧タービンの場合、上流翼列の後流が下流翼列流路内を通過する。その際、翼列間の相対位置が変わるために、上流翼列の後流は下流翼列の前縁で分断され、下流の翼列流路内を間欠的に通過する（図2参照）。この上流後流は、翼列流路を通過する際に、後流翼列の翼面境界層の剥離—再付着現象に強く影響を与える。このことから、高空条件でのタービン性能の向上には、翼

面境界層の剥離—再付着現象を十分理解する必要がある。この現象の試験・計測による研究では、Hodson らは $Re=2.9 \times 10^5$ の条件での直線タービン翼列試験を行い、翼負圧面の境界層内で発生する剥離—再付着現象を詳細に調べた²⁾。この計測において、Hodson らはレイノルズ数が約半分まで低下する場合 ($Re=1.5 \times 10^5$) では、剥離泡が大きくなり再付着位置が後縁側に移動することも確認している。また、多段タービン翼列における場合では、Volker と Hodson らが上流後流を模擬した移動円柱付直線タービン翼列試験を実施して、翼負圧面の詳細な非定常データを採取することで上流翼列が翼面境界層に与える影響を調査した³⁾。

境界層の挙動を詳細に予測する手法として、RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) を用いた CFD 解析による研究が行われており、乱流モデル制約から翼面の剥離—再付着現象の予測には境界層遷移モデルの導入が必要であることが知られている。Dorney らは2段で構成される低圧タービンの流れ場に対して、Abu-Ghannam、Shaw (ABS) 遷移モデルを導入した Baldwin-Lomax 乱流モデルを用いて RANS による2次元計算を行い、試験結果を用いて境界層分布の比較を行った^{4,5)}。結果は、試験結果を定性的に予測することが可能であるが、境界層パラメータの時間的变化をかなり過大に評価することが示された。これまで、さまざまな遷移モデルが試みられてきたが、上流翼列後流の影響を適切に予測できるものは現れていない。

一方、近年の計算機能力の向上に伴い、Large Eddy Simulation (LES) を用いて、翼面境界層の流れ構造を詳細に予測することが可能となっている。LES は計算格子幅よりも大きい流れ場を直接計算し、格子幅よりも小さい領域にモデル化を導入することから、乱流モデルの特性が流れ場に与える影響が少なく、流れ場の詳細な乱流構造を捉えることが利点である。Fujiwara らは、 $Re=1.76 \times 10^5$ の条件での TL10 タービン直線翼列試験の LES 解析を行い、後縁付近の翼負圧面で境界層が剥離した後に、乱れを生じさせて翼面に再付着する結果を得た⁶⁾。LES 解析結果の翼面静圧分布や境界層の形状係数から、剥離した後の境界層が乱流に近くなっていることから、剥離遷移現象の特徴を捉える結果を示した。また、Ooba らは Re 数を変化させた直線タービン翼列の LES 解析を実施して、 Re 数を減少させた場

合、翼負圧面で発生する剥離泡の大きさが下流方向に大きくなる現象を捉えることを示した⁷⁾。また、上流翼列の後流を考慮するために、Opieiraらは上流移動円柱付き直線タービン翼列のLES解析を実施し、同様の試験結果を用いて境界層厚の比較を行った⁸⁾。結果は、概ね試験結果との一致を得たが、格子解像度が十分でなかったことから、70%コードより下流位置で境界層が著しく発達する現象を捉えていなく、試験結果に比べて、再付着位置が異なる結果を示した。

本研究では、上流翼列の後流が剥離—再付着現象に与える影響の予測精度の確認を目的として、上流に移動円柱を有する直線タービン翼列のLES解析を高解像度の計算格子を用いて実施して、境界層内の詳細な計測結果との比較を行う。

2. 解析対象

本解析で用いたタービン翼列の作動条件を以下に示す。タービン翼弦長とタービン出口流速を基にしたレイノルズ数が 1.3×10^5 の条件で、円柱直径—翼弦長比が0.0128の条件を解析対象とした(図3参照)。円柱はタービン出口流速と翼弦長を基にした無次元周波数0.78とし、図中下方向に移動する計算を行った。また、計算領域のスパン長—翼弦長比を1として、スパン方向の両端に周期境界条件を与えることで、翼端面の影響を無視した。本計算では、試験の流入乱れ度が小さいので、円柱より上流位置での乱れを無視する条件で解析を行った。

3. 数値解法

本計算ではFavreフィルタ化された3次元圧縮性Navier-Stokes方程式に対して有限差分法を用いて離散化を行った。対流項の空間差分には計算の安定化の為に風上差分を用いた。Smagorinsky SGS乱流モデル(Smagorinsky定数0.10)を用いてSGSの乱流粘性係数を求めた⁹⁾。更に、壁面境界層の壁面付近の挙動を正確に捉える為にvan DriestのダンピングファクタをSmagorinsky定数に掛けた。時間積分には陰解法を用いて、非定常計算の各時間ステップの解析結果を収束させるためにNewton反復法を導入した。本計算手法では、CFL条件が計算領域内で局所的に20程度となるが、ほとんどの領域で1前後となる時間刻み幅での解析が可能である。図4に本解析に用いた計算格子を示す。円柱領域とタービン翼列部の両方に対してH型格子を生成し、円柱とタービン翼前縁との中間位置で格子を接合した。また、円柱：タービン翼列の比を1:1とし、ピッチ方向両端に周期境界条件を与えて、円柱と翼列の相対位置を時間ステップ毎に変化させることで周期的に後流が翼列に流入する流れ場を模擬した。計算格子の解像度は壁面垂直方向の最小格子幅を $\Delta Y^+ = 1.0$ として、円柱部と翼列部を合わせて5200万点の格子点数を用いている。大規模格子点数の計算を効率的に行う為に、計算領域を円柱部(2領域)、翼列部(8領域)のそれぞれ小計算領域に分割して、各計算領域を別々のCPUに割り当てるマルチブロック法を用いた並列計算を行った。CPU間の通信にはMessages Passing Interface (MPI)を用いており、並列計算時の計算効率を低下させないために、各CPUで計算する格子点数はほぼ同一になるようにした。図5は円柱部と翼列部との間の接合部の拡大図を示す。接合部は、流れ方向4本の格子線を重ね合わせており、お互いの格子線上でピッチ方向の線形補間を行うことで、補間操作による計算誤差を少なくした。

4. 結果および考察

4. 1 移動円柱付きタービン翼列流れ場の非定常渦構造

図6(a)にLES解析結果の瞬時流れ場の速度分布を示す。円柱は図中の上から下方向に移動する。青い領域は速度の遅い領域を示し、赤い領域は速度の速い領域を示す。図からタービン流路を通過することで流れが加速される様子や、翼正圧面の前縁付近に低速度の領域が存在し、翼負圧面に高速度の領域が存在するなど、局所的に流れ場が変化する様子が判る。ここで、タービン翼列を通過する主流の流れ場は加速流であるので、基本的には境界層は剥離しないが、翼負圧面の翼弦長中央付近に速度の最大領域が存在することから、その領域から翼後縁までの流れ場は減速領域(逆圧力勾配)となり、層流境界層が剥離する可能性がある。円柱後流がタービン翼列流路を通過する様子を理解する為に、流れ場の渦度強度分布を示す(図6(b)参照)。赤い領域は渦度の大きい領域を示しており、円柱後流やタービン翼列の翼面境界層、及び後流の領域を表している。タービン境界層内部や円柱後流内部では多数の渦構造が形成される様子や減衰する様子が、LES解析を用いることにより捉えられている。この結果から、円柱後流がタービン翼列を通過する際に、タービン翼列の翼面境界層や後流と干渉するなど複雑な挙動をしていることが判る。円柱後流のタービン翼列流路での挙動を詳細に観察する為に、渦度強度分布を時系列に表示した結果を示す(図7参照)。

- ① 図7(a)中の破線は円柱後流を示す。円柱の後流がタービン翼列に流入する前は、上流の流れ角と円柱の移動速度が一定であるので、ほぼ直線的な分布となっている。
- ② タービン翼列の流速は、正圧面前縁付近では遅く、流路中央付近では速くなっているため、後流が翼列に流入すると、流路中央付近の分布が徐々に湾曲する(図7(b), (c)参照)。
- ③ 後流が翼前縁に衝突して、分断される(図7(d)参照)。
- ④ 翼列流路内の正圧面から負圧面方向の圧力勾配に従い、円柱後流は翼負圧面付近に移動する(図7(e)参照)。
- ⑤ 円柱後流が翼負圧面に沿って流れる際に、境界層内に大きな渦度を持つ渦構造を生成しながら下流方向に流出する(図7(f)参照)。

以上に示す流れ場の変化が、円柱とタービンの相対位置が変化するのに従って繰り返して発生し、円柱後流がタービン境界層の流れ構造に非定常的な影響を与えていることが判る。

4. 2 上流円柱後流がタービン翼面境界層に与える影響

図8に試験結果とLES解析結果から得られた時間平均のタービン翼面静圧係数分布の比較を示す。横軸に翼前縁からの翼表面距離を示し、縦軸に静圧係数(C_p)を示す。ここで、 C_p は以下の式で表される。

$$C_p = \frac{P_{t_in} - P_s}{P_{t_in} - P_{s_ex}}$$

P_{t_in} : タービン入口全圧

P_{s_ex} : タービン出口静圧

P_s : タービン翼面静圧

上流から円柱後流が流入しない場合は、翼負圧面の翼面距離 70% から 93% 位置の間で C_p が一定（静圧一定）の領域が存在し、その後、93% 位置から後縁までの間で著しく C_p が減少（静圧増加）する領域が存在する。これは、境界層が剥離する領域では静圧が変化せず、乱流境界層になることで速度が低下することを示しており、境界層が層流剥離することで層流-乱流遷移を起こして、翼後縁付近で再付着したことが判る。一方、円柱後流が流入する場合は、静圧一定の領域が小さくなっていることが判る（翼面距離位置 70% から 86% の間）。これは、後流が流入することで、剥離領域が小さくなり、再付着位置が上流に移動したことを示す。一方、LES 解析結果は試験結果に見られる C_p 一定領域とその後の C_p 減少領域を予測しており、円柱が流入しない場合に、タービン翼列の境界層で発生する剥離—再付着現象の傾向を示している（図 8 中実線）。更に、円柱後流が流入する場合にも、試験結果との良好な一致が得られており、上流後流が翼面境界層の剥離—再付着現象に与える影響を予測したことを示している。

図 9 は翼負圧面上の 4 点 {位置 1 (64. 75%S)、位置 2 (73. 9%S)、位置 3 (86. 2%S) 及び位置 4 (95. 4%S)} での、LES 解析結果から得られたせん断応力の時間履歴を示す。ここで、S は前縁から後縁までの負圧面に沿った長さを表す。図中の横軸は円柱後流が流入する周期で無次元化された経過時間を示しており、破線 (W1 ~ W6) は円柱後流が翼負圧面に沿って流れる軌跡を表す。位置 1 では後流円柱が通過する際に、局所的にせん断応力が高くなる領域が存在することが判る。せん断応力の時間的な変化は比較的滑らかであり、せん断応力の変化量も小さい。位置 1 より下流位置の位置 2 では、円柱後流が流入した領域で局所的にせん断応力が激しく変化する現象が発生しており、境界層の乱れが生成され始めている。但し、乱れが発生する領域は円柱後流が通過する領域に限定的に存在し、円柱領域が通過した後は乱れが小さくなっていることが判る。更に下流位置の位置 3、4 では、乱れの生成は著しくなり、円柱後流が通過していない間でも、翼面境界層が常に乱れており、せん断応力の変化量も著しく大きくなっている。

試験結果との比較を行う為に、LES 結果から得られた翼負圧面付近の速度分布にアンサンブル平均化操作を行い、速度の自乗平均平方根の空間-時間分布図 (S-T 図) を求めた (図 10 参照)。ここで、速度の自乗平均平方根は境界層内で発生する乱れを表している。

アンサンブル平均操作

$$\bar{U}(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N U_j(t)$$

アンサンブル自乗平均平方根操作

$$U_{\text{RMS}}(t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (U_j(t) - \bar{U}(t))^2}$$

t	: 経過時間
N	: サンプル個数
$U_j(t)$: 速度
$\bar{U}(t)$: アンサンブル平均化速度
$U_{\text{RMS}}(t)$: アンサンブル自乗平均平方根

横軸は前縁から後縁までの負圧面に沿った距離（翼面距離位置 65% ~ 100% の間）を、縦軸は円柱後流の流入する周期で無次元化した経過時間（3 翼列周期分）をそれぞれ

示す。図中の点線は、翼負圧面上を円柱後縁が通過する軌跡を表す。試験結果では、円柱後流が通過する軌跡を中心にして速度乱れが大きくなることが判る。更に、翼面距離 85% 位置付近から後縁までの間に、乱れが最大となる領域が周期的に存在している。このことから、円柱後流により境界層乱れが促進されていることが判る。図 8 の円柱後流の流入がある場合に、翼面距離 85% 位置から再付着が開始されていることを考慮すると、この乱れの発生により境界層が乱流境界層となり、再付着位置が上流側に移動したことが理解できる。一方、LES 解析結果でも翼面距離 85% 位置から後縁までの間で速度乱れが局所的に最大となる領域が存在している。加えて、この領域は円柱後流が流入する際の周期的な軌跡上に存在しており、試験結果の特徴を非常に良く予測していることが判る。

5. 結論

移動円柱付き直線タービン翼列の流れ場に、高解像度の計算格子 (5200 万点) を用いた大規模 LES 解析を実施した。

- 1、時間平均化したタービン翼面 C_p 分布を試験結果と比較した結果、上流から後流が流入することにより境界層の再付着領域が上流に移動する現象を高精度に予測した。
- 2、LES 解析結果を詳細に分析することで、上流後流がタービン翼面境界層を通過する際に乱れが発生させ、再付着位置を上流に移動させるメカニズムを示した。

謝 辞

本研究は地球シミュレータの公募研究「乱流コンソーシアム」の研究項目として実施され、地球シミュレータセンター及び乱流コンソーシアムの協力を受けて行われた。ここに感謝の意を表する。

参考文献

- 1) Hodson, H.P., "Aspect of Unsteady Blade-Surface Boundary Layers and Transition in Axial Turbomachines", von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series 1991-06 "Boundary Layers in Turbomachines", (1991).
- 2) Hodson, H.P. and Dominy R.G., "Three-Dimensional Flow in a Low-Pressure Turbine Cascade at Its Design Condition", ASME, J. of Turbomachinery, Vol. 109, (1987).
- 3) Schulte, V. and Hodson, H.P., "Unsteady Wake-Induced Boundary Layer Transition in High Lift LP Turbine", ASME 96-GT-486, (1996).
- 4) Dorney, D. J. et al., "Study of Boundary Layer Development in a Two-Stage Low-Pressure Turbine", AIAA99-0742, (1999).
- 5) Baldwin, B. S. and Lomax, H., "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows", AIAA78-257, (1978).
- 6) Fujiwara, H., Voke, P.R. and Arakawa, C., "Large Eddy Simulation of TL10 LP turbine blade row", Proceedings of 5th International Symposium on Engineering Turbulent Modeling and Measurements, (2002).
- 7) Ooba, Y. et al., "Large Eddy Simulation of a Low Pressure Turbine Cascade", AIAA2003-1213, (2003).

- 8) Opiela, M., Meinke, M. and Schroder, W.,
“Simulation of a Wake-Blade Interaction in
Moving Grids”, Proceedings of 1st ICCFD, (2000).

- 9) Smagorinsky, J., “General circulation
experiments with the primitive equations, I The
basic experiment”, Monthly Weather Review, 91,
(1963), 99-164.

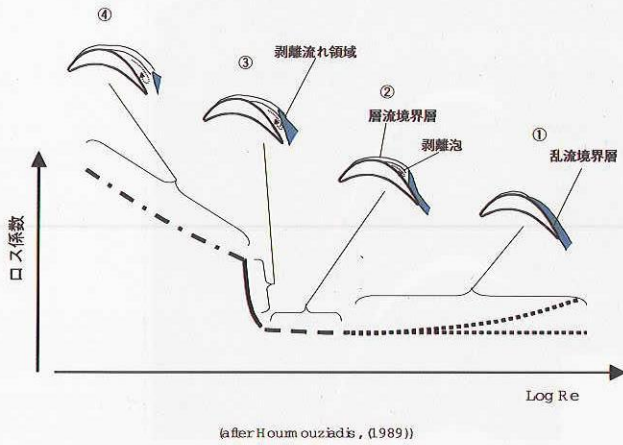


図1 レイノルズ数によるタービン性能の影響

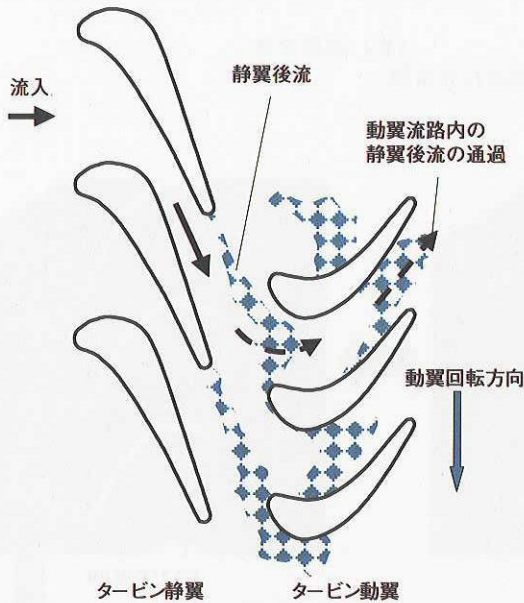


図2 タービン翼列の動静翼列間後流干渉の概念図

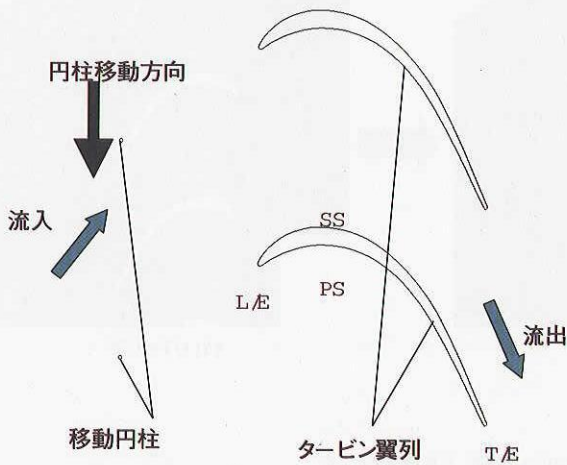


図3 移動円柱付きタービン翼列概念図

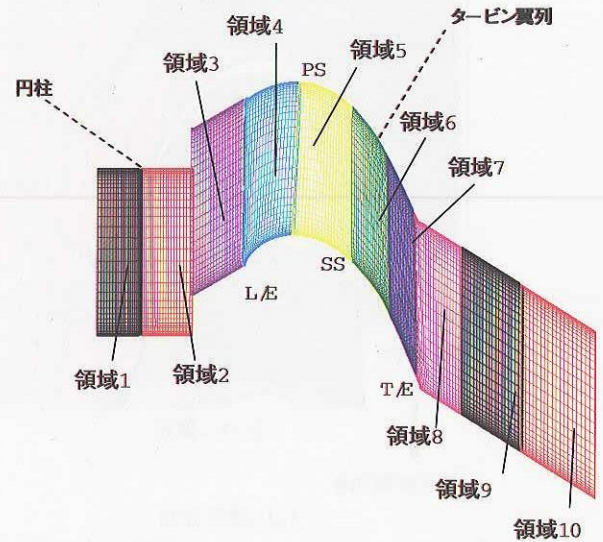
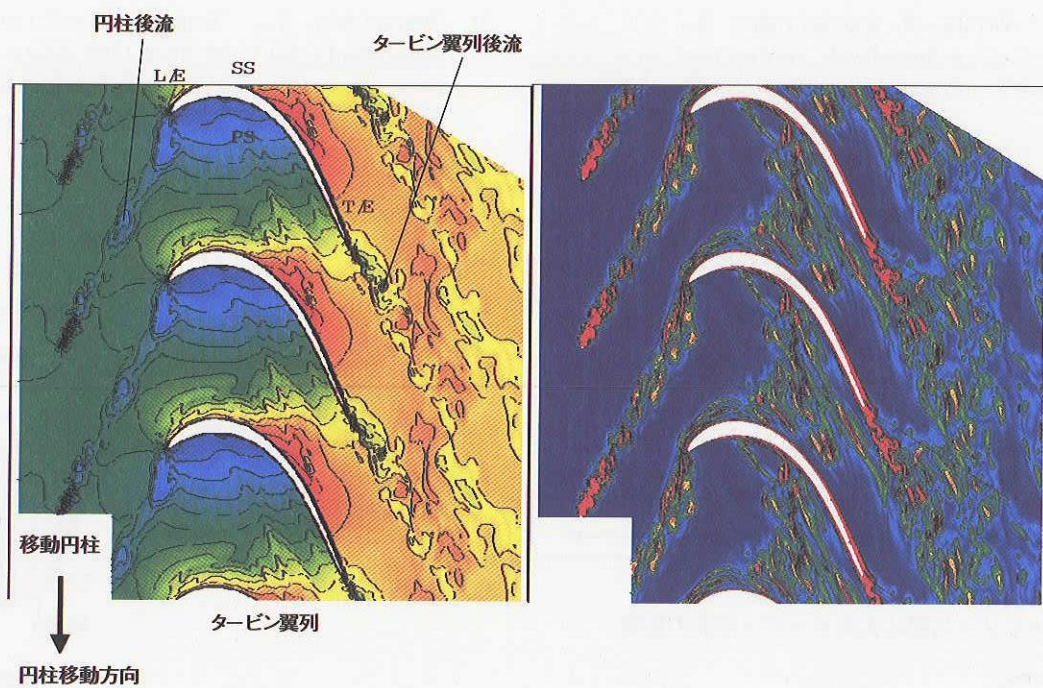


図4 計算格子 (移動円柱付きタービン翼列)

オーバーラップ領域 (格子点オーバーラップ)



図5 計算格子 (移動円柱部一翼列部境界位置拡大図)



(a) 速度分布

(b) 温度分布

図6 タービン翼列内部の瞬時流れ分布図

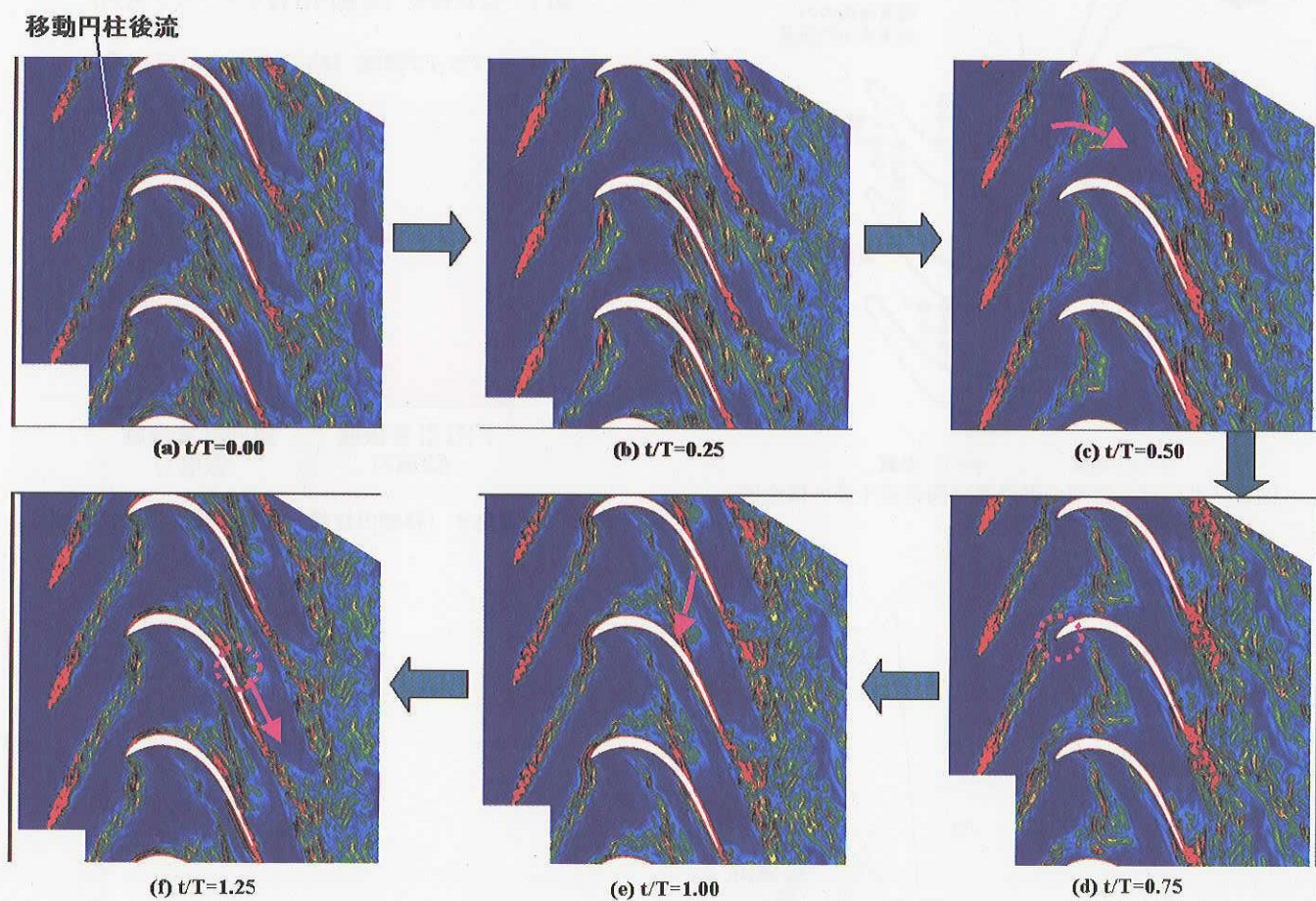


図7 移動円柱後流のタービン翼列内部の挙動 (温度分布図)
 (t: 経過時間, T: 移動円柱周期)

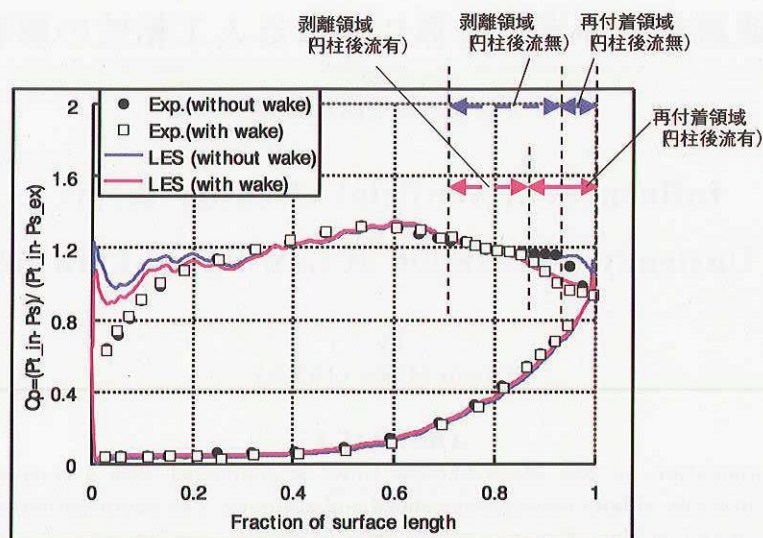
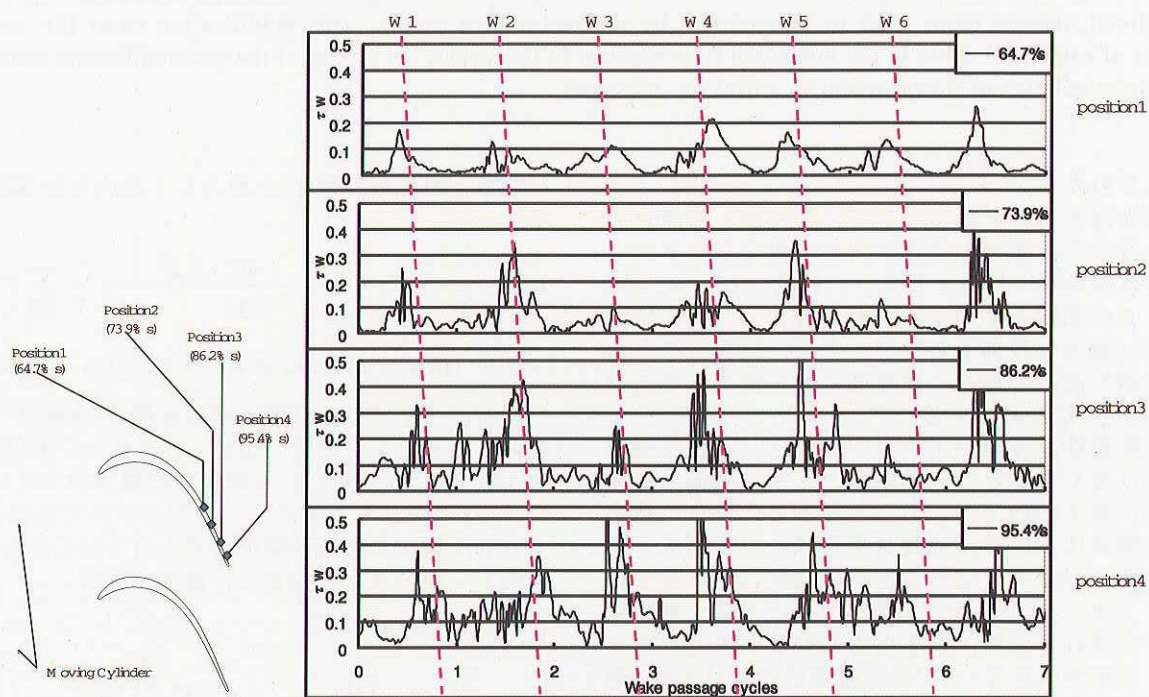
図8 翼面 C_p 分布

図9 翼負圧面のせん断応力分布図

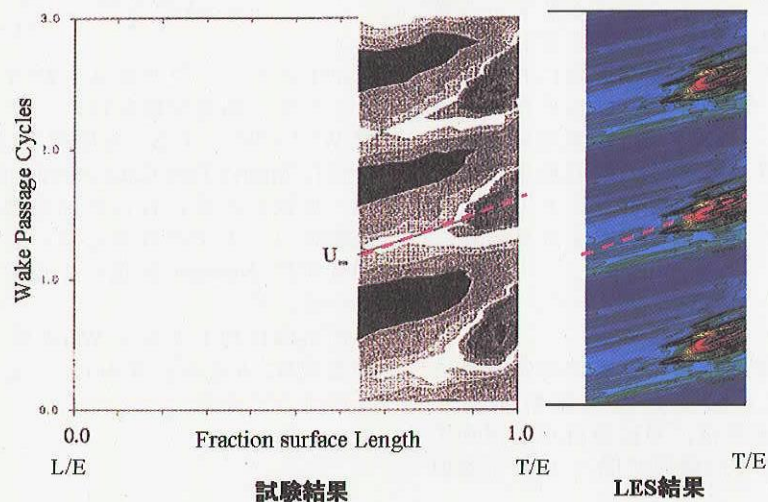


図10 翼負圧面 S-T 分布図 (速度のアンサンブル自乗平均平方根)

低速流れの非定常計算における人工粘性の影響

向井純一
宇宙航空研究開発機構

Influences of Artificial Viscosity Terms on Unsteady Calculation of Low-Speed Flowfield

by
Junichi Mukai (JAXA)

ABSTRACT

When computational simulation for low Mach number flows is conducted with a compressible flow solver, its performance deteriorates in terms of both convergence speed and accuracy. The deterioration of accuracy is caused by excessive artificial viscosity in low Mach flow regions. In order to improve convergence of an iterative method, a local preconditioning method for low speed flow is frequently used. The preconditioning method minimizes the wave speed range between a particle wave and an acoustic wave. When the preconditioning method is applied to an upwind scheme, its artificial viscous terms need to be modified by preconditioning matrix. This modification cures the accuracy problem of calculated flows in the low-Mach flow regions. In this paper, the effects of the preconditioning method on unsteady calculation of flows around an airfoil are discussed.

1. はじめに

圧縮性流体用の計算コードで、低マッハ数流れの計算を行うと、音速と流速が大きく異なるために、解の収束性が悪くなってしまう。所謂 stiffness と呼ばれるこの問題を解消するための方法として、時間微分項に適当な行列をかけることで、計算上のみかけの音速を流れの速さと同程度にして解を求める前処理法⁽¹⁻⁶⁾が使われている。

また圧縮性流体コードによる低マッハ数流れ場解析におけるもうひとつの問題点として、対流項流束の評価に風上型のスキームを用いると、マッハ数が小さい領域において、運動量保存式に対する人工粘性の大きさが過剰になることが理論的に示されている^(2,7)。このことが原因で翼型周りなどの定常解析において、流れが低速になると正しい解が得られなくなることが知られている⁽⁷⁾。前処理法においては、前処理行列を用いて人工粘性項の修正を行うことで、この計算精度の問題も解消される。

このように圧縮性流体コードにおける低マッハ数流れでの計算精度の悪化については、定常計算においては解析例が存在するが、非定常計算においては渦の移流など簡単な例^(3,4,6)を除いては認められない。そこで本件究では、マッハ数 0.1 程度の翼型周り流れにおいて、通常の圧縮性コードでの計算結果と前処理法を用いた計算結果との比較を行うことで、人工粘性の違いが非定常解にどの程度影響を与えるかについて議論する。

2. 計算手法

前処理法を用いた有限体積法による非定常計算について、Euler 方程式を例にとって説明する。Navier-Stokes 方程式の場合は、単に粘性項を付加するのみでよい。前処理法では擬似時間 τ による擬似

時間項と前処理行列 Γ を導入して次の差分式を用いる⁽⁴⁾。

$$\Gamma \frac{W^{s+1} - W^s}{\Delta \tau} + \frac{3Q^{s+1} - 4Q^n + Q^{n-1}}{2\Delta t} + \frac{1}{V} \sum_{face} F^{s+1} = 0$$

$$Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e), \quad W = (\rho, u, v, w, T)$$

ただし、ここでは時間微分項は片側 2 次精度で差分近似したものを考えた。なお、 V はセルの体積、 F はセル表面における流束、 n は物理時間を示すインデックス、 s は内部反復を示すインデックスである。

内部反復における時間進行法を行うに当たって、 s に関して差分式を次のように線形化する。

$$W^{s+1} = W^s + \delta W^s$$

$$\left[I + \frac{3\Delta \tau}{2\Delta t} \Gamma^{-1} \frac{\partial Q}{\partial W} + \Delta \tau \frac{1}{V} \Gamma^{-1} \sum \frac{\partial F}{\partial W} \right] \delta W^s = -\Delta \tau \Gamma^{-1} \left[\frac{3Q^s - 4Q^n + Q^{n-1}}{2\Delta t} + \frac{1}{V} \sum F^s \right]$$

$n+1$ ステップでの解は、 W^n までの解が求まっているとして、内部反復を行い、 W^s が十分収束した時点で $W^{n+1} = W^s$ とする。本研究では、内部反復の時間進行法に Matrix Free Gauss-Seidel 陰解法⁽⁸⁾を用いた。なお、比較のために行った前処理法を用いない通常の圧縮性コードでの計算においては、擬似時間項は付加せずに Newton 反復による陰解法を用いて計算している。

前処理行列 Γ として Weiss 等⁽¹⁾のものをを用いた。その表式は、 h をエンタルピー、 c_p を定圧比熱として以下のようなになる。

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \rho'_p & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ u\rho'_p & \rho & 0 & 0 & u\rho_T \\ v\rho'_p & 0 & \rho & 0 & v\rho_T \\ w\rho'_p & 0 & 0 & \rho & w\rho_T \\ h\rho'_p - 1 & \rho u & \rho v & \rho w & \rho h_T + h\rho_T \end{pmatrix}$$

ここで、理想気体の場合には、

$$\rho_T = -\frac{\rho}{T}, \quad h_T = c_p, \quad \rho'_p = \frac{1}{U_r^2} + \frac{1}{h}$$

である。\$U_r\$は局所的な流速に応じて以下のように決める。

$$U_r = \begin{cases} \varepsilon c, & \text{if } |\mathbf{u}| < \varepsilon c \\ |\mathbf{u}|, & \text{if } \varepsilon c < |\mathbf{u}| < c \\ c, & \text{if } |\mathbf{u}| > c \end{cases}$$

ここで、\$\varepsilon\$は淀み点付近のように流速がほぼ0となるところで前処理行列が特異点を持つことを防ぐためのカットオフ値である。\$\varepsilon\$の値によって計算の安定性が左右され、外部流の場合では一様流のマッハ数と同じ程度に取れば良いとされているが、一般的にどのように与えれば良いのかはまだ知られていない。

このとき、\$\Gamma^{-1}\partial F/\partial W\$の固有値\$\lambda\$は、通常の圧縮性の方程式における固有値\$U, U, U, U+c, U-c\$とは異な

$$\begin{aligned} \lambda &= U, U, U, U+c, U-c \\ U &= \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}, & U' &= U(1-\alpha), \\ c' &= \sqrt{\alpha^2 U^2 + U_r^2}, & \alpha &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{U_r^2}{c^2} \right) \end{aligned}$$

となり、低速領域における固有値の大きさが全て\$U\$のオーダーとなる。これに対し、通常の圧縮性の方程式では、低速領域では\$U \ll c\$であるため、固有値の大きさがアンバランスとなり、解の収束性と精度の悪化が認められている。また、超音速領域では常に\$U_r = c\$であり、このとき\$\Gamma = \partial Q/\partial W\$となるため、固有値は通常の圧縮性の方程式と同一のものになる。

対流項の評価は、Roe平均を用いたFlux Difference Splittingを用いた場合には、数値流束は次のように表すことができる。

$$\tilde{F} = \frac{1}{2}(F_R + F_L) - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial F}{\partial W} \right| \Delta W$$

前処理法を使うことにより、音速の大きさが擬似的に変更されているため、人工粘性項も変更された波の速さに合わせて、前処理行列を用いて次の修正を施す。

$$\tilde{F}_{pre} = \frac{1}{2}(F_R + F_L) - \frac{1}{2} \Gamma^{-1} \left| \frac{\partial F}{\partial Q} \right| \Delta Q$$

また本研究では、セル境界の両側での値\$F_R\$と\$F_L\$の評価に3次精度のMUSCL法を用いており、制限関数は使用していない。

本研究では計算コードとしてUPACS⁽⁹⁻¹¹⁾を用いた。なお粘性項の評価には2次精度中心差分を用いた。

3. 定常計算による比較

時間微分項が十分小さくなったとき、両計算方法における方程式の上での差異は、対流項の人工粘性のみである。そこでまず、低マッハ数流れでの人工粘性の振る舞いの違いを確認するために、NACA0012周りの流れについて定常計算を行った。亜音速流れにおいては、迎角とレイノルズ数を固定し、一様流の速さを小さくしていくと、翼にかかる抵抗は徐々に減少して一定値になるはずである。そこで、レイノルズ数を\$2.88 \times 10^6\$、迎角を2度とし、マッハ数を0.2, 0.1, 0.05, 0.01と変化させた計算を行った。乱流モデルはSpalart-Allmaras 1方程式乱流モデルを用いた。計算格子は約6.2万点のC型格子を用いた。

両者の計算結果より得られた抵抗係数\$C_d\$を圧力抵抗\$C_{dp}\$と摩擦抵抗\$C_{df}\$に分けて比較したものを表1に示す。前処理法を用いた結果ではマッハ数が小さくなると徐々に抵抗が減少しているのに対して、通常の圧縮性コードでの結果は逆に抵抗が大きくなっている。両者の結果とも、どのマッハ数においても摩擦抵抗はほぼ一定値であり、抵抗の傾向の違いは圧力抵抗からの寄与である。圧力抵抗は一様流流速が小さくなるとともに減少し、一定値に近づくはずなので、この通常の圧縮性コードでの傾向は非物理的なものである。また全ての計算結果は、ほぼマシンゼロまで収束させているので、通常の圧縮性コードにおいて圧力抵抗が増大しているのは、流れが非常に遅い場合に人工粘性の大きさが増えたことが原因である。図1に示したのは、それぞれの結果における圧力係数(\$C_p\$)の空間分布である。通常の圧縮性コードの結果では、後縁付近の等高線が非物理的に折れ曲がっていることから、人工粘性の増大が翼のこの部分での圧力場に大きな影響を与えていることが確認できる。

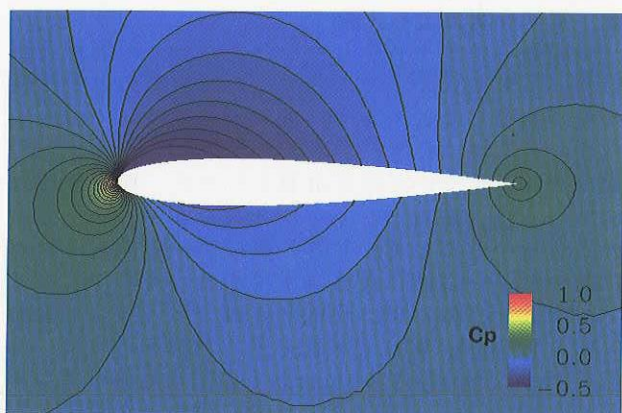
表1. NACA0012 定常計算 抵抗係数の比較
(単位は count)

Mach	\$C_d\$ Precond.	\$C_{dp}\$	\$C_d\$ w/o Precond.	\$C_{dp}\$
		\$C_{df}\$		\$C_{df}\$
0.2	95.0	19.6	95.2	19.8
		75.4		75.4
0.1	94.9	19.1	96.4	20.6
		75.8		75.8
0.05	94.8	19.0	98.9	23.1
		75.9		75.7
0.01	94.8	18.9	114.9	40.9
		75.9		74.0

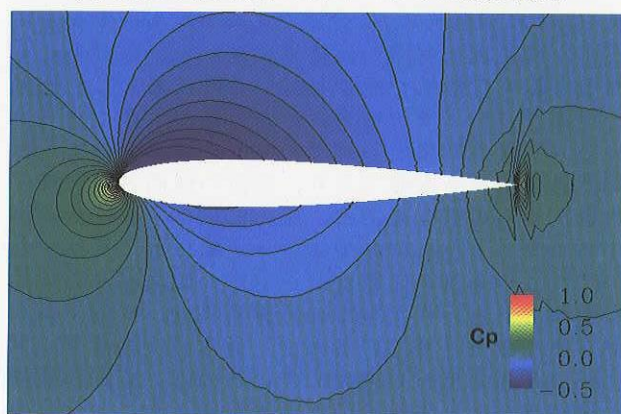
4. 非定常計算での計算結果

4-1 2次元計算

NACA64A-006周りの流れについて、前処理法を用いたコードと通常の圧縮性コードで2次元非定常計算を行って結果を比較した。計算条件はレイノルズ数が\$5.8 \times 10^6\$、迎角8度、マッハ数0.17である。乱流モデルは用いていない。計算格子点数は約3万点でこの種の剥離流れの非定常現象をシミュレートするには粗いものを用いている上、二次元計算であるた



(a) 前処理法を用いたコードでの計算結果



(b) 通常の圧縮性コードでの計算結果

図 1. 圧力係数の空間分布

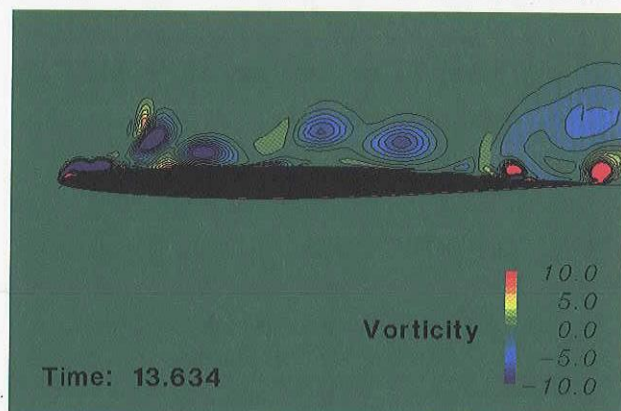
め、得られる結果は正しく流れ現象を表現してはいない。しかし、発生した渦の大きさなど、計算により得られた流れ場の特徴について比較を行うことで、両計算による解の性質が明確に比較でき、実規模計算を行う際の適応性が議論できる。

図 2 はそれぞれの結果についての瞬時の渦度分布である。この条件における NACA64A-006 周りの流れは前縁付近から層流剥離する。剥離した流れは、せん断層を形成して渦を巻き始めるが、通常の圧縮性コードで計算を行うと、前処理法を用いて計算した結果に比べ、剥離せん断層が安定しており、比較的下流側の位置で渦が巻き始める。また発生した渦自体の大きさも大きい。

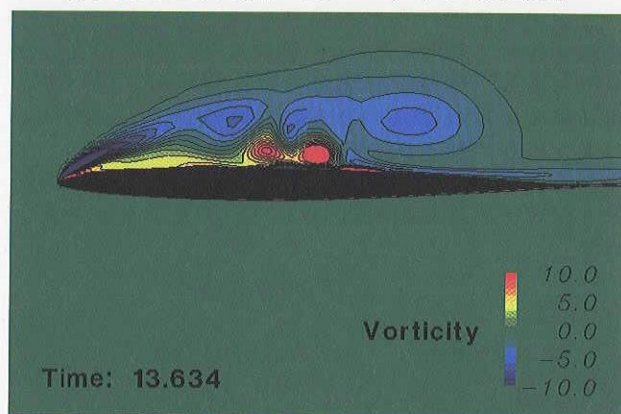
図 3 は対流項を中心差分と人工粘性に分けて考えたときの主流に対して垂直方向の人工粘性項の大きさをそれぞれの結果の瞬時場について比較したものである。通常の計算法では、前縁付近のせん断層に沿って人工粘性項が大きくなっている。これは、せん断層を跨いで流れの向きが逆方向になっており、せん断層に沿って流れが遅い領域があることに起因する。この遅い流れ領域での過剰な人工粘性がせん断層を安定化させ、渦の巻き始める位置が下流側へと遅れる。

さらに発生した渦についても、その中心付近では流速が遅い領域が存在するので、人工粘性による散逸の効果のために個々の渦が大きくなっている。図 4 は、翼表面での圧力係数分布の時間平均値である。流れが渦を巻くとその中心付近の圧力は低下するが、

この図からも、前処理法を用いていない計算では渦を巻き始める位置が比較的下流側にあるため、翼表面の負圧のピークも 40%コード長付近に認められる。

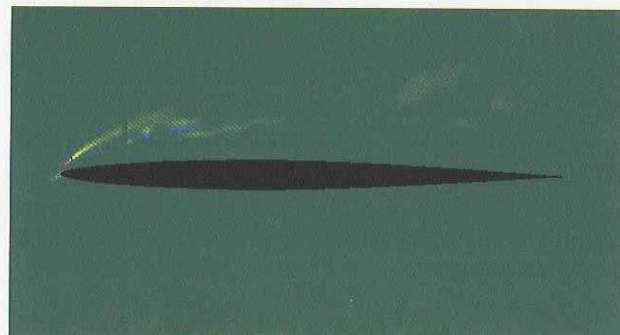


(a) 前処理法を用いたコードでの計算結果

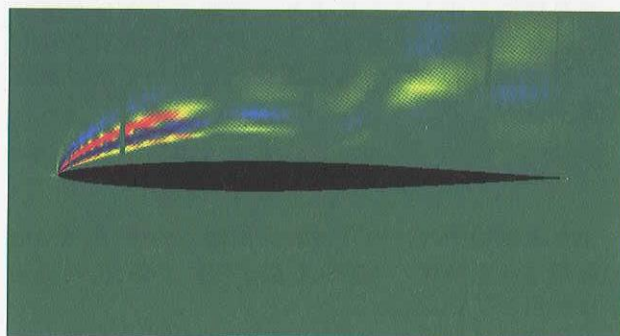


(b) 通常の圧縮性コードでの計算結果

図 2. 渦度分布の瞬時場



(a) 前処理法を用いたコードでの計算結果



(b) 通常の圧縮性コードでの計算結果

図 3. 流れと垂直方向の人工粘性項の大きさ

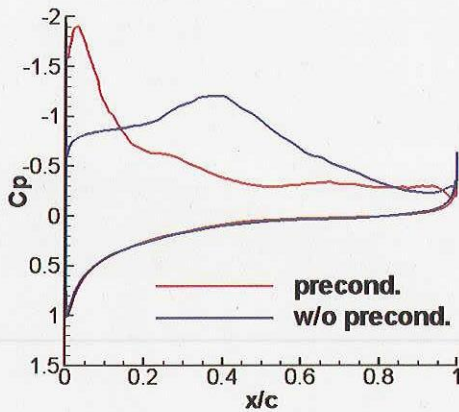


図4. 翼表面での時間平均圧力係数分布の比較

4-2 実規模3次元計算

前節では前処理法を用いた場合と用いない場合での非定常計算結果の違いを明確にするため、単純な流れ場について比較を行った。両者の計算結果の違いは、人工粘性の大きさに起因するものなので、格子の解像度を上げれば、人工粘性の大きさの差が小さくなり、両者の結果は近づくことが予想される。そこで、この節では現状行われている規模のLES計算における、マッハ数0.1程度の翼周りの流れで、結果にどのような影響があるかを実用性の観点から調べる。

翼型形状はLRN(1)-1007で、翼厚7.3%、反り比5.9%の翼型である。解析条件はマッハ数を0.1、翼弦長(c)と一様流速を基準としたレイノルズ数は 0.3×10^6 とし、迎角は $\alpha = 12.0$ 度とした。この条件において流れは前縁付近から剥離し、その後乱流に遷移し再付着することが実験により確かめられている。

計算格子にはC型格子を用いた。解析領域はスパン方向に $0.1c$ の長さを取り両端に周期境界条件を課した。遠方境界は翼から $30c$ 離れた位置に設定した。翼回り方向、翼面垂直方向、スパン方向の格子点数はそれぞれ551点、98点、31点である。このうち翼面には上面側に351点、下面側に101点の格子を配置した。また翼上面側の流れ方向の格子幅は、最大でもスパン方向の格子幅程度になるようにした。なお総格子点数は約170万点になっている。翼断面での計算格子を図5に示す。この格子の翼上面側の格子の解像度については、翼垂直方向が $y^+ \leq 1$ 、流れ方向とスパン方向にそれぞれ $x^+, y^+ \leq 100$ になっており、現状行われるLES解析で使われる計算格子の解像度に近いものになっている。

LES解析手法としては、SGSモデルに標準Smagorinskyモデルを用い、 $C_s = 0.1$ とした⁽¹²⁾。壁面近傍ではVan Driestのダンピングを用いた。なお、時間刻み幅は無次元時間で $dt = 2 \times 10^{-4}$ として計算を行った。

両計算結果について、ある瞬間での渦度の絶対値の等値面の比較を図6に、半スパン断面での圧力場の比較を図7に示す。ここでの計算結果においても前節の結果と同様に、通常の圧縮性コードで計算したものは、発生した個々の渦構造が前処理法を用い

て計算したものより大きくなっている。その結果、渦中心付近での負圧が大きくなるため、全体的な圧力変動の大きさも大きくなっている(図8)。

図9は、等高線でグリッドスケールでの乱れエネルギーの時間平均値を、白い線で時間平均流れ場の流れ方向の速度が0である領域を表したものである。LESモデルには乱流遷移のモデルは入っていないが、グリッドスケールにおいてそれと同等の現象が捉えられており、両者の結果とも前縁付近に剥離泡が観察される。前節で示したのと同様に、通常の圧縮性コードによる結果では流れが遅い領域において人工粘性が過大になるために、剥離せん断層が安定化して乱流エネルギーの発達が遅れている。その結果として剥離泡の再付着点位置が下流側へと遅れ、剥離泡の長さが長くなっている。また、図10に示したように全体的な表面圧力係数分布の時間平均値についても明確な違いが認められる。

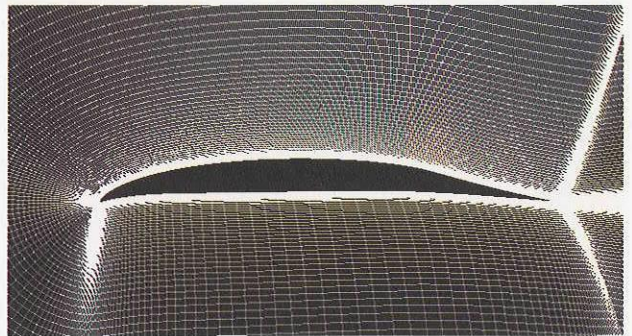
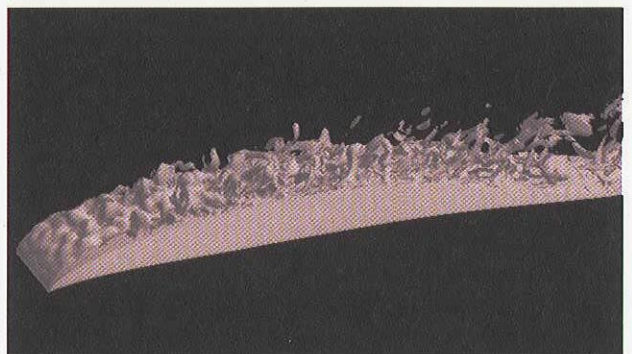
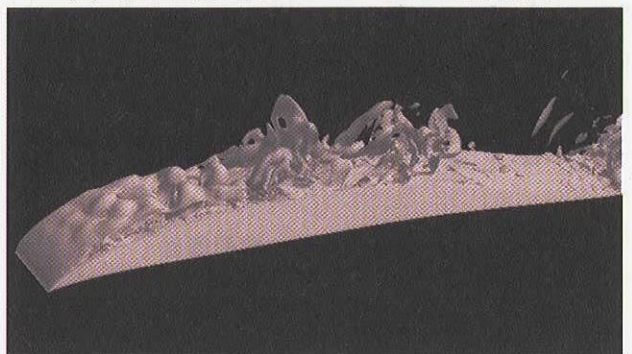


図5. 計算格子 LRN(1)-1007

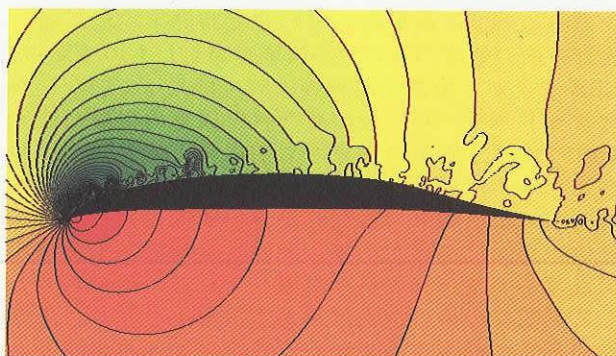


(a) 前処理法を用いたコードでの計算結果

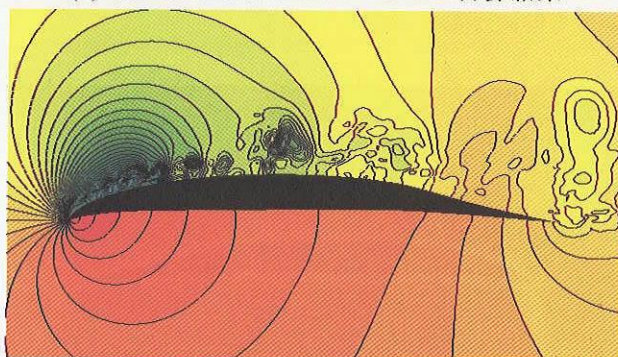


(b) 通常の圧縮性コードでの計算結果

図6. 渦度の絶対値の瞬時場の比較

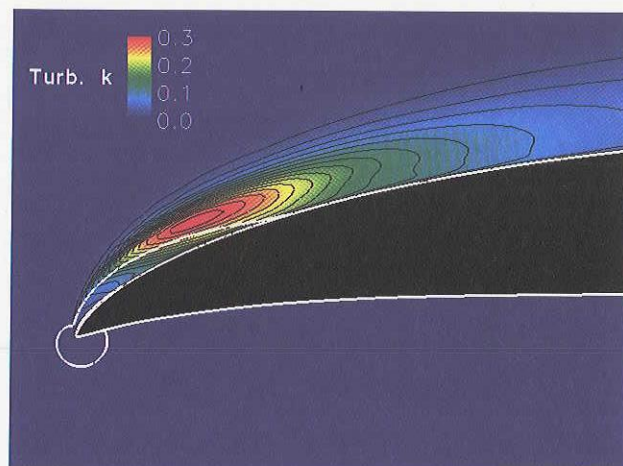


(a) 前処理法を用いたコードでの計算結果

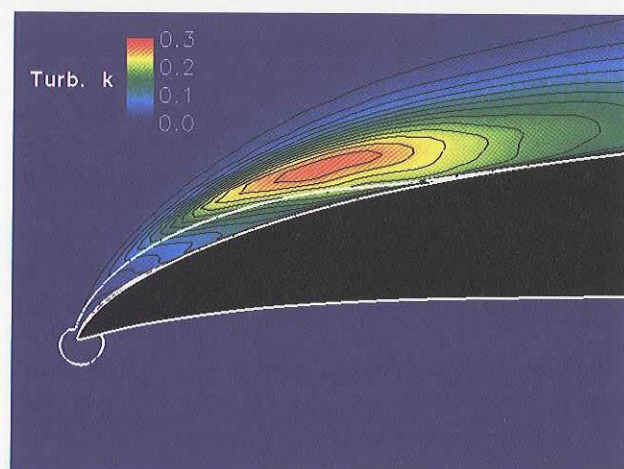


(b) 通常の圧縮性コードでの計算結果

図7. 圧力分布の瞬時場の比較



(a) 前処理法を用いたコードでの計算結果



(b) 通常の圧縮性コードでの計算結果

図9. 乱流エネルギーと逆流領域の比較

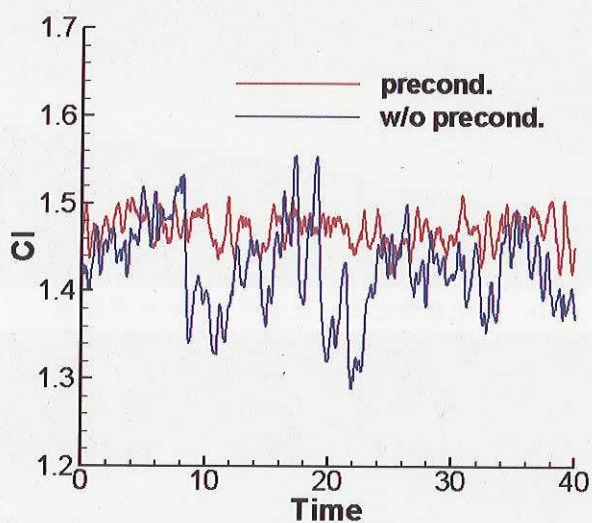


図8. 揚力係数の時間履歴

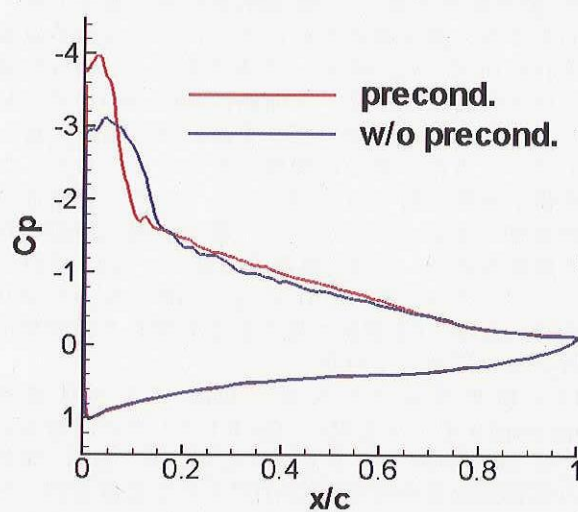


図10. 翼表面での時間平均圧力係数分の比較

5. まとめ

低マッハ数流れの非定常計算における通常の圧縮性流体解法と前処理法を用いた解法との結果の違いを比較した。

まず、NACA0012 周りの流れ場を計算することによって、Roe の FDS を用いた通常の圧縮性流体解法では、低速流れの領域で人工粘性が過大になり、計算精度が悪化するが、前処理法を用いた解法では、翼に働く抵抗のマッハ数依存性の傾向が正しく計算できることが示された。

次に、この低速流れ領域での人工粘性の振る舞いの違いによる非定常計算結果に対する影響を明確にするために、NACA64A-006 周りの 2 次元非定常計算を行った。その結果、前縁付近より剥離したせん断層が渦を巻く位置と発生した渦の大きさについて、2 つの計算法で大きく違いが出ることを確認できた。このため、平均表面圧力係数分布の時間平均値についても明らかな違いが現れた。

これらの両者の計算結果の違いは低速領域における人工粘性項の大きさの違いによるものであるため、格子の解像度を上げると両者の結果は近づくことが予想される。そこで最後に、現状行われている規模の LRN(1)-1007 周りの LES 非定常計算において、通常の圧縮性解法と前処理法を用いた解法でどの程度結果に違いが出るかを比較した。その結果、前処理法を用いた解法の方が小さい渦構造まで解像できており、時間平均の表面圧力係数分布においても両者に明確な違いが認められた。この計算において一様流のマッハ数は 0.1 であったが、同じ解像度の格子を用いてさらに低速の流れを計算した場合、その結果の差は顕著になる。また、この計算より速い流れ計算においても、非定常剥離流れで重要な物理現象となる剥離せん断層や渦中心などにはマッハ数が低い領域が常に存在するので、解全体に与えるそこからの影響も無視することが出来ないと推測される。

参考文献

- (1) J. M. Weiss and W. A. Smith, "Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Time-Accurate Flows on Unstructured Meshes", *AIAA paper* 94-2209, 1994
- (2) E. Turkel, "Preconditioning Techniques in Computational Fluid Dynamics", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 31, 385-416, 1999
- (3) E. Turkel and V. N. Vatsa, "Choice of Variables and Preconditioning for time Dependent problems", *AIAA paper*, 2003-3692, 2003
- (4) S. Venkateswaran and C. L. Merkle. "Dual Time Stepping and Preconditioning for unsteady Computation", *AIAA paper* 95-0078, 1995
- (5) S. Venkateswaran and C. L. Merkle. "Efficiency and accuracy issues in contemporary cfd Algorithms", *AIAA paper*, 2000-2251, 2000
- (6) 向井純一, 他, "前処理法による非定常低速流れの数値解析の精度", 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2003 論文集, 宇宙航空研究開発機

構特別資料 JAXA-SP-03-002, 2004, pp.137-142

- (7) C. Viozat, "Implicit Upwind Schemes for Low Mach Number Compressible Flows", *INRIA Report*, No.3084, 1997
- (8) 嶋英志, "構造/非構造格子 CFD のための簡単な陰解法", 第 29 回流体力学講演会講演集, 1997, pp. 9325-328
- (9) Takaki, R., Yamamoto, K., Yamane, T., Enomoto, S. and Mukai, J., "The Development of the UPACS CFD Environment," *High Performance Computing, Proceedings of ISHPC* 2003, Springer, 2003, pp. 307-319.
- (10) <http://www.ista.jaxa.jp/aet/cfd/cfd-e01.html>
- (11) Imamura, T., Enomoto, S., Kato, H., Yokokawa, Y., and Yamamoto, K., "Numerical Simulation of NACA0012 Wingtip Flow Leading to Noise Generation", *AIAA paper* 2005-2864, 2005
- (12) Smagorinsky, J., "General Circulation Experiments with the Primitive Equations", *Mon. Weath. Rev.*, Vol.91, No.3, pp.99-164

ヘリコプタの騒音を低減するアクティブ・フラップの数値解析

青山剛史、梁忠模、齊藤茂 (JAXA)

Numerical Analysis of Active Flap for Noise Reduction
Using Moving Overlapped Grid Method

Takashi Aoyama, Choongmo Yang, Shigeru Saito (JAXA)

ABSTRACT

A three-dimensional unsteady Euler code for the analysis of active flap control (AFC) has been developed in this study based on an advanced CFD code for the full configuration of helicopters. The effect of phase angle of AFC on blade-vortex interaction (BVI) noise is analyzed by combining the new CFD code with an acoustic code based on the Ffowcs Williams and Hawkings (FW-H) equation. As a result, a simple model is proposed to understand the effect of flap phase angle on BVI noise and 3D calculations by the present method confirm that the model properly works. The prediction of the effect of flap phase angle by the present method is remarkably improved by applying the understandings derived from the simple model. A quantitative noise reduction of 5.62dB is obtained at the flap phase angle of 60° and noise signal strongly propagates almost downward in a condition of one-bladed rotor.

1. はじめに

垂直離着陸し、かつ空中に静止することができるヘリコプタは、ドクターヘリ、消防・防災ヘリ、報道ヘリ等、様々な分野で活用されている。また、最近では空力的デザインの改善等によって高速前進飛行も徐々に可能となっており、ますます都市間交通の手段として活躍が期待されている。しかし、主に騒音と有視界飛行の問題がそれを妨げる大きな要因となっているのが現状である。

様々なヘリコプタ騒音の中でも、とくに着陸時に顕著となるブレード/渦干渉 (Blade-Vortex Interaction: BVI) 騒音は住民への被害が大きいため、その低減が喫緊の課題となっている。低減技術としては、低騒音飛行経路を取る方法^{1,2}、翼型・翼端形状を工夫する受動的な方法³⁻⁶、ロータやブレードをアクティブに制御する能動的な方法⁷に分類される。受動的方法は高速衝撃騒音の低減に有効な手段であることが示されているものの、BVI 騒音低減の手段としては、必ずしも大きな効果は期待できない。そこで、能動的方法が BVI 騒音を大幅に低減する突破口となる技術として注目を集めている。ここでは、能動的方法のひとつであるアクティブ・フラップ (Active Flap Control: AFC) に着目して研究を行った。

AFC の解析については、文献 8 にもまとめられているように、AFC を持つブレードの空弾性モデルを開発する様々な努力が続けられている。しかし、これらの研究においては、その焦点が空弾性に当てられているため、AFC の非定常空力に関しては、比較的簡単なモデルが用いられているのが現状である。しかし、AFC が BVI 騒音に及ぼす影響を解析しようとするれば、AFC による翼端渦の軌

跡や渦構造の変化を正確に捉える必要があることから、より正確な非定常空力のモデル化が必要になる。そこで、本研究では、移動重合格子法を適用することで AFC を解析できる CFD コードを世界に先駆けて開発し、実験結果との比較によってコード検証を行うとともに、それを通して BVI 騒音の現象を容易に把握するための簡易モデルを提案することを目的とした。

2. 計算法

ここでは、ヘリコプタ全機周りの流れ場を解析するコード^{9,10} (オリジナルコード) を AFC 用に拡張することでコードの開発を行った。そして、その CFD コードと音響解析コードを組み合わせることで、BVI 騒音の計算を行った。

計算格子としては、図 1 に示す移動重合格子を用いた。この格子は、メインロータとテールロータの個々のブレードを覆うブレード格子、胴体周りの胴体格子、機体全体を包む内側背景格子、さらにその外に配置された計算領域全体に及ぶ粗い外側背景格子からなっている。メインロータ・ブレード格子は、フラップの動きに応じて、CFD の計算ステップ毎に作り直されている。表 1 に格子点数を示す。

メインロータとテールロータのブレード格子と胴体格子における空力計算には、3 次元非定常オイラーソルバー¹¹ を用いた。直交格子である内側および外側背景格子では、4 次精度のコンパクト MUSCL TVD スキーム¹² を適用した有限体積法オイラーソルバーが用いられている。計算は、JAXA の第 3 世代の数値シミュレーターである CeNSS (Central Numerical Simulation System) によ

って行った。計算時間としては、CeNSS の CPU を 36 台並列に用いて、約 1500 万点の格子点で完全な周期解を得るのに約 100 時間を要する。

BVI 騒音の音圧は、CFD で得られたブレード翼面上の圧力分布を入力として、音響コード¹³を用いて計算する。このコードは、FW-H (Ffowcs Williams and Hawkings) 式の Farassat Formulation 1¹⁴ と呼ばれる形式を用いて作られている。

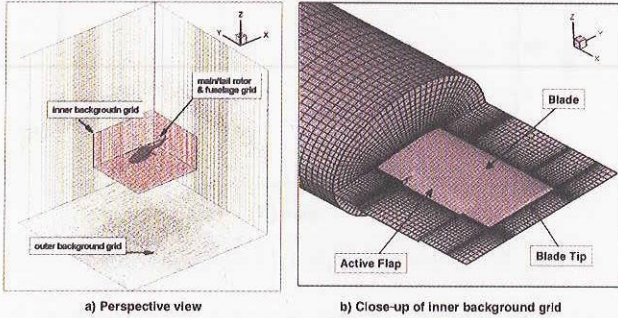


図1 計算格子

表1 格子点数

Inner background grid	(X×Y×Z) 450×400×80 = 14,400,000
Outer background grid	(X×Y×Z) 83×79×49 = 321,293
Blade grid	(chord×normal×span) × blade (77×20×70) × 2 = 215,600
Total	15,275,693 points
Spacing of inner background grid	0.05c (=0.006R)

3. 結果と考察

AFCに関する実験結果との比較

本方法による計算結果を、1997年にATICが行った実験結果¹⁵と比較した。実験に用いられた1枚ブレードのモデルロータでは、ブレードはハブに固定されており、ピッチング運動のみ可能となっている。表2にロータ諸元と計算条件を示す。図2は、AFCなし、位相角50°と170°の3つのケースについて、計算結果と実験値を比較したものである。AFCのピッチ角 $\theta_{AFC}(\psi)$ は

$$\theta_{AFC}(\psi) = \theta_{0AFC} \cos P_{AFC}(\psi - \psi_{AFC}), \quad (1)$$

のように定義される。ここで、 ψ , θ_{0AFC} , P_{AFC} , と ψ_{AFC} は、それぞれブレード方位角、AFCの振幅、周波数、位相角である。図では、波形を見やすくするため、170°と50°の結果をそれぞれ±20°ずらして表示してある。マイクは、図3に示した位置にある。正のピークの直後に見られるなだらかな山は、近傍場の荷重音である。計算結果は、AFCなし

の場合、正のピークをかなり過小予測している。また、実験値に示されている、位相角170°で騒音低減効果が見られる傾向についても、逆に騒音増加と予測している。これらの重大な差異については、以下の議論でその原因が明らかになっていく。

表2 ロータ諸元と計算条件

Blade	
Hub type	rigid in flap and lead-lag
Rotor radius	1m
Blade chord length	0.12m
Airfoil	NACA0012
Twist angle	0.0°
Planform	rectangular
Number of blade	1
Active Flap	
Chord-wise length	0.25c
Span-wise length	0.18R
Position	0.80-0.98R
Amplitude	6.0°
Frequency	2P
Operating Condition	
Free-stream velocity	20.1m/s
Rotor rpm	600
Collective pitch angle	5.0°
Cyclic pitch angle	0.0°
Shaft tilt angle	0.0°

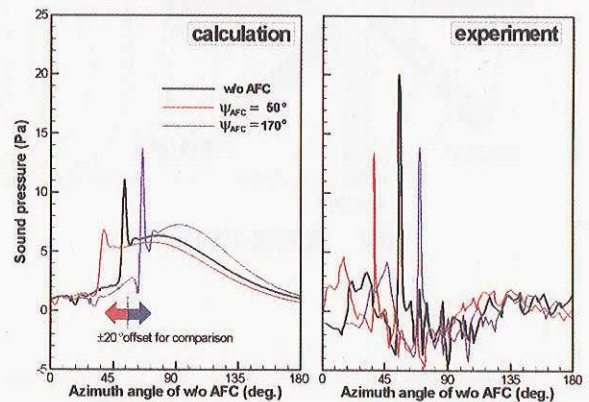


図2 音圧に関する計算結果と実験値との比較

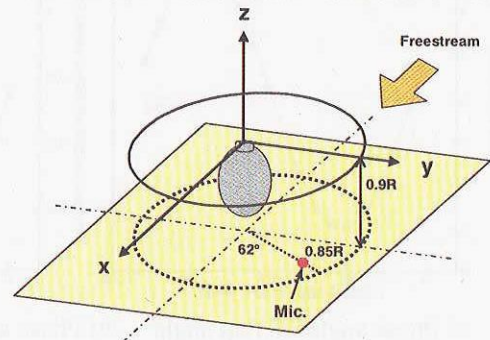


図3 マイク位置

翼端渦の挙動に及ぼす位相角の影響

ここで計算対象としたモデルロータの翼端渦の軌跡は、図 4 のようになる。図に示された鉛直面は一樣流と平行で、ブレードが方位角 46° にあるとき、スパン位置 $0.9R$ (R はロータ半径) の前縁と交差する。この交差点は、以下に説明する通り、最も強い音源が存在する位置である。図 5 は、いくつかの方位角位置において、前縁から約 $0.01c$ の位置でのブレード翼面上圧力の時間変動 $\partial p / \partial t$ (音圧との相関がよく、音源強度の近似を与えるものと考えられる) をスパン方向に分布させたものである。計算は、一樣流速度が 18.0m/s であること以外表 5 に示したものと同一条件で行われた。この図より、 $\partial p / \partial t$ の最大値は、ブレード方位角が 46° のとき、 $0.9R$ 付近に現れることがわかる。従って、先の交差点に最も強い音源が存在すると考えられる。この交差点でブレードと干渉する渦は、ブレードが ψ_{VG} に位置するときその翼端後縁から吐き出されたもので、ここでは ψ_{VG} の値は 143° である。

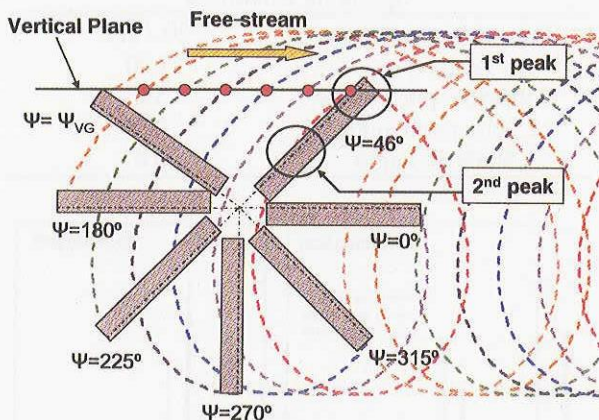


図 4 翼端渦の軌跡

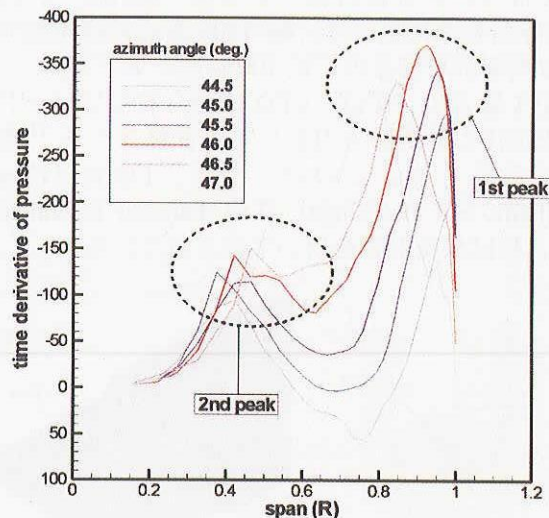


図 5 ブレード翼面上圧力の時間変動

図 6 は、フラップの動きと渦の垂直方向位置の関係を定量的に示している。図 6 a)では、横軸に位相角を、縦軸に渦発生時の方位角位置 ψ_{VG} におけるフラップ角 (式(1)参照) を取っている。図中に "Neutral" で示された実線は中立位置で、フラップが上方に振れる場合を正としている。図 6 b)は、位相角と渦の垂直方向位置の関係を示すもので、渦の垂直方向位置は図 4 の鉛直面上で右から 2 番目の丸で示された場所で測られている。図中の実線は干渉するブレードの前縁位置を表し、点線は AFC なしの場合の渦位置を表す。図 6 a)と 6 b)を比較すると、フラップ角と渦の垂直方向位置は極めて相関がよく、フラップが下がると渦位置も下がり、フラップが上がると渦位置も上がることがわかる。図 6 c)は、図 6 b)の渦位置と実線の距離として表されるミスディスタンスを示す。次節では、2 次元的に見た BVI を 4 つのタイプに分類することで、ミスディスタンスと騒音強度の関係について論じる。

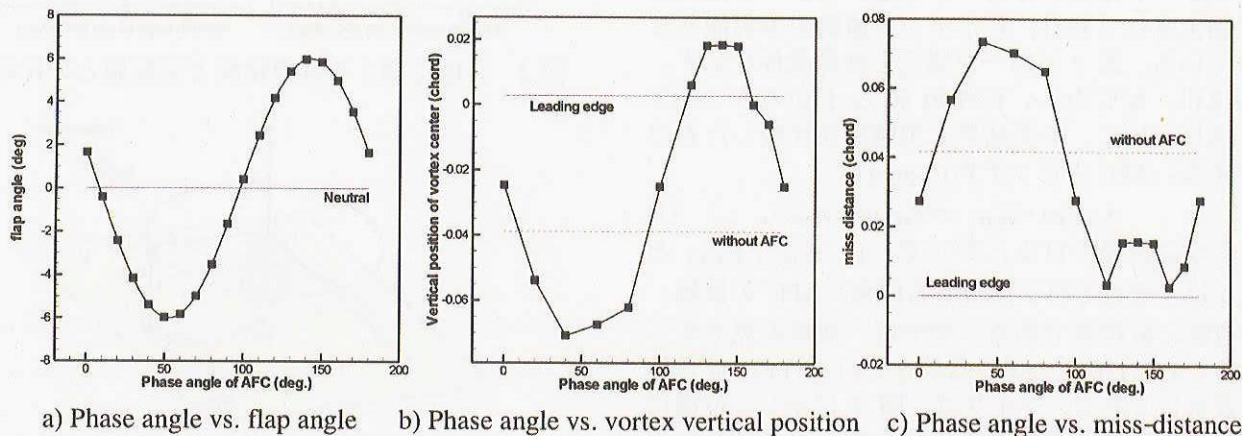


図 6 フラップ角と渦位置の関係

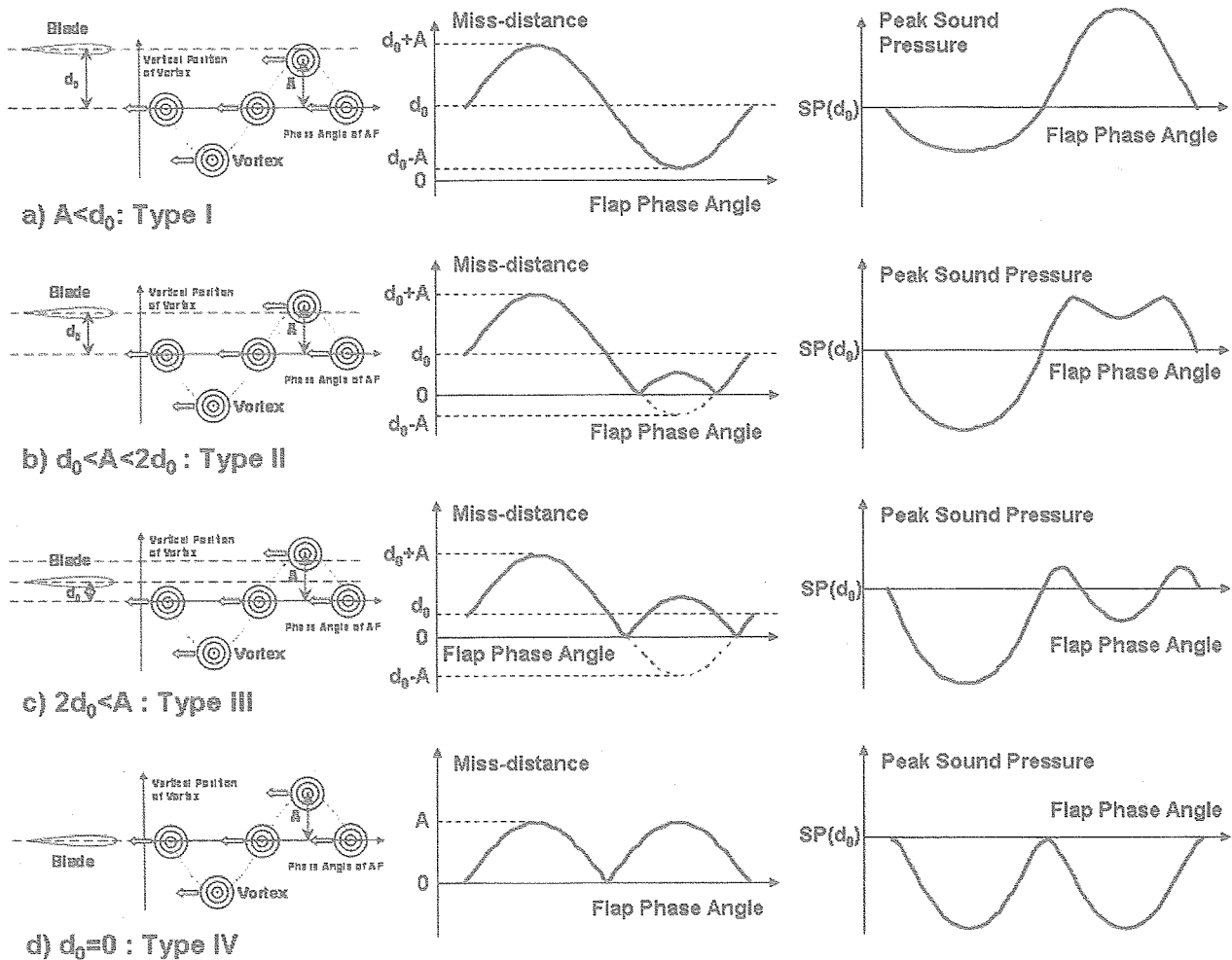


図7 2次元的な BVI の分類

位相角が BVI 騒音に及ぼす影響を把握するための簡易モデル

前節で得られたフラップ角と渦位置の関係についての理解をもとに、ここでは位相角が BVI 騒音に及ぼす影響を把握するための簡易モデルを提案する。このモデルでは、先に述べた最大音源が BVI 騒音の強度に支配的影響を持ち、図 4 の鉛直面における BVI が重要であると考え、図 7 は、2次元的に見た BVI を I, II, III, IV の 4 つのタイプに分類したものである。図 7 a) の左端の図は、 $A < d_0$ のときアクティブ・フラップをもつ先行ブレードから放出された渦と後続ブレードの関係を示すものであり、ここで、 A はフラップが最も上方（あるいは下方）に振れたとき放出された渦と中立位置で放出された渦の垂直方向の距離であり、 d_0 は中立位置で放出された渦とブレードのミスディスタンスである。式(1)に示すように、AFC の振幅と周波数およびブレードの方位角を固定すると、フラップ角は位相角 φ_{AFC} のみの関数となるので、渦の垂直位置も位相角の関数として変化する。図 7 a) の中央と右端の図は、それぞれミスディスタ

ンスとピーク音圧を位相角の関数として表したものである。中央の図から右端の図を得るに当たっては、以下の関係式を用いた。

$$SP(d) = \frac{kSP(0)}{d^2 + k} \quad (2)$$

ここで、 SP はミスディスタンス d の関数であるピーク音圧であり、 k は定数である。式(2)の右辺は、 d が 0 のとき $SP(0)$ となる。この式は、簡単な平行 BVI のモデル（固定翼の渦発生装置から放出された翼端渦とブレードが平行干渉する）での計算から導いた。図 8 は、3 つケースで求められたミスディスタンスとピーク音圧の関係である。ピーク音圧は、ロータの回転中心を中心とする半径 $100R$ の半球上で求めている。図 8 の四角は計算結果を表し、実線は式(2)を用いてカーブフィッティングしたものである。以上より、式(2)の仮定が妥当であることが示された。図 7 b)-d) は、それぞれ $d_0 < A < 2d_0$, $2d_0 < A$, $d_0 = 0$ の条件で図 7 a) と同様の図を示したものである。 d_0 が相対的に A に対して増加するに従って、ピーク音圧のグラフが連続的に変化している様子が見て取れる。

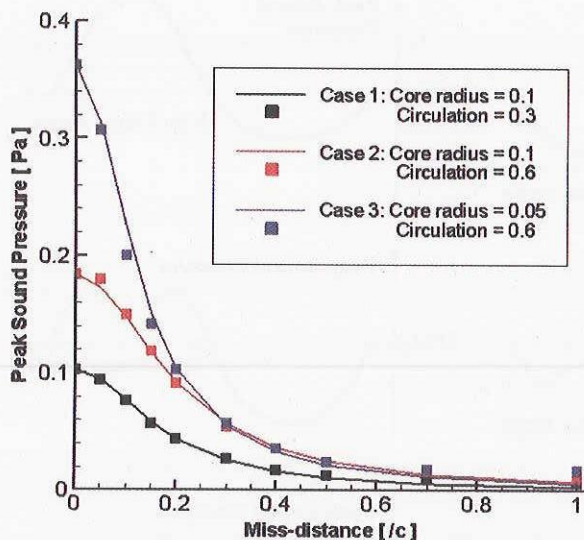


図8 ミスディスタンスとピーク音圧の関係

AFC用CFDコードを用いた3次元の計算

前節で提案したモデルの妥当性を示すため、図5を得た条件で3次元CFDの計算を行い、結果を図9に示した。図で、横軸は位相角、縦軸はピーク音圧を表す。ここで、ピーク音圧は先に述べた半球状の観測面で求めた。この図に現れた傾向は、明らかに図7のタイプIIに分類されるものである。従って、本研究で提案された簡易モデルが実際の3次元的なBVI騒音の現象をよくモデル化していることが示された。図より、位相角 13° から 106° の間でBVI騒音の低減が見られ、位相角 60° では最大値 5.62dB を得るに至っている。図中に見られるずれ ψ_d は、図6a)におけるフラップ角のずれに起因している。

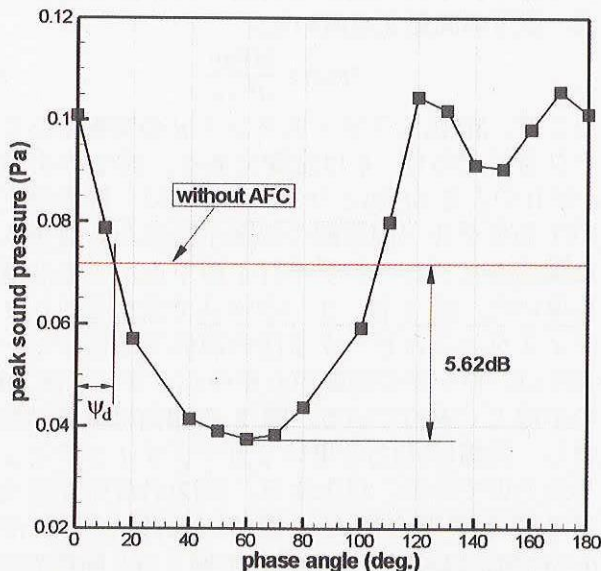


図9 位相角がピーク音圧に及ぼす影響

騒音予測の改善

図2の実験結果は、表2に示されるように、シャフト傾角 0° の条件で得られたものであるが、文献15には、この状態でAFCなしの最大のBVI騒音が得られたと報告されている。しかし、最大の騒音が観測される条件では、通常ティップパスプレーンは頭上げに傾いていることから、この実験では風洞の偏流が計測に大きな影響を及ぼしたと考えられる。そこで、先に述べた簡易モデルから得られる知見をもって、図2の予測結果を改善することを試みる。図2の計算結果は偏流の影響を考慮していないので、先にも述べた通り、図7のタイプIIに分類される計算を行ったことになる。故に、図10上方図の2つの丸で示されるように、位相角 50° と 170° でそれぞれAFCなしに比べて騒音の減少と増加を示す結果となった。しかし、もしタイプIV（ヘッドオンBVI）で位相角 50° と 170° のピーク音圧を予測した場合、図10下方図の2つの丸で示されるように、両方で騒音低減が得られることになる。また、位相角 50° の方が 170° より低減効果はわずかに大きく、さらに、AFCなしの場合のピーク音圧は、タイプIIよりもタイプIVの方が大きい。これらの傾向はすべて図2の実験結果とよく一致しており、タイプIVの計算を行うことで図2の予測結果を改善できることがわかる。

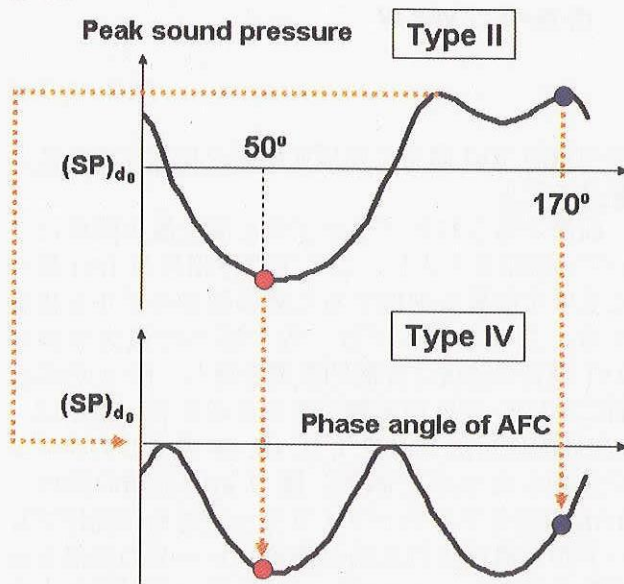


図10 騒音予測の改善に関する考え方

この考え方の妥当性を確認するため、タイプIVの条件で3次元のCFD計算を行った。ここでは、その条件を達成するために、ロータのシャフト傾角を調整することで、風洞の偏流の影響を模擬した。用いるべきシャフト傾角を決定するに当たっては、シャフト傾角が最大音源の存在する位置にお

ける $\partial p / \partial t$ の値に及ぼす影響を調べ、 $\partial p / \partial t$ が最も大きくなるシャフト傾角をもって求める値とした。結果として、シャフト傾角 1.4° (頭上げ) を選定し、図 11 に計算結果と実験値を比較した。図 11 の計算結果は、図 2 のそれに比べて、AFC なしの正のピーク値を大幅に改善するとともに、位相角 50° と 170° の影響も定性的に正しく予測している。従って、ここで開発された AFC 用の CFD コードは、定量的に改善の余地があるものの、定性的には AFC の位相角が BVI 騒音に及ぼす影響を正しく予測することが示された。

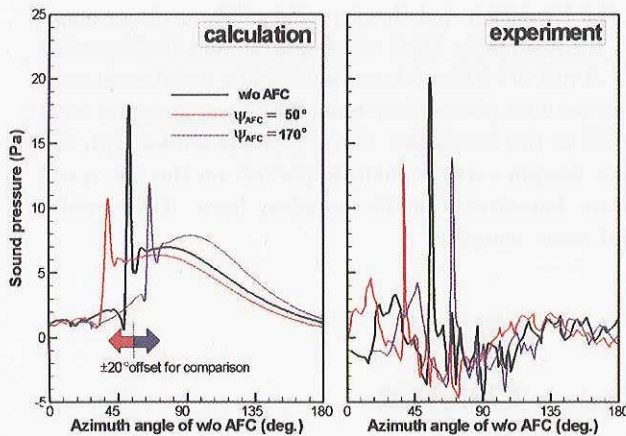


図 11 音圧に関する計算結果と実験値との比較

4. 結論

ヘリコプタの BVI 騒音を低減するアクティブ・フラップ用の CFD コードを開発し、AFC の位相角が騒音に及ぼす影響を解析することで、以下の結論を得た。

1. 位相角が BVI 騒音に及ぼす影響を把握するための簡易モデルを提案し、それがうまく機能することを示した。
2. 簡易モデルから得られる知見を用いることにより、AFC 用 CFD コードによる実験値の予測結果は格段に改善された。
3. BVI 騒音の風洞試験は、流れの偏流に極めて敏感であるため、コード検証用の計算を行うに当たっても注意が必要である。
4. ここで用いた特定の条件では、位相角 60° のとき 5.62dB の騒音低減効果が得られた。

参考文献

1. Gopalan, G., Schmitz, F. H., and Sim, B. W., Flight Path Management and Control Methodology to Reduce Helicopter Blade-Vortex Interaction (BVI)

- Noise, AHS Vertical Lift Aircraft Design Conference, San Francisco, CA, Jan., 2000.
2. Schmitz, F. H., Gopalan, G., and Sim, B. W., Flight Trajectory Management to Reduce Helicopter Blade-Vortex Interaction (BVI) Noise with Head/Tailwind Effects, 26th ERF, No. 77, The Hague, The Netherlands, Sep., 2000.
3. Boxwell, D. A. and Schmitz, F. H., Full-Scale Measurements of Blade-Vortex Interaction Noise, Journal of the American Helicopter Society, Vol.27, (4), Oct, 1982, pp.11-27.
4. Martin, R. M. and Connor, A. B., Wind-Tunnel Acoustic Results of Two Rotor Models with Several Designs, NASA-TM 87698, 1986.
5. Yu, Y. H., Liu, S. R., Jordan, D. E., Landgrebe, A. J., Lorber, P. F., Pollack, M. J., and Martin, R. M., Aerodynamic and Acoustic Test of a United Technologies Model Scale Rotor at DNW, AHS 46th Annual Forum, May, 1990.
6. Lowson, M. V., Progress Towards Quieter Civil Helicopters, 17th ERF, No. 59, 1991.
7. Yu, Y. H., Gmelin, B., Spletstoeser, W., Philippe, J.J., Prieur, J., and Brooks, T., Reduction of Helicopter Blade-Vortex Interaction Noise by Active Rotor Control Technology, Prog. Aerospace Sci., Vol. 33, 1997, pp. 647-687.
8. Chopra, I., Status of Application of Smart Structures Technology to Rotorcraft Systems, J. of AHS, Vol. 45, No. 4, pp. 228-252, 2000.
9. Ochi, A., Aoyama, T., Saito, S., Shima, E., and Yamakawa, E., BVI Noise Predictions by Moving Overlapped Grid Method, AHS 55th Annual Forum, Montreal, Canada, May 1999.
10. Yang, C., Aoyama, T., Saito, S., Numerical Analysis of Interaction Noise between Main Rotor and Tail Rotor of Helicopter, 24th ICAS, Yokohama, August, 2004.
11. Aoyama, T., Kawachi, K., Saito, S., Unsteady Calculation for Flow-field of Helicopter Rotor with Various Tip Shapes, 18th European Rotorcraft Forum, Paper No.B03, Avignon, France, September 1992.
12. Yamamoto, S. and Daiguji, H., Higher-Order-Accurate Upwind Schemes for Solving the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations, J. of Computers & Fluids, 22, pp.259-270, 1993.
13. Nakamura, Y., and Azuma, A., "Rotational Noise of Helicopter Rotors," Vertica, vol. 3, No. 3/4, pp.293-316, 1979.
14. Farassat, F., Theory of noise generation from moving bodies with an application to helicopter rotors, NASA TR R 451, 1975.
15. Kobiki, N., Tsuchihashi, A., Murashige, A., Yamakawa, E., Elementary Study for the Effect of HHC and Active Flap on Blade Vortex Interaction, 23rd European Rotorcraft Forum, Dresden, Germany, September, 1997.

圧縮性境界層の遷移に伴う音波発生機構の研究

渡辺大輔* 前川 博* 松尾 裕一**

* 広島大学 大学院工学研究科

** JAXA

Study of sound wave generation mechanism in a compressible transitional boundary layer

by

Daisuke WATANABE*, Hiroshi MAEKAWA* and Yuichi MATSUO**

ABSTRACT

Spatial direct numerical simulations are used to study the formation and development of three-dimensional structures in a compressible flat plate boundary layer, where the freestream Mach number is 0.5 and the Reynolds number at the inlet based on the displacement thickness 1000. A pair of stable oblique modes and a two-dimensional unstable T-S wave are superimposed on the laminar profile at the inlet plane of the boundary layer computational box. The magnitudes of the disturbances are chosen to be 1% of the freestream value. Oblique modes with the TS wave produces peak-valley splitting downstream and later hairpin vortices (hairpin packet) on the low speed streak are observed. So-called subharmonic transition appears downstream in the boundary layer. DNS results show that the forming hairpin packet is responsible for sound waves emission.

1. はじめに

圧縮性境界層の遷移予測は次世代輸送機の設計にとってキーテクノロジーの一つと考えられてきた。線形理論で予測される初期条件から発達する遷移機構と線形領域をバイパスするいわゆるバイパス遷移現象があることがこれまで知られているが、その遷移機構の詳細な内容は直接シミュレーション (DNS) を使って解明されることが期待されている。これまでも DNS によって研究が進められてきたが、通常の時間発展 DNS¹⁾ では境界層の非平行性の影響が理解されにくい欠点があり²⁾、空間発展 DNS はその欠点をカバーし、より実験に近い流れ場を作ることができることから、遷移機構の解明が進むことが期待されている³⁾。一方、圧縮性境界層においては、遷移に伴い音波が発生し、この音波が周囲に伝播することによって遷移へ影響を及ぼすことが考えられる。また、航空機などにおいて壁面近傍で発生する音波は壁面を揺らすことにより機体内部への不快な騒音源となることが知られているが、その発生機構は明らかにされておらず、DNS 等によりその発生機構等を詳細に調べる必要がある。しかし、音源となる遷移構造は複雑であり、発生する音波の振幅は極めて小さいため、これらの発生機構を捕らえるには十分な格子解像度が必要となる。

このような背景から本研究では、高解像度空間差分⁴⁾による空間発展 DNS を使って、上流から与えた TS 波と斜行波の線形発展領域から非線形領域への発達の段階における渦構造ならびにその周囲における音響場に着目し、遷移段階での音波発生機構について調べた。主流マッハ数は 0.5 である。

2. 計算方法

2.1. 支配方程式

直接シミュレーションにおいて支配方程式はデカルト座標系で記述された圧縮性ナビエ・ストークス方程式であり、無次元化されたニュートン流体に対する質量保存、運動量保存およびエネルギー保存の乱流モデルを用いない方程式は、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\partial (E_T u_j)}{\partial x_j} = \\ - \frac{\partial (p u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial (u_i \tau_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3)$$

である。ここで、流れの全エネルギー E_T は、流れの内部エネルギー及び運動エネルギーの和であり、

$$E_T = \frac{p}{(\gamma - 1)} + \frac{\rho u_i u_i}{2}, \quad (4)$$

と与えられる。熱流束ベクトルは、Prandtl 数を $Pr = 1$ とし C_p が一定であることを仮定することにより、熱伝導率 k は μ に比例し、

$$q_j = -\frac{\mu}{(\gamma - 1)M^2 Re Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad (5)$$

となる。運動量及びエネルギー方程式に現れる粘性応力の成分 τ_{ij} は、

$$\tau_{ij} = \frac{\mu}{Re} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right], \quad (6)$$

である。また、粘性係数は温度 T の指数法則に従うとして、

$$\mu = T^{2/3}, \quad (7)$$

と表される。理想気体の状態方程式は、

$$T = \frac{\gamma M^2 p}{\rho}, \quad (8)$$

である。ただし、支配方程式を境界層の主流速度 u_∞ 、排除厚さ δ 、主流密度 ρ_∞ および粘性係数 μ_∞ によって無次元化した。

2.2. 流入攪乱

また、DNS における流入攪乱として、時間発展問題に対する線形安定解析から得られる不安定波の固有関数を用いる。線形攪乱は平面波とし、

$$\mathbf{d}(x, y, z) = \text{Real}[\hat{\mathbf{d}}(y) \exp\{i(\alpha x + \beta z - \omega t)\}] \quad (9)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{d} = (\rho, u_1, u_2, u_3, T)$ である。また、 α, β はそれぞれ主流方向波数、スパン方向波数であり、 ω の実部 (ω_r) は角振動数、虚部 (ω_i) は線形成長率を表す。 $\hat{\mathbf{d}}(y)$ は固有値 (α, β, ω) に対応する固有関数である。境界層の層流速度分布は境界層方程式を解き与えた。また、温度分布はプラントル数 $Pr=1$ として Crocco-Busemann の関係式を用いた。

$$\begin{aligned} \bar{T}(y) = M_\infty^2 \frac{\gamma - 1}{2} (u_\infty \bar{u}(y) - \bar{u}(y)^2) \\ + \frac{\bar{T}_w (\bar{u}_\infty - \bar{u}(y))}{\bar{u}_\infty} + \frac{\bar{T}_\infty \bar{u}(y)}{\bar{u}_\infty}. \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $M_\infty = u_\infty / c_\infty$ であり、 c_∞ は主流音速である。また、本研究では壁面温度 $T_w = 1$ の等温壁を仮定した。この速度分布と温度分布を線形攪乱方程式に代入し一様ディリクレ条件を境界条件としスペクトル法により固有値及び固有関数を計算する。

2.3. 空間の離散化

本計算では空間の離散化に、Lele⁵⁾ による中心コンパクトスキーム (CCS) を基にした Deng, Maekawa & Shen⁴⁾ による数値散逸を含む 5 次精度散逸コンパクトスキーム (Dissipative Compact Schemes; DCS5) を用いた。5 次精度散逸コンパクトスキームは以下のように与えられる

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}(1 - \alpha_D)u'_{j-1} + u'_j + \frac{1}{3}(1 + \alpha_D)u'_{j+1} \\ &= \frac{1}{36h}(u_{j+2} - u_{j-2}) + \frac{7}{9h}(u_{j+1} - u_{j-1}) \\ & \quad + \frac{1}{18h}\alpha_D(u_{j+2} - 2u_j + u_{j-2}) \\ & \quad + \frac{4}{9h}\alpha_D(u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}). \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、係数 α_D は散逸誤差と分散誤差を変化させる定数であり、 $\alpha_D = 0$ とすると散逸誤差を含まない CCS6 となる。また α_D の正負により分散誤差の正負が変わる。本研究の三次元時間発展 DNS では $\alpha_D = \pm 0.25$ とした。

また、このスキームの非線形系への適用に際し Lax-Friedrichs 流速分割を用いた。Lax-Friedrichs 流速分割は次式で与えられる

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_1} = 0, \quad (12)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^+ + \mathbf{F}^-. \quad (13)$$

ここで、 \mathbf{F}^+ および \mathbf{F}^- は次式で与える

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^+ &= \frac{1}{2}(\mathbf{F} + \lambda \mathbf{Q}), \\ \mathbf{F}^- &= \frac{1}{2}(\mathbf{F} - \lambda \mathbf{Q}), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}^+}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{F}^-}{\partial x_1} = 0, \quad (15)$$

ここで \mathbf{Q}, \mathbf{F} は例えば一次元のオイラー方程式において、

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ E_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u u + p \\ (E_t + p)u \end{pmatrix}, \quad (16)$$

である。また、 \mathbf{F}^+ および \mathbf{F}^- の計算にはそれぞれ α_D が負および正とした DCS5 を用いる。式 (14) 中の λ により、散逸の大きさを変化させることが出来る。ここでは $\lambda = 1$ を用いた。

時間進行には、4 次精度 4 段階 Runge-Kutta 法を用いた。時間刻み dt は、計算安定性より $dt = 0.01$ とした。また、計算領域は図 1 に示すように、 $x_{\text{in}}(x=0)$ における排除厚さ δ に対し、主流方向に $0 \leq x \leq 312\delta$ 、主流垂直方向に $0 \leq y \leq 40\delta$ 、スパン方向に $0 \leq z \leq 2\pi/\beta \delta$ とした。ここで $2\pi/\beta \delta$ は斜行波のスパン方向 1 波長の長さである。計算に用いた格子数は $N_x \times N_y \times N_z = 1201 \times 201 \times 200$ であり、主流および主流垂直方向に格子伸長を行っている。流境界には特性波解析に基づく NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Condition)⁶⁾ を適用した。

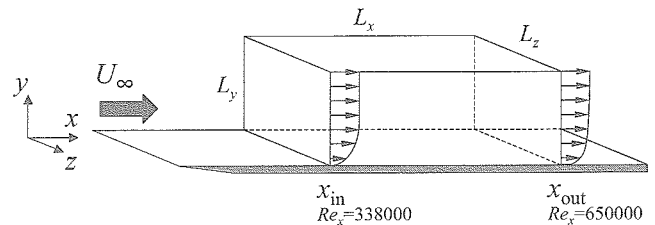


Fig. 1: computational box

3. 流入攪乱

流入攪乱として線形安定解析より求めた二種類の不安定波固有関数を与えた。一つは $M = 0.5, Re_\delta = 1000$ に

において最も不安定となる波数付近の二次元 TS 波 (波長: $\lambda_{TS} = 2\pi/\alpha = 29\delta$, 波数: $\alpha = 0.22$). もう一つはこれまでの研究^{7,8)} から比較的早く遷移することが確認されている, 二次元 TS 波に対し主流方向波数が $1/2$ となる一組の斜行波 (主流方向波長: $\lambda_{3Dx} = 2\pi/(1/2\alpha)$, スパン方向波長: $\lambda_{3Dz} = 2\pi/\beta$) である. また, 斜行波の二次元 TS 波との成す角度 θ は, 最も不安定となる波数付近の二次元 TS 波の波数 α に対して, 斜行波が中立安定となる付近 $\beta = 0.29$ の $\theta = \pm 69^\circ$ とした (図 3). このとき $\lambda_{3Dx} = 57\delta$, $\lambda_{3Dz} = 22\delta$ である. TS 波と斜行波の位置関係を図 2 に示す.

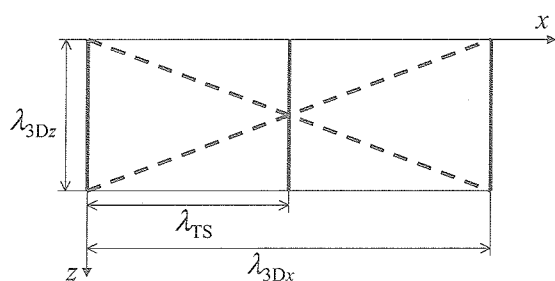


Fig. 2: Relative positions of the unstable modes.

流入部の物理量 $d(0, y, z, t)$ は, 境界層層流速度分布 $\bar{d}(y)$ に流入攪乱を重ね合わせ,

$$d(0, y, z, t) = \bar{d}(y) + A_{TS} \text{Real}[\hat{d}_{TS}(y) \exp\{i(-\omega_r t)\}] + A_{3-D} \text{Real}[\hat{d}_{3-D}(y) \exp\{i(\pm\beta z - \omega_r t)\}], \quad (17)$$

と表わされる. ここで, \hat{d}_{TS} と \hat{d}_{3-D} はそれぞれ TS 波と斜行波の固有関数である. また, A_{TS} および A_{3-D} はそれぞれ TS 波と斜行波の振幅であり, 両者とも主流速度の 1% とした. 二次元 TS 波と斜行波の主流方向成分に対する固有関数を図 4 に示す.

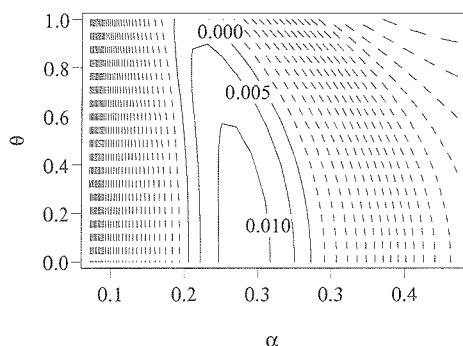


Fig. 3: Linear growthrate for $M = 0.5$, $Re_\delta = 1000$.

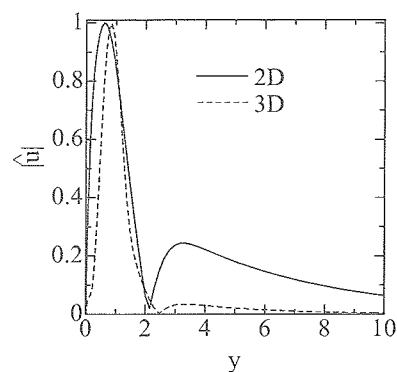


Fig. 4: Eigenfunction's profiles of streamwise component for $M = 0.5$, $Re_\delta = 1000$.

4. 計算結果および考察

図 5 に $t = 560$ から $t = 680$ までの渦構造の下流への発達を示す. 渦構造の可視化には速度勾配テンソルの第二不変量 Q の等値面を用いた. 図に示した時刻は, 流入部において攪乱を加え始めた時刻を $t = 0$ としている. 流入部付近 ($x = 0$) では, スパン方向に軸を持つ渦構造が形成される. ただし, 流入部で与えた二次元 TS 波と斜行波の振幅が等しいことから, 緩やかな三次元性が現れている. その下流, $x < 100\delta$ 付近までは, 二次元 TS 波が線形増幅することにより, スパン方向に横断する二次元的な構造が現れる. この領域では, 斜行波は線形安定性解析の結果と同様に振る舞い (中立安定), 振幅の増加は見られない. $100\delta < x < 200\delta$ では, 二次元 TS 波が増幅し続け比較的大きな振幅となる. この領域では, 斜行波の急速な増幅が認められる. また, このことに伴い渦構造は二次元的な渦構造から一組の斜め渦が組み合わされた Λ 状の構造を示すようになる. この Λ 状の構造は, 下流側の渦構造が閉じた領域が開いている上流側に比べ壁面より離れた位置にあり, x - y 断面上でも斜めの構造となっている. さらに下流の $150\delta < x < 300\delta$ の領域では, 二次元的な構造は完全に消失し, 斜行波による Λ 状構造が支配的となる. 先に述べたように, この構造は x - y 断面上でも斜めの構造を持つことから, 境界層上下の速度差により下流方向に引き伸ばされる様子が観察され, 鋭角な Λ 状構造へと変形する. この時, 渦構造の閉じた領域は, 自身の誘導速度により, 壁面から持ち上がり起き上がったヘアピン渦となる. さらに, Λ 状構造の上部は大きく流れ方向に引き伸ばされ, 一組の平行な縦渦構造となる (図 6 上段参照). この平行な縦渦構造を形成する一組の渦対の間には強い垂直方向速度成分 ($v > 0$) が起こっていることが確認され, この領域では, 壁面近傍の低速流体が壁面から上部に輸送され, 低速ストリークが生じている. また, 同時に Λ 状渦構造の周りに新たな縦渦が生じており, この様な Λ 状の構造が存在する領域から急速に三次元化が進み乱流へと発達していく様子が確認された.

図 6(a-c) は, 時刻 $t = 640 \sim t = 700$ のヘアピン渦が形成された領域付近の Q 等値面で表わされる渦構造 (上段, 中段) および $z = L_z/2$ 断面での速度発散 $\text{div } \mathbf{u}$ の等高線 (中段, 下段) である. $t = 640$ は, Λ 状構造が引き伸ばさ

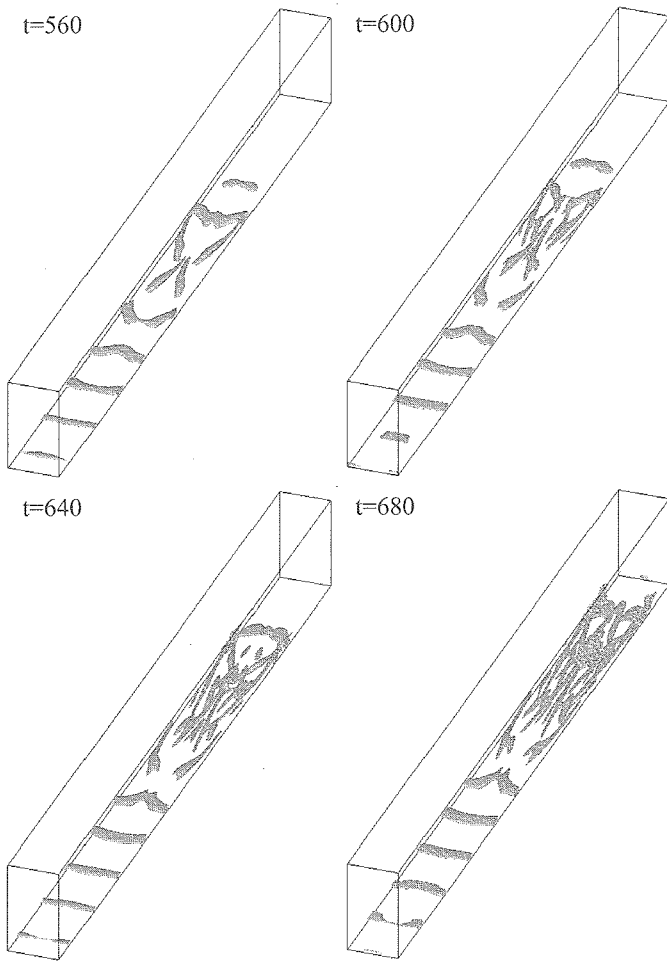


Fig. 5: Time development of second invariant $Q(=0.0002)$ structure.

れ、ヘアピン渦が形成された時刻付近である。図 6(a) 下段を見ると、ヘアピン渦頂部の速度発散 $\text{div } \mathbf{u}$ は四重極特性を持つ分布を形成していることがわかる。また、このヘアピン渦は下流に流されるにつれ、最初に形成されたヘアピン渦頂部の上流側(平行な縦渦対の間に形成された低速ストリーク領域)に新たにヘアピン渦をいくつか生じ続ける(図 6(b))。これらの新たに発生した渦は、発生した位置が近い場合、渦同士が合体する(図 6(c))。また、スパン方向にも新たな縦渦を生じ、より複雑な三次元構造を形成していく様子が確認できる $t = 680$ 。

音響場では、新たに生じたヘアピン渦頂部にも四重極特性を持つ分布が確認できる。 $t = 700$ では、渦構造はより複雑化し、ヘアピン渦頂部は壁面から離れていく様子が観察できる(図 6(c))。 $t = 680$ と $t = 700$ の音響場を比較すると、 $t = 700$ では壁面近傍に比較的大きな $\text{div } \mathbf{u}$ の分布が生じていることが判る。時間経過を観察すると、ヘアピン渦が形成された初期段階では、壁面近傍の $\text{div } \mathbf{u}$ は、ヘアピン渦に伴う四重極特性を示す領域のほぼ真下に生じ、ほぼ同じ速度で下流へと流されているが、比較的大きな値になると、この壁面近傍の $\text{div } \mathbf{u}$ と上方のヘアピン渦付近に形成される $\text{div } \mathbf{u}$ では移流する速度が異なることが確認された。

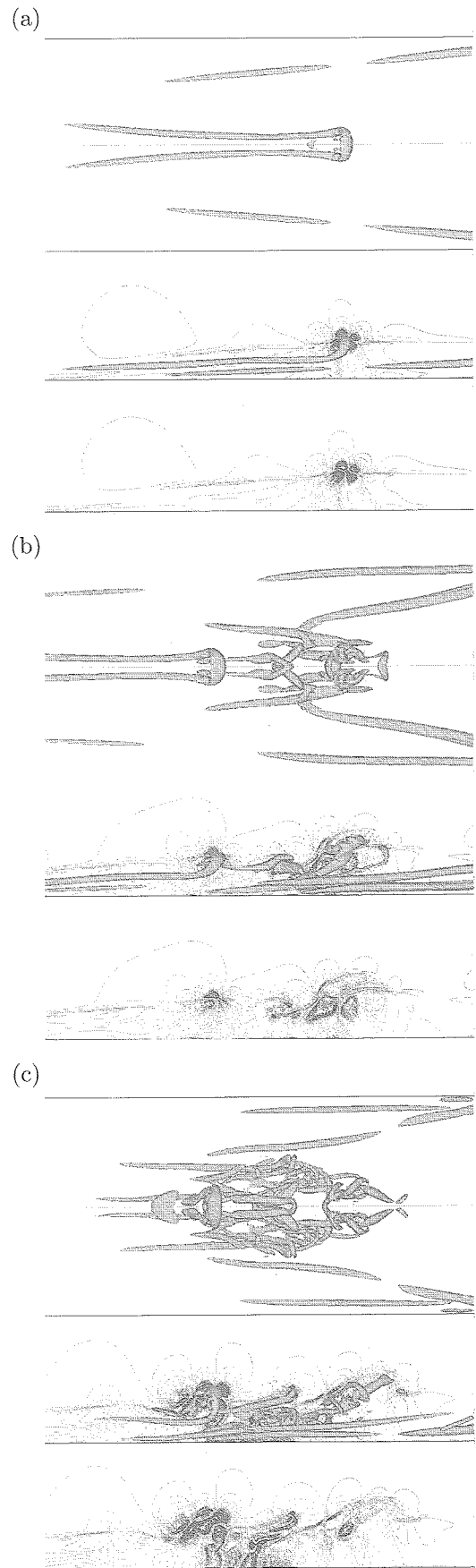


Fig. 6: Iso-surfaces of second invariant $Q(= 0.01)$ structure and contourplots of dilatation $\text{div } \mathbf{u}$ at (a): $t=640$, (b): $t=680$ and (c): $t=700$.

図 7 は、壁面近傍に比較的大きい $\text{div} \mathbf{u}$ が生じた時刻 ($t = 700$) 以降の音響場 ($\text{div} \mathbf{u}$) の発達を示している。等高線は $z = L_z/2$ 断面での値である。図の右側領域より、等高線が密となっている領域を中心とし、時間経過と共に圧縮波面と膨張波面が半円状に広がっている様子が観察できる。このことから、この $\text{div} \mathbf{u}$ が強く現れた領域より比較強い音波が発生し境界層外側に伝播していると考えられる。観察された半円状の圧縮・膨張波において上流側四分円の方が大きな値を示していることは、音源の移動速度が周囲の音速よりも遅いためと考えられる。

図 8 は図 7 と同時刻の渦構造の発達の様子である。上記音波波面の位置から音波発生時刻と位置を推定すると、ヘアピン渦の複雑化し壁面近傍の $\text{div} \mathbf{u}$ が強く現われる $t = 700$ 付近であり位置も壁面近傍の $\text{div} \mathbf{u}$ が強められた領域であった。一方、先に述べたヘアピン渦頂部に形成されたいくつかの四重極性を示す領域からは明確な音波の発生が見られなかった。(ただし、おそらく微弱には発生していると思われる。) これらのことから、放出された音波は壁面近傍の渦構造と上部のヘアピン渦との干渉により発生したと考えられる。

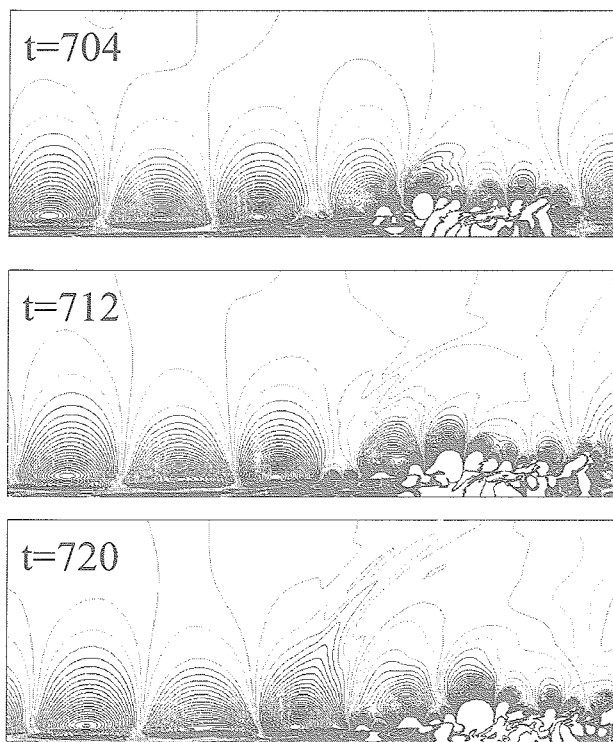


Fig. 7: Time development of dilatation $\text{div} \mathbf{u}$.

5. まとめ

$M = 0.5$, $Re_\delta = 1000$ の圧縮性境界層空間発展 DNS を実行し以下のことを確認した。

- (1) 斜行波の増幅によって形成されるヘアピン渦頂部に四重極性を示す $\text{div} \mathbf{u}$ が生じる。

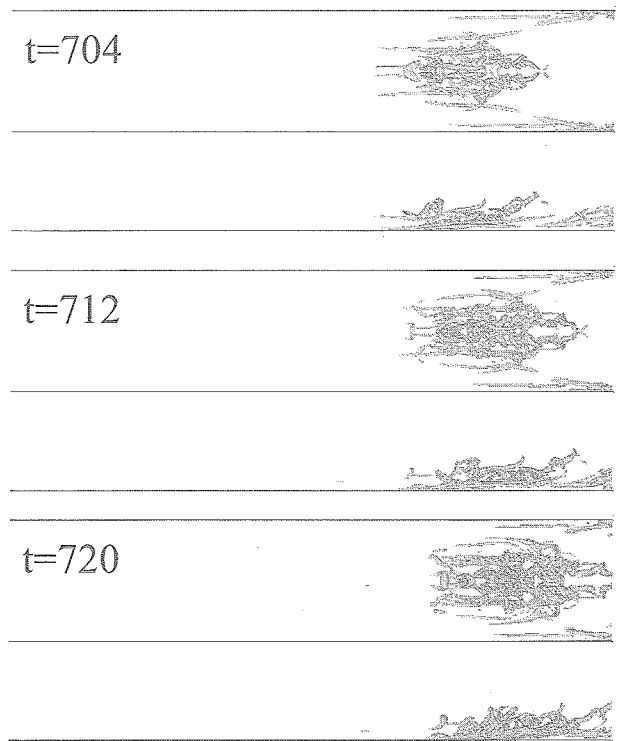


Fig. 8: Time development of second invariant Q ($= 0.02$) structure; upper: topview and bottom: sideview.

- (2) ヘアピン渦発達に伴いヘアピン渦下方の壁面近傍に $\text{div} \mathbf{u}$ の値の大きな領域が形成される。
- (3) hairpin packet を中心に音波が生じる。

参考文献

- 1) Guarini, S., Moser, R., Sharif, K. and Wray, A., *J. Fluid Mech.* **414**, (2000), 1-33.
- 2) Adams N. A., and Kleiser L., *J. J. Fluid Mech.*, **317**, (1996), 301-335.
- 3) Guo Y., Kleiser L. and Adams N. A., *AIAA J.*, **34**, (1996), 683-690.
- 4) Deng, X., Maekawa, H. and Shen, C., *AIAA Paper*, 96-1972(1996).
- 5) Lele, S. K., *J. Comput. Phys.* **103**, (1992) pp.16-42.
- 6) Poinso, T. J. and Lele, S. K., *J. Comput. Phys.*, **101** (1992), p.104.
- 7) 渡辺大輔, 前川 博 & 河野 憲二, 日本流体力学学会年会 2004 講演会論文集, (2004), pp.148-149.
- 8) 前川 博 & 渡辺大輔, *ながれ* **23**, 5, (2004), pp.365-374.

初期データに起因するスプリアス解について

岸 恭子, 高橋 匡康

(宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部)

On the spurious solutions caused by initial data

by

Kyoko KISHI, Tadayasu TAKAHASHI

ABSTRACT

In this article we focus our attention on two dimensional cavity flows governed by the Navier-Stokes equations for incompressible viscous flows and corresponding mathematical model. The initial state of the cavity problem is approximated by impulsive start which contains discontinuity of velocity field. We show the existence of constraints for initial values by considering theoretical properties of solution to the cavity problem.

1. 序論

流体の非定常現象に対する数値シミュレーションを行うためには、流体運動を記述する支配方程式に適切な初期条件及び境界条件を組み合わせた数学モデルを立て、これを離散近似することにより数値解を得ることになる(図1)。このとき、特に流体の非定常現象の発生及び発達を正しく捉える上で、解析対象となる流体現象に応じた初期状態を表す適正な初期条件を与えることが重要である。また数学モデルにおいては、この初期条件の下で運動方程式系の可解性が保証されるかどうかを解析することが必要である。

本稿では特に、Impulsive start に代表される不連続的な速度分布を初期条件とする初期値境界値問題について、非圧縮性 Navier-Stokes 方程式系の可解性という視点から、近似的な初期値を与える場合の拘束条件を導出し、それに応ずる初期データの生成方法について考察する。

2. 数学モデルとしてのキャビティ問題

本節では、初期値境界値問題の一例としてよく知られているキャビティ流れにおける初期条件について考察する。

キャビティ流れとは、下の図2に示すような矩形領域内部の静止流体に対し、上部境界に一定速度を与えた場合、それに伴って生ずる流体現象を解析する問題である([1], [4], [5], [7])。

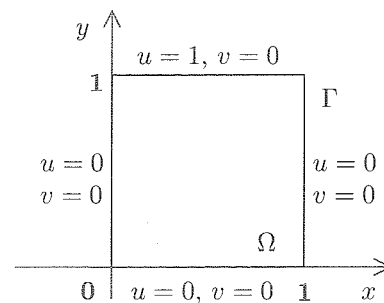


図2: Lid-driven cavity problem

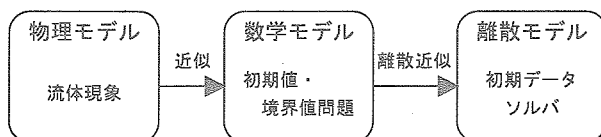


図1: 流体現象の数値シミュレーション

実際には、ある時刻 t_0 まで上部の速度境界条件を $u = 0$ から $u = 1$ に至るまで非定常的に増加させ、 $t > t_0$ では一定速度 $u \equiv 1$ を与えるという物理モデル(A)を考えるのが自然である。但し、数値計算によってこの問題を扱う場合には、初期条件として上部境界付近に Dirac 型の不連続性を持った速度分布を与える、所謂 Impulsive Start のモデル(B)を解くのが一般的である。このような近似手法が用いられている理由と

して、この問題で主に議論の対象となるのは定常状態であること、また現象の発達経緯までを数値計算で実現することは技術的に困難かつコスト高であることなどが挙げられる。一方、物理モデル (A) と比較して数学モデル (B) は、速度場における空間的不連続性を持つために、可解性や解の滑らかさに関する厳密な議論が必要となる。

本稿では簡単のために領域 $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ における速度ベクトル場 $\mathbf{v} = (u, v) = (u(t, \mathbf{x}), v(t, \mathbf{x}))$ と圧力 $P = P(t, \mathbf{x})$ を未知の物理量とする 2 次元非圧縮 Navier-Stokes 方程式系：

$$(NS) \quad \begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta \mathbf{v} - \operatorname{grad} P, \\ (t > 0, \mathbf{x} = (x, y) \in \Omega) \end{cases}$$

に、領域 Ω の境界 Γ 上で \mathbf{v} に対して課せられる境界条件 (BC) と初期条件

$$(IC) \quad \lim_{t \downarrow 0} \mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0$$

を組み合わせた数学モデルを中心に議論を進める。ここで、 Re はレイノルズ数を表す。

上で述べた数学モデル (B) は、図 2 のように模式された境界値問題として知られている。図に示した矩形領域の内部、すなわち流体の占める領域を $\Omega = (0, 1) \times (0, 1)$ とする。このとき、 Ω における速度境界条件は以下のように定式化されている：

$$(BC) \quad \mathbf{v}_0 = \begin{cases} (1, 0) & \text{on } \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, y = 1\}, \\ (0, 0) & \text{otherwise.} \end{cases}$$

この問題では、初期状態を物理的な静止流体と仮定するため、 Ω で一様な分布 $\mathbf{v}_0 \equiv (0, 0)$ を与えるのが自然である。この場合、上記の境界条件からわかるように、 $t = 0$ では上部境界 $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, y = 1\}$ 上で、また $t > 0$ では点 $(0, 1)$ および $(1, 1)$ で、速度は不連続となる。ここでは、点 $(0, 1)$ および $(1, 1)$ は特異点として除外し、初期状態における $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, y = 1\}$ 上の不連続性について考察する。

3. 可解性と初期関数の近似

本節では、Navier-Stokes 方程式系の可解性という視点から、上部境界 $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, y = 1\}$ 付近での \mathbf{v}_0 の分布を連続関数で近似することを考える。

充分小さな正の数 δ について、 Ω の部分集合 B_δ を

次のように定義する：

$$B_\delta := \{(x, y) | 0 < x < 1, 1 - \delta \leq y < 1\}.$$

以下、 $\Omega \setminus B_\delta$ では $\mathbf{v}_0 \equiv (0, 0)$ とし、この領域 B_δ における \mathbf{v}_0 の分布に対する拘束条件について述べる。

まず初めに、キャビティ問題の解に対する必要条件として、次の積分量保存則を導くことができる。

Proposition 1. 任意の時刻 $t \geq 0$ において以下の保存則が成立する：

$$\begin{aligned} (i) \quad & \iint_{\Omega} u(t, \mathbf{x}) \, dx \, dy = 0 \\ (ii) \quad & \iint_{\Omega} v(t, \mathbf{x}) \, dx \, dy = 0 \\ (iii) \quad & \iint_{\Omega} \omega(t, \mathbf{x}) \, dx \, dy = -1. \end{aligned}$$

但しここで $\omega(t, \mathbf{x})$ は渦度 $\omega = v_x - u_y$ を表すものとする。

注. この Proposition は、 Ω 内の速度場に対する境界条件及び流れ関数の性質から導出される ([8]).

これらの積分量保存則を Navier-Stokes の運動方程式：

$$\begin{cases} u_t + uu_x + vv_y = \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta u - P_x & (1) \\ v_t + uv_x + vv_y = \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta v - P_y & (2) \end{cases}$$

及び渦度方程式：

$$\omega_t + (u\omega_x + v\omega_y) = \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta \omega. \quad (3)$$

に適用することにより、次の Proposition が得られる。

Proposition 2. 任意の時刻 $t \geq 0$ において以下の等式が成立する：

$$\begin{aligned} (i) \quad & \frac{1}{\operatorname{Re}} \int_0^1 [u_y(t, x, 1) - u_y(t, x, 0)] \, dx \\ & - \int_0^1 [P(t, 1, y) - P(t, 0, y)] \, dy = 0, \\ (ii) \quad & \frac{1}{\operatorname{Re}} \int_0^1 [v_x(t, 1, y) - v_x(t, 0, y)] \, dy \\ & - \int_0^1 [P(t, x, 1) - P(t, x, 0)] \, dx = 0, \\ (iii) \quad & \int_0^1 [u_{yy}(t, x, 1) - u_{yy}(t, x, 0)] \, dx \\ & - \int_0^1 [v_{xx}(t, 1, y) - v_{xx}(t, 0, y)] \, dy = 0. \end{aligned}$$

注： この Proposition は、キャビティの境界 Γ における応力のバランスを示している. (i) に述べた等式における被積分関数のうち、 $u_y(t, x, 1)$ 及び $P(t, 1, y) - P(t, 0, y)$ はキャビティ上部のコーナーにおける 2 点 $(0, 1)$ 及び $(1, 1)$ で ∞ 値をとる. 従って、(i) の各積分は厳密には可積分ではないため、等式は形式的なものである ((ii) についても同様). さらに (iii) における被積分関数 $u_{yy}(t, x, 1)$, $v_{xx}(t, 1, y) - v_{xx}(t, 0, y)$ に対しても同様である.

Proof. Navier-Stokes の運動方程式 (1), (2) の移流部分を保存形で表し、キャビティ全体の領域における積分を考える：

$$\left\{ \begin{array}{l} \iint_{\Omega} u_t \, dx \, dy + \iint_{\Omega} (u^2)_x + (uv)_y \, dx \, dy \\ \quad = \frac{1}{\text{Re}} \iint_{\Omega} \Delta u \, dx \, dy - \iint_{\Omega} P_x \, dx \, dy, \quad (4) \\ \iint_{\Omega} v_t \, dx \, dy + \iint_{\Omega} (uv)_x + (v^2)_y \, dx \, dy \\ \quad = \frac{1}{\text{Re}} \iint_{\Omega} \Delta v \, dx \, dy - \iint_{\Omega} P_y \, dx \, dy. \quad (5) \end{array} \right.$$

以下では、これらの方程式の各項を Proposition 1 の不変量を用いて評価する.

まず、(4) における時間微分項に対する積分に関して、Proposition 1 (i) より

$$\iint_{\Omega} u_t \, dx \, dy = \frac{\partial}{\partial t} \left(\iint_{\Omega} u \, dx \, dy \right) = 0$$

が成立する.

次に、移流部分の積分に Stokes の定理を適用すると

$$\iint_{\Omega} (u^2)_x + (uv)_y \, dx \, dy = \int_{\Gamma} u^2 \, dy - uv \, dx$$

となり、右辺の被積分関数は各境界上で 0 であるから

$$\iint_{\Omega} (u^2)_x + (uv)_y \, dx \, dy = 0$$

を得る.

また、粘性項の積分については Stokes の定理及び連続の式 $u_x + v_y = 0$ を用いると

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \Delta u \, dx \, dy &= \int_{\Gamma} u_x \, dy - u_y \, dx \\ &= - \int_{\Gamma} v_y \, dy + u_y \, dx \\ &= \int_0^1 [u_y(t, x, 1) - u_y(t, x, 0)] \, dx \end{aligned}$$

を得るから、(4) は

$$\begin{aligned} \frac{1}{\text{Re}} \int_0^1 [u_y(t, x, 1) - u_y(t, x, 0)] \, dx \\ - \int_0^1 [P(t, 1, y) - P(t, 0, y)] \, dy = 0 \end{aligned}$$

と変形され、(i) の等式が示される.

次に (5) についても同様の計算を行う. Proposition 1 (ii) より

$$\iint_{\Omega} v_t \, dx \, dy = 0,$$

となり、さらに移流項に関する積分については Stokes の定理及び速度の境界条件から

$$\iint_{\Omega} (uv)_x + (v^2)_y \, dx \, dy = \int_{\Gamma} uv \, dy - v^2 \, dx = 0$$

を得る. また粘性項に関する積分は

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \Delta v \, dx \, dy &= \int_{\Gamma} v_x \, dy - v_y \, dx \\ &= \int_{\Gamma} v_x \, dy + u_x \, dx \\ &= \int_0^1 [v_x(t, 1, y) - v_x(t, 0, y)] \, dy, \end{aligned}$$

となるから、(5) より

$$\begin{aligned} \frac{1}{\text{Re}} \int_0^1 [v_x(t, 1, y) - v_x(t, 0, y)] \, dy \\ - \int_0^1 [P(t, x, 1) - P(t, x, 0)] \, dx = 0, \end{aligned}$$

を得る.

最後に、(iii) の証明では渦度方程式 (3) を領域 Ω において積分した次の関係式を用いる：

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \omega_t \, dx \, dy + \iint_{\Omega} u\omega_x + v\omega_y \, dx \, dy \\ = \frac{1}{\text{Re}} \iint_{\Omega} \Delta \omega \, dx \, dy. \quad (6) \end{aligned}$$

まず時間微分項に関する積分は Proposition 1 (iii) より 0 となる. 左辺第 2 項について速度ベクトルに課せられた境界条件を適用すると

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} u\omega_x + v\omega_y \, dx \, dy \\ = \iint_{\Omega} (u\omega)_x + (v\omega)_y - (u_x + v_y)\omega \, dx \, dy \\ = \int_{\Gamma} u\omega \, dy - v\omega \, dx = 0 \end{aligned}$$

を得る. さらに右辺の積分に関しては

$$\begin{aligned}
\iint_{\Omega} \Delta \omega \, dx &= \int_{\Gamma} \omega_x \, dy - \omega_y \, dx \\
&= \int_{\Gamma} (v_x - u_y)_x \, dy - (v_x - u_y)_y \, dx \\
&= \int_{\Gamma} v_{xx} - u_{xy} \, dy + \int_{\Gamma} u_{yy} - v_{xy} \, dx \\
&= \int_0^1 \left[v_{xx}(t, 1, y) - v_{xx}(t, 0, y) \right] dy \\
&\quad + \int_0^1 \left[u_{yy}(t, x, 0) - u_{yy}(t, x, 1) \right] dx \\
&= 0
\end{aligned}$$

であるから、等式 (6) により (iii) が成立することが示された。□

次に、(IC) で述べた解の時間的連続性を考慮し、Proposition 2 の各方程式において $t \rightarrow 0$ の極限を考える。このとき、キャビティ内部（特に B_δ ）における静止流体を適正に近似するための拘束条件を導くことができる。

Theorem. $t = 0$ における $\{(x, y) | 0 < x < 1, y = 1\}$ 上の渦度、圧力及び速度に対して以下の成立が要求される：

- (i) $\omega(0, x, 1) \equiv 0,$
- (ii) $P(0, x, 1) \equiv 0,$
- (iii) $u_{yy}(0, x, 1) \equiv 0.$

但し、圧力 P は境界上 $P \equiv 0$ として正規化するものとする。

Proof. Proposition 2 (i)～(iii) の各等式について、 $t \rightarrow 0$ の極限を考える。キャビティ内部の初期状態は静止流体であるから $P(0, 0, y) = P(0, 1, y) = \text{const.}$ 及び $u_y(0, x, 0) = 0$ が成立している。よって Proposition 2 (i) より

$$\int_0^1 u_y(t, x, 1) \, dx \rightarrow 0 \quad \text{as } t \rightarrow 0$$

が成立する。(IC) によって初期値 v_0 を

$$v(0, x, y) = \lim_{t \downarrow 0} v(t, x, y)$$

で定めているため、 $u_y(0, x, 1) \equiv 0$ が成立する。従って $\omega(0, x, 1) = v_x(0, x, 1) - u_y(0, x, 1) = 0$ を得る。

次に、(ii) より $v_x(t, 1, y) = v_x(t, 0, y)$ 、さらに

$P(0, x, 0) \equiv 0$ であるから

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int_0^1 P(t, x, 1) \, dx = 0.$$

ここでは境界上 $P = 0$ と仮定しているから、静止流体の近似として上部境界においても $P \equiv 0$ が成立する。

最後に (iii) については $u_{yy}(0, x, 0) = v_{xx}(0, 1, y) = v_{xx}(0, 0, y) = 0$ であるから、

$$\int_0^1 u_{yy}(t, x, 1) \, dx \rightarrow 0 \quad \text{as } t \rightarrow 0.$$

上と同様に、静止流体の近似として考えると $u_{yy}(t, x, 1) \equiv 0$ を得る。□

この Theorem は、(IC) で定めた時間的極限としての初期条件 v_0 が満たすべき性質を述べている。すなわち、近似的な初期値境界値問題 (NS)–(BC)–(IC) の可解性のための初期条件 (IC) に対する必要条件である。従って、数値計算を行う場合にも Theorem で述べた拘束条件から導出される初期関数の性質を、離散モデルにおける初期条件に適用し、適切な初期データを生成することの必要性を述べている。

4. 考察

前節で示した定理は、キャビティ問題における非圧縮 Navier-Stokes 方程式系の可解性を仮定した場合の、初期関数 v_0 に対する必要条件を意味している。すなわち、上部境界付近における速度及び圧力の初期関数を領域 B_δ で近似する際の拘束条件を与えている。以下では、Theorem に述べた拘束条件に基づき、速度場及び渦度場の初期分布について考察する。

Impulsive start として定式化された初期条件では、特に速度の第 1 成分 u の初期関数 $u(0, x, y)$ を、Delta 関数

$$u(0, x, y) = \begin{cases} 1 & (\text{if } y = 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

として与えられる。このような初期関数を連続的に近似するためには、ある関数 $f(x, y)$ ($1 - \delta \leq y \leq 1$) を用いて

$$u(0, x, y) = \begin{cases} f & ((x, y) \in B_\delta) \\ 0 & ((x, y) \in \Omega \setminus B_\delta) \end{cases}$$

となるものを考える。

下の図 3 に Impulsive start を直接的に近似した初期関数 u の y 方向の分布を模式した。

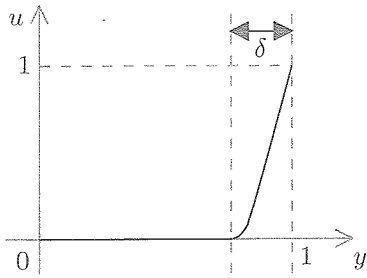


図 3: 拘束条件を満足しない初期関数 u

この場合, u_y の値は $y = 1$ の近傍である正の定数 (f の傾き) の値をとり, Theorem (iii) の条件 $u_y = 0$ を満足することは出来ない. すなわち, 初期値に対する拘束条件を満足していないため, このような初期値から得られる解は, 非定常的には解析対象とする現象を正確に模擬しているかどうかは不明であり, その意味でスプリアス解 (偽解) となる.

一方で, Theorem (iii) 及び Proposition 1 の積分保存則, また連続の式の成立などから, 速度場の第一成分 u に関して次のような微分構造を持つことを推測することができる.

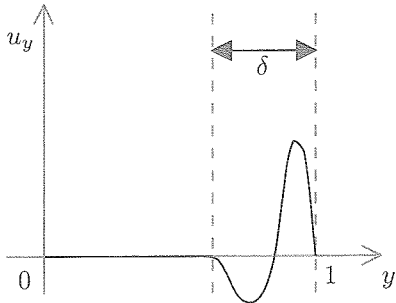


図 4: 拘束条件を満足する初期関数 u_y の一例

このとき, 上図の微分構造をもとに初期関数 u の分布は下の図 5 のように模式することができる. 図 3 と

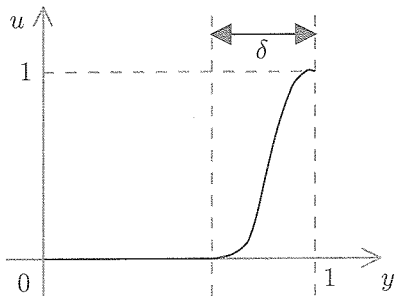


図 5: 拘束条件を満足する初期関数 u の一例

比較して, 特に上部境界付近での構造に差が現れていることがわかる.

特に, 流れ関数-渦度法によるキャビティ流れに対する数値計算を行う場合, 渦度の初期関数 ω_0 が必要となる. このとき, 同様の考察から拘束条件を満たす ω_0 は図 6 のような分布となる.

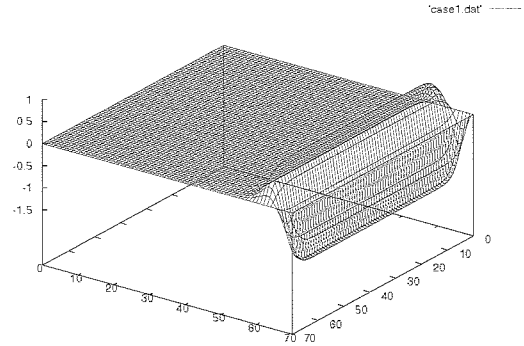


図 6: 拘束条件を満足する初期関数 ω の一例

5. 結論

キャビティ問題における初期分布は, 図 4 で示したような構造をもつ関数の $\delta \rightarrow 0$ での極限として定式化されなければならないことがわかる. キャビティ問題 (図 2) における速度の第 1 成分 u の初期関数として, 上部境界 $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, y = 1\}$ で Dirac 型の不連続性を持つ分布を考える場合, 0 から 1 の値をとる $y \in [1 - \delta, 1]$ についての単調増加関数として近似するのが最も自然であると考えられる. しかし, この場合の渦度 ω の分布は必ずしも Theorem の拘束条件を満足するとは限らない.

キャビティ問題を可解性が成立する数学モデルとして解析するためには, 領域 B_δ で Theorem に述べた拘束条件が成立するように, 速度場及び圧力場の初期関数を近似する必要がある. このことは, Impulsive start による数学モデルを初期値境界値問題として定式化することの重要性を示唆している.

最後に, (NS)-(IC)-(BC) に対する数値解析上の課題としては, 特に (IC) について Theorem に述べた拘束条件を満足するものとそうでないものを生成し, それぞれの初期データから発達する非定常現象の比較を行うことが必要である.

参考文献

- [1] S. Abdallah, Numerical solutions for the incompressible Navier-Stokes equations in primitive

- variables using a non-staggered grid. II, *J. Comput. Phys.*, **70**, 193–202 (1987).
- [2] G. K. Batchelor, On steady laminar flow with closed streamlines at high Reynolds number, *J. Fluid. Mech.*, **1**, 177–190 (1987).
- [3] O. R. Burggraf, Analytical and numerical studies of the structure of steady separated flows, *J. Fluid Mech.*, **24**, 113–151 (1966).
- [4] A. G. Churbanov, A. N. Pavlov and P. N. Vabishchevich, Operator-splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations on non-staggered grids. Part 1: First-order schemes, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, **21**, 617–640 (1995).
- [5] U. Ghia, K. N. Ghia and C. T. Shin, High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, *J. Comput. Phys.*, **48**, 387–411 (1982).
- [6] R. Iwatsu, K. Ishii, T. Kawamura, K. Kuwahara, J. M. Hyun, Simulation of transition to turbulence in a cubic cavity, AIAA-89-0040, (1989).
- [7] J. Kim and P. Moin, Application of a Fractional-Step method to incompressible Navier-Stokes equations, *J. Comput. Phys.*, **59**, 308–323 (1985).
- [8] T. Takahashi, K. Kishi, Y. Matsuura, S. Oharu, 非圧縮性流体の非定常計算手法の妥当性について, 宇宙航空研究開発機構特別資料 JAXA-SP-03-002, 143–147 (2004).
- [9] R. Temam, Navier-Stokes Equations, Theory and Numerical Analysis, North-Holland, Amsterdam (1977).

圧縮性 Euler 方程式の差分近似の不安定性と線形場

Instability in difference approximation
for the compressible Euler Equations and the linear field

相曾 秀昭 (AISO, Hideaki) * アブジャロフ ムスタファ (ABOUZIAROV, Moustafa) **

We are concerned with the carbuncle phenomenon, a kind of instability that happens in numerical computation for compressible Euler equations. Through numerical experiments we show that the occurrence of instability is closely related with some linearized stability of discrete temporal evolution

1. はじめに

Quirk[2] により議論され学術的に考察すべき対象として認識される以前から、圧縮性 Euler 方程式で強い衝撃波が形成される場合の数値計算において数値的と考えられる不安定現象が生じる事は経験的に知られていた。この不安定性はカーバンクル (Carbuncle) 現象またはカーバンクル不安定性と呼ばれる。[2] はこの不安定現象を差分近似の方法に起因するものとして論じた。

この不安定性に関し経験的にいくつかの事が知られている。不安定が1次元計算で生じなくても同一の1次元現象を多次元(2次元以上)で数値計算すると生じ得る。不安定は衝撃波が計算格子座標のどれかの座標軸又は2つの座標軸のなす面にほぼ平行な場合に生じ易い。衝撃波が強いほど不安定が生じ易い。また、不安定現象の空間的スケールは計算格子上でのスケールに依存し物理現象のスケールには依存しない。最後の事実は、不安定現象が、圧縮性 Euler 方程式という物理現象を記述する偏微分方程式よりは、その偏微分方程式の数値解を得る為に用いられる離散モデル(差分近似)に起因するのではないかという推論をもたらす。

圧縮性 Euler 方程式の数値計算に用いる種々の離散モデル(差分近似)は非線形であるが、

Moschetta ら [3] はその離散モデルにおける時間発展を線形化しその線形化システムの安定・不安定を論じる事を試みた。[3] の中では静止衝撃波問題を種々の差分で近似する数値計算を考え、各差分近似の表す時間発展モデルの線形化を数値微分により行っている。(一般の保存則の差分近似では、離散モデルの線形化を行う際に必要な差分式の微分が複雑になる為)

本稿では、進行衝撃波の場合にある種の線形化により得られた系の不安定性とカーバンクル不安定の出現が一致する事を観察する。我々は Godunov 法による差分の場合を解析する。実際、Godunov 法は現在圧縮性 Euler 方程式に広く用いられる有限体積概念に基く保存型差分の中では理論的に最も自然に導かれるものであり、また線形化を行う際に必要な差分式の偏微分を理論的に求め易い。最終的には、実際の進行衝撃波の数値計算とその数値計算の離散モデルの線形化から得られる線形系の固有値を観察し、カーバンクル不安定と線形不安定の一致を確かめる。

2. 圧縮性 Euler 方程式の進行衝撃波解

ここでは、空間2次元の圧縮性 Euler 方程式

$$U_t + F(U)_x + G(U)_y = 0, \quad -\infty < x, y < \infty, t > 0. \quad (1)$$

について考える。ただし、 U は保存変数のベクトル

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad (2)$$

*JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency)
Jindaiji-Higashi-machi 7-44-1 Chofu TOKYO 182-8522
JAPAN, aiso @ chofu.jaxa.jp

**Institute of Mechanics, Nizhni-Novgorod State University GSP1000, Gagarin av.23, Nizhni-Novgorod 603600
RUSSIA. abouziar @ dk.mech.unn.ru

(ただし、 ρ, u, v, p, e はそれぞれ、密度、 x 、 y 各方向の速度成分、圧力、単位体積あたり内部エネルギー) であり、 x 、 y 各方向の流束 F, G は

$$F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e + p) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e + p) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

のように表される。また、理想気体の状態方程式

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2). \quad (4)$$

を仮定する。

次のような進行衝撃波解を考える。Riemann 問題の初期値

$$U(x, 0) = \begin{cases} U_L = [\rho_L, \rho_L u_L, 0, e_L], & x < 0, \\ U_R = [\rho_R, \rho_R u_R, 0, e_R], & x > 0 \end{cases} \quad (5)$$

が¹、次の Rankine-Hugoniot 条件

$$F(U_R) - F(U_L) = s(U_R - U_L). \quad (6)$$

を満たし、かつ、次の条件²

$$\begin{aligned} u_L - c_L &> s > u_R - c_R \\ \text{または} \\ u_L + c_L &> s > u_R + c_R \end{aligned} \quad (7)$$

($c_L = \sqrt{\gamma p_L / \rho_L}$, $c_R = \sqrt{\gamma p_R / \rho_R}$ は、Riemann 問題を定める 2 状態 U_L, U_R における音速である。) また、全ての領域において、次のような意味で「十分に上流的な状況」であるとしておく。

$$u \pm c, u \gg 0, c = \sqrt{\gamma p / \rho} \quad (8)$$

以上の状況では、初期値問題 (1), (5) のエントロピー解 (一意) は進行衝撃波解

$$U(x, y, t) = U(x - st, y, 0) = \begin{cases} U_L, & x < st, \\ U_R, & x > st. \end{cases} \quad (9)$$

となる。これは 2 次元内を平面衝撃波が進行する様子を表す。この解の差分による数値計算について考えていく。

¹ tA は行列又はベクトル A の転置 (transpose) を表すものとする。

²Rankine-Hugoniot 条件 (5) のみでは衝撃波における物理的なエントロピー条件を満たさないの、Riemann 問題 (5) の解が進行衝撃波解となる為にはこの条件を付加する必要がある。

3. Godunov 法による離散化

Godunov 法による離散化を考える。Godunov 法は、圧縮性 Euler 方程式の様な保存則の数値計算に用いられる保存型差分の中では、Riemann 問題の厳密解を利用して数値流束を定める故、最も「自然な」差分近似の一つであると言える事を注意しておく。

まず、 x, y -空間を次のように有限体積 (セル) に分割する。 $I_{i,j} = (x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}) \times (y_{j-\frac{1}{2}}, y_{j+\frac{1}{2}})$ (i, j は整数)。時間変数も $\{t^n; 0 = t^0 < t^1 < \dots\}$ の様に離散化し、空間、時間の離散化は共に一様であるとしておく。即ち、任意の i, j, n について $x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}} = \Delta x$, $y_{j+\frac{1}{2}} - y_{j-\frac{1}{2}} = \Delta y$, $t^{n+1} - t^n = \Delta t$ for all n . また、CFL 条件についても

$$\frac{|u| + c}{\Delta x} + \frac{|v| + c}{\Delta y} \leq \frac{1}{\Delta t}. \quad (10)$$

を仮定する。

ベクトル $U_{i,j}^n = [\rho_{i,j}^n, (\rho u)_{i,j}^n, (\rho v)_{i,j}^n, e_{i,j}^n]$ は、時刻 $t = t^n = n\Delta t$ における有限体積 $I_{i,j}$ での状態 U を近似するものであり、 $\{U_{i,j}^0\}_{i,j \text{ は整数}}$ は $\{U_{i,j}^n\}_{n, i, j \text{ は整数}, n \geq 1}$ を逐次計算するための初期値として与えられる。 $\{U_{i,j}^n\}_{n, i, j \text{ は整数}, n \geq 1}$ は (圧縮性 Euler 方程式を近似する) 離散的な時間発展

$$\begin{aligned} U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n - \frac{\Delta t^n}{\Delta x_i} \left\{ \bar{F}_{i+\frac{1}{2},j}^n - \bar{F}_{i-\frac{1}{2},j}^n \right\} \\ - \frac{\Delta t^n}{\Delta y_j} \left\{ \bar{G}_{i,j+\frac{1}{2}}^n - \bar{G}_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

より n について逐次定義される。ここで各方向の数値流束 $\bar{F}_{i+\frac{1}{2},j}^n, \bar{G}_{i,j+\frac{1}{2}}^n$ は有限体積境界における流束 F, G のそれぞれを近似するもので、Godunov 法においては次のように定める。

各 $F_{i+\frac{1}{2},j}^n$ は、 $U_{i,j}^n$ と $U_{i+1,j}^n$ の 2 状態が定める Riemann 問題

$$\begin{aligned} U_t + F(U)_x &= 0, \\ U(x, 0) &= \begin{cases} U_{i,j}^n, & x < 0 \\ U_{i+1,j}^n, & x > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

の定めるエントロピー解 (厳密解)³

$$U = U(x, t) = U(x/t; U_{i,j}^n, U_{i+1,j}^n)$$

³一般に保存則の Riemann 問題のエントロピー解 $U = U(x, t)$ が存在すればそれは x/t に依存するいわゆる相似解である。

を利用して

$$F_{i+\frac{1}{2},j}^n = F(U(0; U_{i,j}^n, U_{i+1,j}^n)). \quad (13)$$

の様に定められる。

各 $G_{i,j+\frac{1}{2}}^n$ も同様に定められる。即ち、Riemann 問題

$$\begin{aligned} U_t + G(U)_y &= 0, \\ U(x, 0) &= \begin{cases} U_{i,j}^n, & y < 0 \\ U_{i,j+1}^n, & y > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

のエントロピー解 (厳密解)

$$U = U(y, t) = U(y/t; U_{i,j}^n, U_{i,j+1}^n)$$

から

$$G_{i,j+\frac{1}{2}}^n = G(U(0; U_{i,j}^n, U_{i,j+1}^n)). \quad (15)$$

により与えられる。

4. 数値計算に用いられる離散モデルの解析

数値計算に用いられる離散モデル (11) の解析を進める。

初期値 $\{U_{i,j}^0\}_{i,j \text{ は整数}}$ が完全に 1 次元的で j に全く依存せず、離散的な時間発展 (11) が桁落ち等による誤差が皆無であるよう全く厳密に計算されると仮定すれば、カーバンクル不安定は生じ得ない。また、桁落ち等による誤差が生じて、各セル $I_{i,j}$ における誤差が j に依存しなければ、誤差発生を含む数値計算が全く 1 次元的でありカーバンクル不安定は生じ得ない。

しかしながら、実際の数値計算においては、2 つのセル I_{i,j_1} と I_{i,j_2} ($j_1 \neq j_2$) における計算誤差は異なり得る。⁴ しかしながら、そのような誤差の蓄積がカーバンクル不安定であるとする事では、一旦誤差の発生が観察されればそれが急速に発展するカーバンクル不安定の現象を十分に説明できない。そこで、一旦誤差が発生すればそれが離散モデル (11) により増幅される機構が存在すると推

⁴ こうした数値計算上の誤差は、主に、 $\Delta y = y_{j+\frac{1}{2}} - y_{j-\frac{1}{2}}$ のデジタル表現が j に依存して桁落ち誤差により同一でなくなる事に由来するのではないかと考えられる。実際、 $y_{j+\frac{1}{2}} = j$ として計算機上で整数型変数をとればそのような桁落ち誤差は生じないが、この場合には本稿のような平面衝撃波の伝播の計算ではカーバンクル不安定は発生しない。しかし、このような場合でも誤差を一旦与えるとカーバンクル不安定が生じる。これは、不安定を起こす最初の誤差の発生機構と不安定の成長機構とは別物として考察すべきである事も示唆している。

論するのが自然である。実際、[3, 1] においても同様の視点から議論を展開している。

ここでは議論を単純化するために、誤差の odd-even 性 (偶奇交代性)

$$\begin{aligned} U_{i,j}^n &= U_i^n + (-1)^j \hat{U}_i^n, \\ U_i^n &= \mathfrak{t}[\rho_i^n, (\rho u)_i^n, 0, e_i^n], \\ \hat{U}_i^n &= \mathfrak{t}[\hat{\rho}_i^n, (\hat{\rho} u)_i^n, (\hat{\rho} v)_i^n, \hat{e}_i^n t]. \end{aligned} \quad (16)$$

を仮定する。 $(-1)^j \hat{U}_i^n$ が (本来は j に関係なく $U_{i,j}^n = U_i^n$ であるべき) 各 $U_{i,j}^n$ に係る計算誤差であるという仮定である。この仮定はそれ程人工的なものではない。実際、[2] においてもカーバンクル不安定は大まかには odd-even であるとされ、保存型差分近似における保存性の観点から見ても自然である。また、実際の計算において脚注 4 に述べた方法で Δy の計算機上デジタル表現の誤差を抑制した数値計算を設定し $n = 0$ の段階で (16) の様に誤差を与えれば、カーバンクル不安定を発生させる事ができ、任意の n で (16) が保たれる。

次の事実が不安定性の解析に基本的なものであるから、定理として記述しておく。

定理 1 (11) と (16) の仮定の下で、関係式

$$\begin{aligned} \hat{U}_i^{n+1} &= \hat{U}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ \frac{\partial F}{\partial U}(U_i^n) \hat{U}_i^n - \frac{\partial F}{\partial U}(U_{i-1}^n) \hat{U}_{i-1}^n \right\} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} \cdot 2 \left| \frac{\partial G}{\partial U}(U_i^n) \right| \hat{U}_i^n \\ &= \left\{ I - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{\partial F}{\partial U}(U_i^n) - 2 \frac{\Delta t}{\Delta y} \left| \frac{\partial G}{\partial U}(U_i^n) \right| \right\} \hat{U}_i^n \\ &\quad + \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{\partial F}{\partial U}(U_{i-1}^n) \hat{U}_{i-1}^n + o(\delta). \end{aligned} \quad (17)$$

が得られる。これらは

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i^{n+1}}{\partial U_i^n} &= \left\{ I - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{\partial F}{\partial U}(U_i^n) - 2 \frac{\Delta t}{\Delta y} \left| \frac{\partial G}{\partial U}(U_i^n) \right| \right\}, \\ \frac{\partial U_i^{n+1}}{\partial U_{i-1}^n} &= \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{\partial F}{\partial U}(U_{i-1}^n), \\ \frac{\partial U_i^{n+1}}{\partial U_k^n} &= O, \quad i - k \neq 0, 1 \end{aligned} \quad (18)$$

の様にも記される。ここで、 $|A|$ はある行列 P で $P^{-1}AP = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ のように対角化される A について

$$\begin{aligned} |A| &= P \cdot \text{diag}(|\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_n|) \cdot P^{-1} \\ &= P \begin{bmatrix} |\lambda_1| & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & |\lambda_2| & 0 & \cdots & 0 \\ & \cdots & \cdots & \cdots & \\ 0 & & & & |\lambda_n| \end{bmatrix} P^{-1} \end{aligned} \quad (19)$$

の様に与えられるものとする。⁵

本定理の証明は、次の2つの補題1, 2. から与えられる。これらの補題は x -方向の「十分な上流性」の仮定である (8) と y -方向では通常の線形化が可能である事実に基く。

補題 1

$$\bar{F}_{i+\frac{1}{2},j}^n = F(U_{i,j}^n). \quad (20)$$

補題 2

$$\begin{aligned} \bar{G}_{i,j+\frac{1}{2}}^n &= \frac{1}{2} \{G(U_{i,j}^n) + G(U_{i,j+1}^n)\} \\ &\quad - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial G}{\partial U}(U_i^n) \right| (U_{j+1}^n - U_j^n) \\ &\quad + o(\delta). \end{aligned} \quad (21)$$

上の2つの補題はそれぞれ Godunov 法における数値流束 $\bar{F}_{i+\frac{1}{2},j}^n$ 又は $\bar{G}_{i,j+\frac{1}{2}}^n$ を定める Riemann 問題 (12) 又は (14) を考察すれば容易に得られるものである。

さて、数列 \hat{U}^n と行列 E_n^{n+1} を

$$\begin{aligned} \hat{U}^n &= {}^t \left[\cdots, \hat{\rho}_i^n, (\widehat{\rho u})_i^n, (\widehat{\rho v})_i^n, \hat{e}_i^n, \right. \\ &\quad \left. \hat{\rho}_{i+1}^n, (\widehat{\rho u})_{i+1}^n, (\widehat{\rho v})_{i+1}^n, \hat{e}_{i+1}^n, \cdots \right], \\ E_n^{n+1} &= \left[\frac{\partial U_i^{n+1}}{\partial U_k^n}(U_k^n) \right]_{i,k:\text{整数}}, \end{aligned}$$

のように定める。但し、 $\frac{\partial U_i^{n+1}}{\partial U_k^n}(U_k^n)$ は E の 4×4 小行列であり i, k は整数である。⁶すると、 \hat{U}^n から \hat{U}^{n+1} への離散的時間発展

$$\hat{U}^n \mapsto \hat{U}^{n+1}$$

は

$$\hat{U}^{n+1} = E_n^{n+1} \cdot \hat{U}^n + o(\delta).$$

のように書き表す事ができ、更に行列 E_n^{n+r} を

$$E_n^{n+1} = \left[\frac{\partial U_i^{n+r}}{\partial U_k^n}(U_k^n) \right]_{i,k:\text{整数}}$$

と定めれば、

$$\hat{U}^{n+r} = E_n^{n+r} \cdot \hat{U}^n + o(\delta) \quad (22)$$

⁵行列 A が対角化可能な場合、対角化を与える行列 P は一意ではないが、ここで定義される $|A|$ は P の取り方に依存しない事を注意しておく。

⁶これらの小行列は定理1内の式により得られ、 $i-k \neq 0, 1$ の場合には零行列 O となる。

の関係が得られる。⁷

さて、我々は安定な進行衝撃波の離散プロファイル⁸の数値計算を利用し、カーバンクル不安定性和 \hat{U}^n から \hat{U}^{n+r} への写像 (22) の線形安定性の関係を論じる。我々の本稿の主張を次に記す。

主張. カーバンクル不安定性の不出現・出現と、(22) の写像 $\hat{U}^n \mapsto \hat{U}^{n+r}$ の線形安定・線形不安定は一致する。

5. 数値計算による実験

数値計算は、進行衝撃波の安定な離散プロファイルを得る部分と不安定性の観察の2つの部分からなる。

5.1. 進行衝撃波の安定離散プロファイル

まず、進行衝撃波の安定離散プロファイルを次のようにして得る。

1. 1次元圧縮性 Euler 方程式に対し Godunov 法

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ \bar{F}_{i+\frac{1}{2}}^n - \bar{F}_{i-\frac{1}{2}}^n \right\}. \quad (23)$$

を用いて計算する。各 $\bar{F}_{i+\frac{1}{2}}^n$ は (11) と同様に与えられる。 $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ は後の2次元計算と同じ値である。

2. 計算領域は $i_{\min} \leq i \leq i_{\max}$ であるが、 $i_{\max} - i_{\min}$ は十分に大とする。また初期値 $\{U_i^0\}$ は

$$U_i^0 = \begin{cases} U_L, & i_{\min} \leq i \leq i_s \\ U_R, & i_s < i \leq i_{\max}, \end{cases} \quad (24)$$

で与えるが、 U_L と U_R は (6), (7), (8), (10) を満足し衝撃波速度 s は $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ に対して有理比を持つ

$$s = \frac{q}{r} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad q, r \text{ は互いに素な正整数.}$$

とする。2つの境界については、 $i = i_{\min}$ では完全流入条件、 i_{\max} では完全流出条件とする。

⁷ E_n^{n+r} について、 $E_n^{n+r} = E_{n+r-1}^{n+r} \times \cdots \times E_n^{n+1}$, $r \geq 1$ であり、 $i-r \leq k \leq i$ 以外の場合には $\frac{\partial U_i^{n+r}}{\partial U_k^n}(U_k^n) = 0$ である。

⁸安定な進行衝撃波の数値計算における安定な離散プロファイルについては理論的な解決は未だなされていない。ここでは、安定な離散プロファイルに十分に近いと考えられるデータを数値計算により得て数値実験を行う。

3. 離散的時間発展 (23) を繰り返す。ただし、 r 回の離散的時間発展毎に空間的にデータを $-q$ ノード分だけシフトする。即ち

```

do  $i = i_{\min}, i_{\max} - r$ 
   $U_i^n = U_{i+r}^n$ 
enddo
do  $i = i_{\max} - r + 1, i_{\max}$ 
   $U_i^n = U_R$ 
enddo

```

4. 安定な離散プロファイルが得られたと判断される時点で数値計算を停止し、その時点での $\{U_i^n\}_i$ を安定離散プロファイルとして採用する。その判断は、

$$S(n) = \sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}-r} \left\{ |\rho_i^{n+r} - \rho_i^n| + |(\rho u)_i^{n+r} - (\rho u)_i^n| + |e_i^{n+r} - e_i^n| \right\}.$$

により、 $\{U_i^{n+r}\}_i$ と $\{U_i^n\}_i$ を比較し、 $S(n)$ が十分小さくなった事による。

実際、離散プロファイルへの数値的収束はかなり良く、倍精度計算でノードの点数が千点オーダーの場合でも $S(n)$ は 10^{-13} 程度までは減少する。ここでは $i_{\min} = 0, i_{\max} = 1000, i_s = 100$ とした。しかし、ノードの点数の安定プロファイルへの影響を確かめる為、 $i_{\min} = 0, i_{\max} = 2000, i_s = 200$ の場合も同様に試した。非常に弱い衝撃波でなければ、どちらの場合も本質的に同一のプロファイルを与える。

ここで得られたプロファイルを次の安定性の試験計算の初期値 $\{U_i^0\}_i$ として用いる。

5.2. 安定・不安定の確認

ここでは、安定・不安定の確認の為、上で得られたデータから2つの計算を行う。

まず、 r 回分の離散時間発展⁹ による誤差の発展 $\hat{U}^n \mapsto \hat{U}^{n+r}$ の状況を E_n^{n+r} を用いて調べる。しかし、 E_n^{n+r} は無限なので、有限部分行列を取り出して調べる必要がある。そこで、 i_- と i_+ ¹⁰ を

$$\begin{aligned} |\rho_i^0 - \rho_L| &< 10^{-4} |\rho_R - \rho_L|, i < i_-, \\ |\rho_R - \rho_i^0| &< 10^{-4} |\rho_R - \rho_L|, i > i_+ - r. \end{aligned} \quad (25)$$

⁹ r 回の離散的時間発展でデータは s ノード分のシフトを除けば同一になっている。

¹⁰ (25) の定める i のノードの範囲で行列 \bar{E}_0^r を定めて観察して問題はないと思われる。実際、(25) の 10^{-4} を 10^{-5} に取り替えて行列 \bar{E}_0^r を定めても、優越固有値は殆ど変化しない。

満たすようにとり、 $\{4(i_+ - i_- - r)\} \times \{4(i_+ - i_- - r)\}$ 行列 \bar{E}_0^r を $\bar{E}_0^r = \left\{ \frac{\partial U_i^r}{\partial U_k^0} \right\}_{i_+ - r \leq i < i_+, i_- \leq k \leq i_+ - r}$ で定める。そして、これらの行列の固有値を求める。

上の線形安定性の観察と同時に (11) による実際の2次元計算も行う。以下の2つの方法を試したが、カーバンクル不安定性の発生状況はどちらでも同一である。

1. 計算領域は m を適当な正整数として $1 \leq i \leq 10000, 1 \leq j \leq 2m$ とする。¹¹ 誤差の制御の為(脚注4参照)、 $y_{j+\frac{1}{2}}$ と Δy の計算機上での表現は整数形とする。初期データ $\{U_{i,j}^0\}$ は $1 \leq i \leq 1000$ では安定な離散衝撃波プロファイル $\{U_i^0\}$ を用い、それ以外では U_R とする。 $i = 1, 10000$ での境界はそれぞれ完全流入条件、完全流出条件とし、 $j = 1, 2m$ での境界は循環境界条件とする。また、この場合は自然発生する計算誤差による不安定が生じ得ないので人工的に誤差を付加する。実際には、初期値の $50 \leq i \leq 100$ の部分に相対的オーダーが 10^{-10} 程度の (odd-even 性の制約以外では) ランダムな誤差を加える。
2. 計算領域を $1 \leq i \leq 10000, 1 \leq j \leq 2$ とする。初期値、境界値の扱いは上と同様である。(但し、初期値に人工的な誤差は付加しない。) ただし、 Δy を浮動小数形で与える。例えば $0.7D-1$ 。

5.3. 数値実験の結果

我々は色々と条件を変化させながら数値実験を行ったが、それらの数値実験ではカーバンクルの発生は \bar{E}_0^r の最大固有値が1を超える事と一致した。

その一例を提示する。

1. 特性速度 $u+c$ に関連するいわゆる3-衝撃波を対象に計算を行った。左右の圧力比 $p_R/p_L = e^\xi$ で衝撃波の強さを考え、 $\xi < 0$ を変化させて色々な強さの衝撃波を考察した。(衝撃波の左右の状態の定義については[4]等を参照されたい。)

¹¹ m の値による違いは生じない。実際には $m = 1$ で十分である。

2. x -方向の速度は衝撃波の両側の各特性速度 ($u \pm c, u$ が両側にあるので 6 つとなる) が十分に 0 より大きく、かつその最大と最小の比が 10 以下となるように調整した。(また、その際に $s/(\frac{\Delta t}{\Delta x})$ が有理数となるようにする必要がある。)
3. この例では $\xi = -1.0, -1.1, \dots, -2.0$ とし $s = \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x}$ となるようにした。

結果は次のようになる。

ξ	密度比	$i_+ - i_-$	固有値の絶対値の最大値	カーバンクル不安定性
-1.0	0.5037	37	0.9708	出現せず
-1.1	0.4733	35	0.9779	出現せず
-1.2	0.4455	34	0.9849	出現せず
-1.3	0.4201	32	0.9917	出現せず
-1.4	0.3969	31	0.9982	出現せず
-1.5	0.3758	30	1.0044	出現
-1.6	0.3566	29	1.0104	出現
-1.7	0.3390	29	1.0162	出現
-1.8	0.3231	28	1.0217	出現
-1.9	0.3085	28	1.0269	出現
-2.0	0.2953	27	1.0319	出現

上の表は、離散モデル (11) の数値計算におけるカーバンクル不安定の発生とその離散的時間発展を観察して得られる (22) の線形不安定の一致を示している。

6. 結論

数値実験を用いており、数学的に完全な論証は得られていないが、上のようなカーバンクル不安定は数値的な機構に起因するものであり、またその数値的機構は本質的には線形不安定であるという事が結論できる。

しかし、この現象は非線形性と深く関わっており、圧縮性 Euler 方程式の非線形性が本質的に影響している側面も見逃してはならない。例えば、本稿で観察される線形系が不安定である理由は圧縮性 Euler 方程式の非線形性に起因している。(線形保存則の Godunov 法による近似の場合には、適当な CFL 条件さえ満たしていれば上のような不安定性が生じない事は容易に示される。)

また、非線形数値計算の場合、系が線形不安定であればそれが直接に不安定現象につながる訳ではない事もこの問題の本質の解明を難しくしてい

る。実際、1 次元の進行衝撃波計算で安定プロファイルが得られた状況で、本稿と同様にして線形化された形の安定性を調べると、衝撃波の強さによっては不安定になる事は容易に数値計算で調べられる。しかし、その場合の 1 次元計算では不安定は生じない。これは、非線形性の有する微小擾乱の抑制作用によるものであると考えられる。¹² そこで、圧縮性 Euler 方程式に存在する線形退化場の作用がより詳細に解析されなければならないが、この線形退化場は 1 次元でも 2 次元でも存在するものであり、線形退化場と多次元性の相互作用をどのように解析するかが今後の重要な課題である。

参考文献

1) H. Aiso, M. Abouziarov and T. Takahashi. Machinery of Numerical Instability in Conservative Difference Approximations for Compressible Euler Equations. . In S. Nishibata, editor, *Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics*, pages 178–191. Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, 2003.

2) J. Quirk. A contribution to the great Riemann solver debate. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 18:555–574, 1994.

3) J.-Ch. Robinet, J. Gressier, G. Casalis, and J.-M. Moschetta. Shock Wave Instability and Carbuncle Phenomenon: same intrinsic origin? . *J. Fluid Mechanics*, 417:237–263, 2000.

4) J. Smoller. *Shock waves and reaction-diffusion equations*. Springer-Verlag, New York, 1982.

¹²非線形性による微小擾乱の抑制作用は連続モデル (元の偏微分方程式である非線形保存則) が有しており、それが離散モデルにも継承される。線形の輸送方程式の場合拡散項がなければ連続モデルである元の偏微分方程式は微小擾乱の抑制作用を有しない。(全ての情報が特性曲線に沿って拡散されずに伝播する。) 離散化した場合に、いわゆる数値粘性により微小擾乱が拡散されるのみである。

Spectral Volume 法による高次精度非構造格子法の構築

芳賀臣紀 (東北大・院), 澤田恵介 (東北大・工)

Development of High Order Unstructured Grids Solver with Spectral Volume Formulation

Takanori Haga (Tohoku University) and Keisuke Sawada (Tohoku University)

ABSTRACT

A spectral volume (SV) method for unstructured grids, recently proposed by Wang, et al., is developed for solving the hyperbolic conservation law. In SV method, a higher order reconstruction of dependent variable is available without referring to neighboring cells. The resulting scheme is very compact, and is suitable for unstructured mesh method. In this study, linear advective equations are first solved for two- and three-dimensional computational domain. From the computed results, the spatial accuracy of the present SV scheme is directly examined. It is shown that a second order of spatial accuracy is favorably achieved. However, for the third order case, the obtained accuracy of the present SV scheme becomes generally less than third order, and it shows some dependence on the mesh systems as well as on the wave propagation direction. A preliminary calculation of inviscid flowfield over RAE2822 wing section is made. The computed pressure profile agrees well with that of the experimental data, though the shock location is positioned downstream side because of the absence of viscous effect.

1. はじめに

航空機のような複雑形状に対する流れ場の数値計算では、非構造格子法が多く利用されている。非構造格子法では解適合格子を利用して衝撃波のような不連続をシャープに捉えることができるが、なめらかな領域での解の精度は必ずしも十分とはいえない。基礎方程式を有限体積法で離散化する場合、解の精度を高めるためにはセル境界での流束積分を高精度に行う必要がある。従来の方法ではセル内の分布を自身と周囲のセル平均値を利用して多項式関数で再構築することにより、高次精度化を行う。しかし、近似多項式を高次にするほどステンシルが大きく広がり、局所的な解の精度と数値安定性の両立が困難となり、計算コストの増大も問題となっている。このため、実用的な計算コードは局所的に線形近似を行う空間二次精度にとどまっている。

近年、非構造格子上で高次精度化を実現する計算手法として、Cockburn と Shu らによって定式化が進んだ Discontinuous Galerkin (DG) 法^{1,2,3,4)}が注目されている。DG 法は有限要素法の一形態で、内部自由度としてセル内に配置された点での物理量、または基底多項式の展開係数を導入することによって、セル内の解の分布を高次に近似する。セル境界で解の不連続を許容し、流束をリーマン解法を利用して計算することで各セル毎に独立して内部自由度が時間更新される。この DG 法と同様に非構造格子で高次精度を達成する計算手法として、有限体積法に基づく Spectral Volume (SV) 法^{5,6,7,8,9)}が Wang と Liu らによって提案されている。SV 法では従来の格子セルをさらに構造的なサブセルに分割し、サブセルのセル平均値を利用して

元のセル内の解を再構築する。DG 法と同様に解の再構築では周囲の情報を必要としないので、コンパクトで並列計算に適した計算手法として期待される。本報告は SV 法による非構造高次精度スキームの構築とその妥当性の検証を目的とし、二次元および三次元のスカラー線形移流問題を解くことにより計算コードの精度を調べる。また、SV 法を二次元の Euler 方程式に適用し、遷音速翼型周りの流れ場を計算する。

2. 数値計算法

2-1 Spectral Volume 法の概要

SV 法では空間を Spectral Volume (SV) と呼ばれる二次元では三角形、三次元では四面体のセルで分割し、これらをさらに Control Volumes (CVs) と呼ばれる構造的なサブセルに分割する。この CV のセル平均値を利用して、SV 内の解を所期の次数の多項式関数で展開する。SV を分割する CV の数は近似多項式の次数に応じて決まり、SV の形状に対する対称性を考慮して直線または平面で分割される。このとき SV 内に導入される近似多項式と同じ次数の基底関数を各 CV に導入して、各 CV のセル平均値と基底関数の積の総和から SV 内の近似多項式を与える。

解の再構築は各 SV の内部で独立に行われる。このため SV 境界で物理量に不連続を生じるが、リーマン解法を適用することによって流束を計算する。一方、SV 内部の CV 境界では流束を直接求める。各 CV 境界における流束積分は近似解と同じ次数のガウス求積法によって計算する。非線形問題では解の再構築により数値的な振動を生じる場合がある。数値振動を抑え、解が滑らかな領域では精度を維持することが可能な TVB リミッターを用いた。

2-2 保存方程式の離散化

保存則を一般的な形式で表すと、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(u) = 0 \quad (1)$$

と書ける。ここで、 u はスカラーあるいはベクトルの保存変数であり、 $\mathbf{F}(u)$ は流束関数である。式 (1) を各 CV について積分すると、発散定理により次式を得る。

$$\frac{d\bar{u}_{i,j}}{dt} + \frac{1}{V_{i,j}} \sum_{r=1}^K \int_{A_r} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}_r dA = 0 \quad (2)$$

ここで $\bar{u}_{i,j}$ は i 番目の SV における j 番目の CV のセル平均値である。 $V_{i,j}$ はその CV の体積、 K はそれを囲む面の総数、 A_r は r 番目の面、そして \mathbf{n}_r は面 A_r の外向き単位法線ベクトルを示している。

SV 法では SV 内の解を内部 CV のセル平均値と基底多項式の積で表現する。再構築問題の詳細については次節で述べる。いま各 SV 内の解を $k+1$ 次精度で近似する k 次の多項式 $p_i(\mathbf{r})$ が存在すると仮定しよう。式 (2) の面積分は近似多項式 $p_i(\mathbf{r})$ と同じ次数のガウス求積法¹⁰⁾で計算する。

$$\int_{A_r} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}_r dA \approx \sum_{q=1}^J w_{rq} \mathbf{F}(p(\mathbf{r}_{rq})) \cdot \mathbf{n}_r A_r \quad (3)$$

ここで q は積分点、 J はその総数を表し、 w_{rq} は重み係数、 $p(\mathbf{r}_{rq})$ は積分点における従属変数の値である。二次元の場合、辺上の積分点は一次の $p(\mathbf{r}_{rq})$ に対しては辺の中点、二次の $p(\mathbf{r}_{rq})$ に対しては二点必要である。三次元の場合、三角形面上の積分点は、一次の $p(\mathbf{r}_{rq})$ に対しては面の重心、二次の $p(\mathbf{r}_{rq})$ に対しては三点必要である。面が多角形の場合は三角形に分割して積分を行った。解の再構築は各 SV の内部で独立に行われるので、SV の境界では両側から二つの異なる近似値が与えられ不連続になる。そのため SV 境界上の CV 境界ではリーマン解法により数値流束を求める。本計算では、次の Rusanov Flux と呼ばれる近似リーマン解法を用いた。

$$\mathbf{F}_R(p^-, p^+, \mathbf{n}_r) = \frac{1}{2} [\mathbf{F}(p^-) + \mathbf{F}(p^+) - \alpha(p^+ - p^-)] \quad (4)$$

ここで α はヤコビアン行列のスペクトル半径であり、セル境界に垂直な平均速度の大きさと平均音速の和として与えられる。この方法は数値拡散が大きい計算コストは小さい。これに対し、SV 内部で近似解は連続なので、内部 CV 境界では再構築された解を直接流束関数に代入する。各 CV 境界の流束は一意に求められるので、CV 単位での保存性が守られる。各 CV に対する離散式の和をとると、(1) 式を空間方向に半離散化した空間 $k+1$ 次精度の SV 法が得られる。

$$\frac{d\bar{u}_{i,j}}{dt} + \frac{1}{V_{i,j}} \sum_{r=1}^K \sum_{q=1}^J w_{rq} \mathbf{F}_R(p^-(\mathbf{r}_{rq}), p^+(\mathbf{r}_{rq}), \mathbf{n}_r) A_r = 0 \quad (5)$$

時間積分は三次精度の TVD Runge-Kutta 法¹¹⁾により行う。

2-3 Spectral Volume の分割と再構築問題

SV 法では SV 内の解を近似する多項式の次数に応じて、CV の分割数が決まる。例えば、解を k 次の多項式で近似する場合、二次元では $m = (k+1)(k+2)/2$ 個、三次元では $m = (k+1)(k+2)(k+3)/6$ 個の自由度が必要であり、SV は m 個の CV に分割される。 m 個の CV セルで個別に定義される k 次の基底多項式 $L(\mathbf{r})$ で SV 内の k 次の近似多項式を展開することを考える。

$$p_i(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^m L_j(\mathbf{r}) \bar{u}_{i,j}(t) \quad (6)$$

基底多項式 L は次式を満たす。

$$\frac{1}{V_{i,j}} \int_{CV_{i,j}} L_l(\mathbf{r}) dV = \delta_{j,l}, (j, l = 1, \dots, m) \quad (7)$$

ある CV に対応する L はその CV で積分すると 1 になり、他の CV で積分すると 0 になる。これら m 個の拘束条件から k 次の多項式である L が各 CV に対して一意に決まる。なお、実際の計算では物理空間の SV を計算空間の基準 SV に線形写像するので、計算空間で定義された同一の基底関数の組を利用することができる。

近似解の精度や数値的安定性は分割の仕方に大きく依存することが知られている。特に近似多項式を高次にするほど必要な自由度の数が増え、様々な分割が考えられる。このため、性質のよい分割をいかに見つけるかが重要な問題となる。分割の質を評価する一つの指標として、次のルベーク定数が利用できる。

$$\|\Gamma\| = \max_{r \in \text{SV}} \sum_j |L_j(\mathbf{r})| \quad (8)$$

この値が小さい程、安定で精度の良い近似多項式を得ることが計算により示されている^{6,7)}。実際には、辺の分割比などをパラメータとして試行錯誤的に分割を評価するが、最適な分割法は知られていない。本計算では、Wang らによって提案された分割法^{6,9)}を用いる。二次元三角形セルの分割法を図 1 に示す。一次関数の再構築を行う SV は各辺の中点と重心を結ぶ三つの四角形に分割される。二次関数の再構築を行う分割では各辺上に辺の長さ 1 に対して $d = 1/4$ となる二点を取り、重心と結んで六つの CV に分割される。また三次元四面体セルの分割法を図 2 に示す。一次関数の再構築を行う SV は各辺の中点、各面の重心および四面体の重心を利用して四つの六面体に分割される。二次関数の再構築を行う SV は各辺上に二点、各面上に頂点から対辺の中点を結んだ線分の内分点合わせて三つと重心の四点、四面体内部に頂点から対面の重心を結んだ線分の内分点合わせて四つと体積重心の五つの分割点を配置して、各頂点を含む四つの六面体および辺上の六つの八面体の計十個の CV に分割される。本計算では頂点を含む四つの CV に関して、辺の長さが SV の $1/4$ の四面体になるように分割した。

2-4 スロープリミッター

解の単調性が維持される条件は次式で与えられる。

$$\bar{u}_{i,j}^{\min} \leq p_i(\mathbf{r}_{rq,j}) \leq \bar{u}_{i,j}^{\max} \quad (9)$$

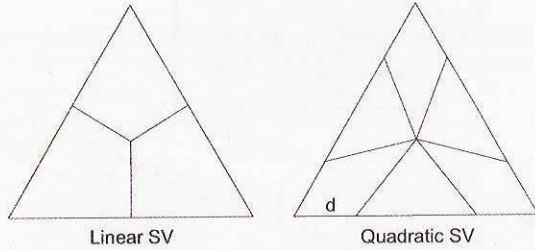


図1 三角形SVの分割

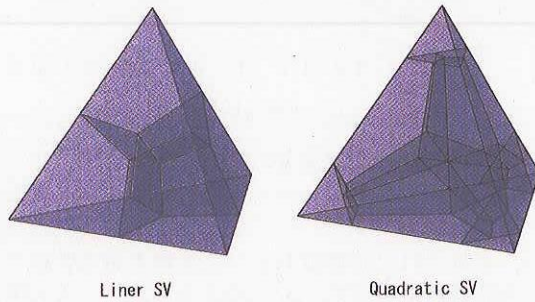


図2 四面体SVの分割

ここで $\bar{u}_{i,j}^{min}$ と $\bar{u}_{i,j}^{max}$ は i 番目の SV 内の j 番目の CV に隣接する周囲の CV のセル平均値の最小値と最大値であり、 $p_i(\mathbf{r}_{q,j})$ は j 番目の CV の積分点において再構築された値である。しかし、この条件の下では新たに極値を作ることを許さないで、解が滑らかな領域での精度が悪化する。そこで次の TVB 条件を導入する。

$$|p_i(\mathbf{r}_{q,j}) - \bar{u}_{i,j}| \leq 4M_q |\mathbf{r}_{q,j} - \mathbf{r}_{i,j}|^2 \quad (10)$$

通常、定数 M_q には解の二階微分の最大値が用いられるが、不連続の解が含まれる場合はユーザが指定するパラメータとなる。ここでは各保存成分に対して個別に解の制限を行うことにし、各成分に対するパラメータを次のように定めた。

$$M_q = M(\bar{u}^{max} - \bar{u}^{min}) \quad (11)$$

ここで、 M は各成分に共通のパラメータで、 \bar{u}^{max} と \bar{u}^{min} は計算領域全体における最大および最小の保存変数のセル平均値である。式 (9) と式 (10) がともに満たされない場合、SV 内に不連続が存在すると判断し、基底多項式による再構築をやめて各 CV 毎に解を線形近似する。このとき各 CV の勾配は $p_i(\mathbf{r}_{q,j})$ の微分係数から求め、式 (9) の条件を満たすように Venkatakrishnan の制限関数¹²⁾により勾配を制限する。 $p_i(\mathbf{r}_{q,j})$ の微分係数は式 (6) から分かるように基底関数 L の微分係数と CV のセル平均値の線形和で与えられる。

3. 数値計算結果

初めに構築された計算コードの空間精度を検証するため、厳密解が存在するスカラー線形移流問題を考える。二次元および三次元の問題に対し、二次精度および三次精度の SV 法を適用する。次に三次精度 SV 法を二次元のオイラー方程式に適用し、遷音速翼型周りの流れ場を求める。

3-1 二次元線形移流問題

次のような二次元線形移流方程式を考える。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad -1 \leq x, y \leq 1, \quad (12)$$

$$a = \cos \theta, b = \sin \theta$$

正方形領域に対し、境界条件として底辺に次の分布を与える。

$$u(x, -1) = \sin \pi(x + 1) \quad (13)$$

左右の辺は周期境界条件、上辺は流出条件を課す。 θ は x 軸方向から反時計回りに測った角度であり、底辺の分布が θ 方向に大きさ 1 の速度で移流する。計算格子は各辺を等間隔に 10, 20 および 40 分割し、Gridgen を用いて非構造の三角形格子を生成した。図 3 に各辺を 10 分割したセル数 296 の場合を示す。移流角度を 22.5, 45 および 90 [deg] と変化させ、それぞれ二次および三次精度の SV 法で計算して定常解を求めた。この線形移流問題ではリミッターを導入せずに計算を行った。

図 4 および図 5 にそれぞれ二次精度および三次精度の計算結果を示す。移流角度は 22.5 [deg] で図 3 の格子を用いた。三次精度の解は底辺から流入した分布が散逸無く流出境界に到達している。図 6 は横軸に格子サイズ、縦軸に厳密解との誤差をとった両対数のグラフである。格子サイズとして計算領域の境界の分割の幅を用いた。誤差が格子サイズの n 乗に比例して減少すると仮定すると両対数グラフの傾きは n となり、精度の次数を表す。二次精度および三次精度の定式化に対し、本計算で得られた精度は移流角度に依存せず概ね期待される精度を達成していることが分かる。

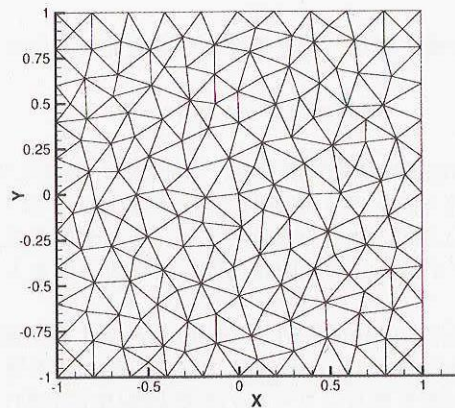


図3 計算格子(各辺 10 分割 296 セル)

3-2 三次元線形移流問題

次に以下の三次元線形移流方程式を考える。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} + c \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad 0 \leq x, y, z \leq 1, \quad (14)$$

$$a = \cos \phi \cos \theta, b = \cos \phi \sin \theta, c = \sin \phi$$

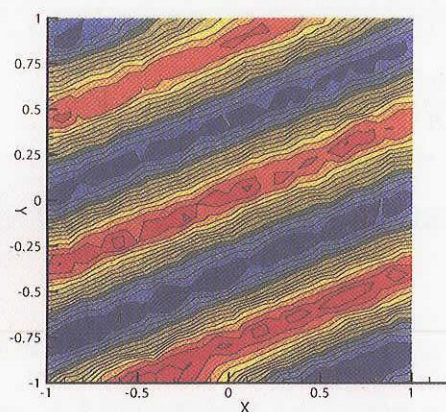


図4 二次精度 SV 法の解 (各辺 10 分割)

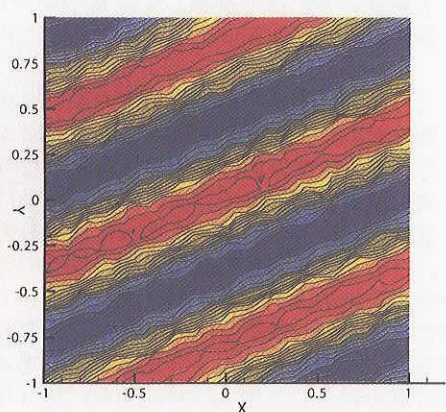


図5 三次精度 SV 法の解 (各辺 10 分割)

立方体領域に対し、境界条件として底面に次の分布を与える。

$$u(x, y, 0) = \sin 2\pi(x + y) \quad (15)$$

立方体の側面は周期境界条件、上面は流出条件を課す。 θ は x 軸方向から y 軸方向に測った角度、 ϕ は xy 面から z 軸方向に測った角度であり、それぞれ経度と緯度に対応する。二次元問題と同様に移流速度を 1 で与えた。

計算には regular grid と irregular grid の二種類の格子を用いた。regular grid では立方体の辺を等分割して立方体を作り、さらに六つの四面体に分割した。irregular grid では辺を等分割した後に Gridgen を利用してまず立方体の六つの面を非構造の三角形格子で分割し、その後内部を四面体格子で分割した。それぞれ二次元と同様に各辺を 10, 20 および 40 に分割した。移流角度は θ を 45 [deg] に固定し、 ϕ を 22.5, 45 および 90 [deg] と変化させた。以上の各ケースについて二次および三次精度の SV 法により計算を行い、定常解を求めた。

図 7 および図 8 に、各辺 15 分割の regular grid を

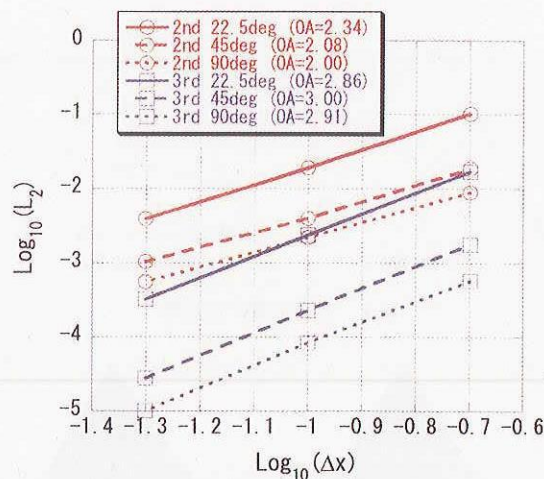


図6 二次元 SV 法の計算精度

用い、それぞれ二次精度および三次精度の SV 法で得られた計算結果を示す。 $\phi = 22.5$ とした。二次元問題と同様に三次精度スキームではより散逸の少ない解が得られている。図 9 に regular grid に対する計算精度を示す。二次精度スキームでは $\phi = 22.5$ [deg] の場合を除いて二次精度を達成した。三次精度スキームでは $\phi = 90$ [deg] の場合に三次精度を得たが、角度が小さいほど精度が低くなり、移流方向に解の精度が依存することが分かった。また、図 10 に irregular grid に対する計算精度を示す。regular grid の結果に比べ精度がさらに低下する傾向が見られる。これは不規則な分割により歪んだ格子が含まれるためと考えられる。今後、SV の分割法を変えてさらに三次元 SV 法の解の精度を検証する必要がある。

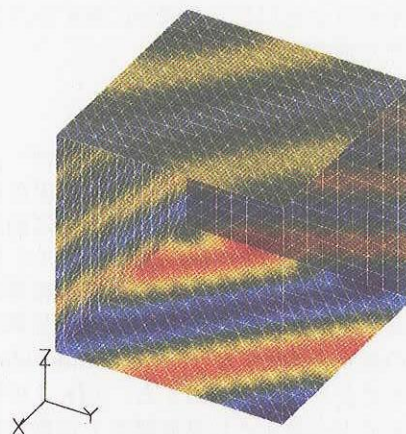


図7 二次精度 SV 法の解 (regular grid 15 分割)

3-3 RAE 翼型周りの圧縮性非粘性計算

三次精度 SV 法を二次元の Euler 方程式に適用し、RAE 遷音速翼型周りの非粘性流れ場を計算した。遠方境界は半径が翼弦長の 10 倍の円とし、三角形セルで

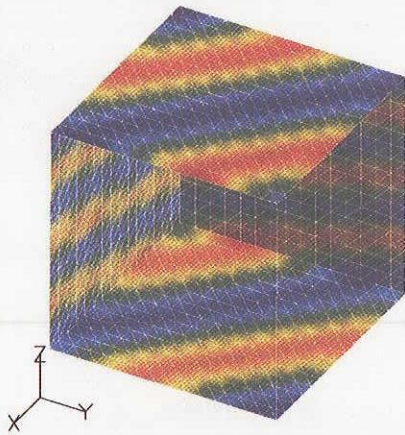


図8 三次精度SV法の解 (regular grid 15分割)

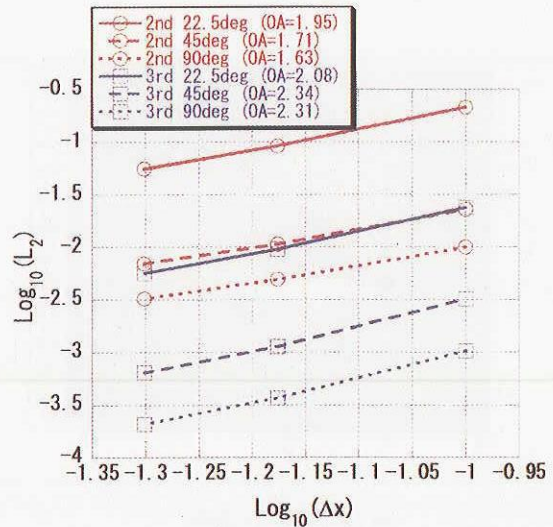


図10 三次元SV法の計算精度 (irregular grid)

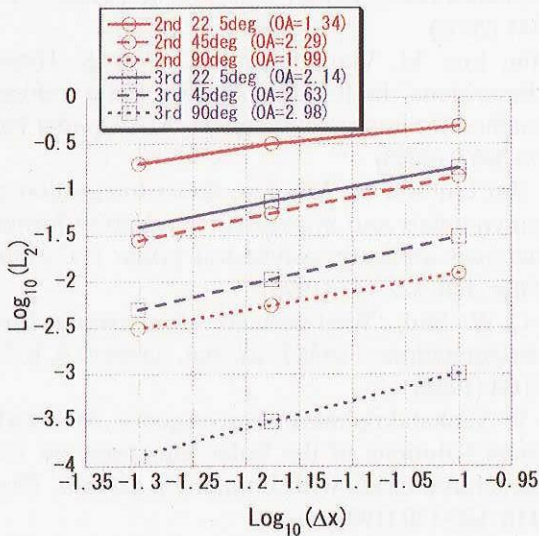


図9 三次元SV法の計算精度 (regular grid)

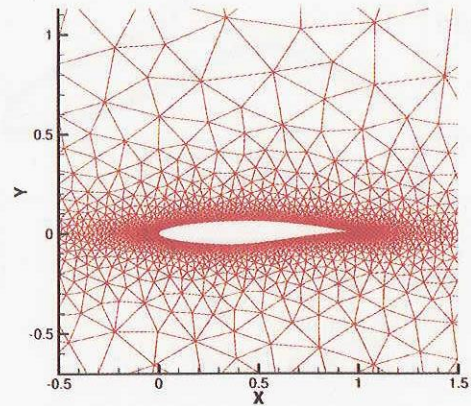


図11 RAE 2822 の計算格子 (セル数 9430)

分割した。翼型近くの計算格子を図11に示す。計算条件は主流マッハ数を0.73、迎え角を2.31 [deg]とした。この問題では翼上面に衝撃波が現れるので、解の振動を抑えるためにTVBリミッターを導入した。パラメータ M は180とした。時間積分は三次精度 TVD Runge-Kutta 法により行い、定常解への収束を加速するため局所時間刻み法を利用した。CFL 数はSVセルのサイズに基づいて $1/3$ とした。計算で得られた等マッハ線図を図12に示す。また翼面上の C_p 分布の比較を図13に示す。前縁部分の膨張プロファイルを再現した。圧力分布は実験データを概ね再現しているが、衝撃波位置と後縁側の分布のずれは非粘性計算によるものと考えられる。図14に収束履歴を示す。残差はおよそ30000ステップで二桁程度減少して、準定常状態となった。

4. 結論

SV法に基づく高次精度非構造格子法を構築した。構築されたコードを用いて二次元および三次元の線形移流方程式を解いたところ、二次元問題では所期の精度を得たが、三次元問題では格子形状と波の移流方向に解の精度が依存した。また、SV法を二次元 Euler 方程式に適用し、RAE 翼型周りの流れ場を計算したところ、良好な圧力分布を得た。

参考文献

- 1) B. Cockburn and C.-W. Shu, TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws II: general framework, *Mathematics of Computation* 52, 411-435 (1989)
- 2) B. Cockburn, S.-Y. Lin and C.-W. Shu, TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws III:

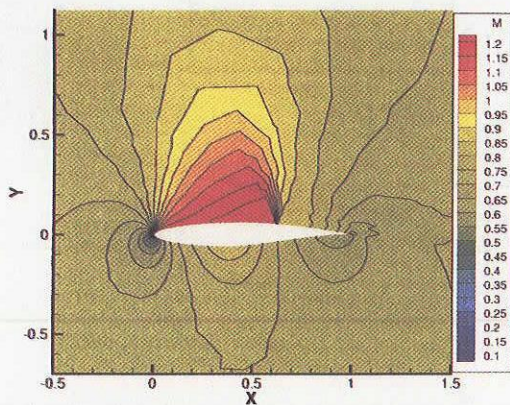


図 12 等マッハ線図

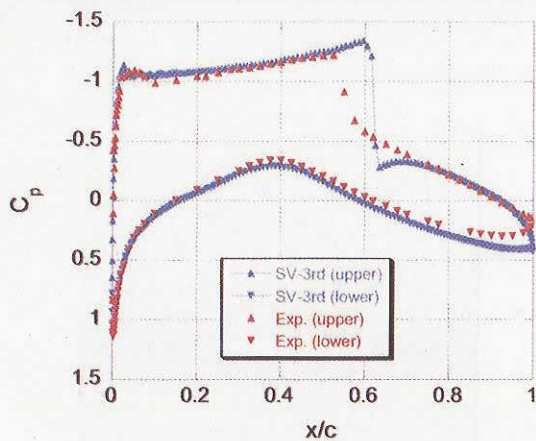
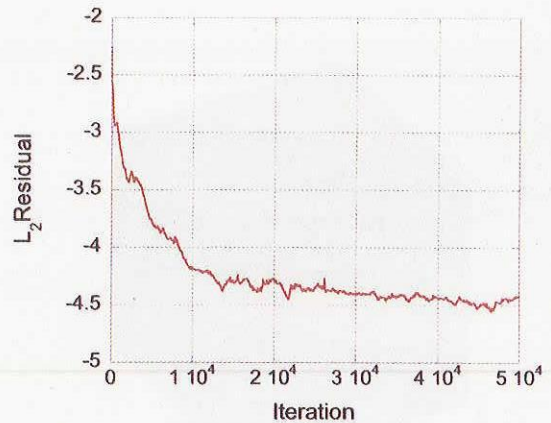
図 13 C_p 分布

図 14 残差履歴

- one dimensional systems, *J. Comput. Phys.* **84**, 90-113 (1989)
- 3) B. Cockburn, S. Hou and C.-W. Shu, TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws IV: the multidimensional case, *Mathematics of Computation* **54**, 545-581 (1990)
 - 4) B. Cockburn and C.-W. Shu, The Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for conservation laws V: multidimensional systems, *J. Comput. Phys.* **141**, 199-224 (1998)
 - 5) Z.J. Wang, Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids: basic formulation, *J. Comput. Phys.* **178**, 210-251 (2002)
 - 6) Z.J. Wang and Yen Liu, Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids II: extension to two-dimensional scalar equation, *J. Comput. Phys.* **179**, 665-697 (2002)
 - 7) Z.J. Wang and Yen Liu, Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids III: one-dimensional systems and partition optimization, *J. Sci. Comput.* **20**, 137-157 (2004)

- 8) Z.J. Wang, Laiping Zhang and Yen Liu, Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids IV: extension to two-dimensional systems, *J. Comput. Phys.* **194**(2), 716-741 (2004)
- 9) Yen Liu, M. Vinokur and Z.J. Wang, Three-dimensional high-Order spectral finite volume method for unstructured grids, AIAA paper No. 03-3837, (2003)
- 10) Yen Liu and M. Vinokur, Exact integration of polynomials and symmetric quadrature formulas over arbitrary polyhedral grids, *J. Comput. Phys.* **140**, 122-147 (1998)
- 11) C.-W. Shu, Total-variation-diminishing time discretizations, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* **9**, 1073-1084 (1988)
- 12) V. Venkatakrishnan, Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters, *J. Comput. Phys.* **118**, 120-130 (1995)

直交基底関数を用いる高次精度 Discontinuous Galerkin 法の検討

保江 かな子(東北大院), 澤田 恵介(東北大)

Study of High Order Discontinuous Galerkin Method
with Orthogonal Basis Functions

by

Kanakō Yasue and Keisuke Sawada

ABSTRACT

A Discontinuous Galerkin finite element (DG) method is developed to solve the hyperbolic conservation law in two-dimensional space on unstructured mesh systems having both triangular and quadrilateral computational cells. Use of such mesh systems is supposed important when the Navier-Stokes equations are solved for practical problems in the aerospace applications. In the present DG scheme, the approximate solution within each cell is given by a sum of local basis functions multiplied by degree-of-freedom. These basis functions are orthogonal in a reference cell in the mapped computational space. Therefore all types of computational cells can be treated in a unified manner. In this paper, the spatial accuracy of the developed DG scheme is examined for several unstructured mesh systems having both triangular and quadrilateral computational cells. It is shown that the present DG scheme gives fairly accurate solutions for wave propagation problems.

1. はじめに

数値流体力学 (CFD) は, さまざまな分野で用いられており, 対象となる物体形状も非常に複雑化している. 複雑な形状周りの解析には非構造格子が多く用いられる. 非構造格子は格子に自由度があり, 格子生成や, 格子点の追加, 削除が容易にできるという利点がある. しかし, 高レイノルズ数流れの計算では壁面付近の四面体セルの形状が悪化し, 粘性項の計算精度に悪影響を与えてしまう. そのため, 壁面付近にプリズムセルを配置した, Hybrid 格子の利用が一般的となっている.

現在, さまざまな格子形状を統一的に取り扱うことが可能な計算手法として有限体積法が複雑形状周りの粘性流れ場によく用いられる. 有限体積法は積分形の保存則を直接離散化することに対応しており, 格子形状がさまざまであっても保存則が完全に満たされる.

有限体積法の高次精度化においては, セル境界における流束計算の精度向上が必要とされる. その際, セル内の物理量の再構築が必要となり, 高次精度達成のためにはステンシルを周囲のセルに拡大しなければならない. それにより, 計算量が増大し, 安定性の悪化に繋がる. そのため, 現在用いられている実用コードの多くは空間精度が二次程度に留まっている.

非構造格子上で高次精度を達成する計算手法としては, WENO 法^[1], Spectral Volume (SV) 法^[2], Discontinuous Galerkin (DG) 法^[3]などさまざまな研究が行われている. SV 法や DG 法は, 基底関数によりセル内分布を記述する手法であり, 特

に DG 法は, 複雑な格子形状に対しても高次精度を厳密に実現することが可能な計算手法として現在非常に注目されている.

DG 法は有限要素法の一つであり, 基底関数と自由度(展開係数)の線形和で格子内部の解を近似している. テスト関数として, 基底関数を適用することを Galerkin 法と呼び, セル境界における物理量の不連続を許容しているものを特に Discontinuous Galerkin 法という.

DG 法は 1974 年に Lesaint と Raviart によって輸送方程式に対して初めて確立された^[4]. さらに, 1989 年以降 Cockburn と Shu による一連の論文の中で, Runge-Kutta DG 法が確立されている^[5, 6]. さらに 1991 年には Dubiner によって三角形格子に対する直交基底関数が提案され^[7], その後 1994 年に Sherwin と Karniadakis によって直交基底関数が一般化されている^[8].

DG 法の適用はさまざまな問題に対して行われているが, 高レイノルズ数粘性流れ場への適用例は少ない. このような問題では, 薄い境界層を精度良く捕えることが重要であるが, DG 法でも有限体積法のように Hybrid 格子導入の必要性があるのか, あるいは大きなアスペクト比の四面体セルだけでも境界層領域を精度良く解像できるのかは明らかになっていない.

そのため, 本研究では, DG 法を用いた Navier-Stokes 方程式に対する高次精度非構造格子法の構築を目的とし, さまざまな形状の計算セルの統一的な取り扱いを検討する. 本報告では, 二次元線形移流方程式を解いて, さまざまなセル形状に対する DG 法の精度検証を行う.

2. Discontinuous Galerkin 法

次式のような双曲型保存方程式の離散化を考える;

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

DG 法では、次式のような、式(1)の弱形式である積分方程式を解く;

$$\iint_{\Omega} w \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \right) dx dy = 0. \quad (2)$$

ここで、 Ω は計算セル、 w はテスト関数であり、 $w = w(x, y)$ で表される。

式(2)を部分積分して Gauss の発散定理を適用すると、次式を得る;

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \frac{\partial w u}{\partial t} dx dy + \int_{\partial \Omega} w (f n_x + g n_y) dl \\ - \iint_{\Omega} \left(f \frac{\partial w}{\partial x} + g \frac{\partial w}{\partial y} \right) dx dy = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)において、テスト関数 w に基底関数 v_i を、物理量 u に近似関数 u_h を代入すると、次式のように表される;

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \frac{\partial v_i u_h}{\partial t} dx dy + \int_{\partial \Omega} v_i (f(u_h) n_x + g(u_h) n_y) dl \\ - \iint_{\Omega} \left(f(u_h) \frac{\partial v_i}{\partial x} + g(u_h) \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) dx dy = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

必要な精度の Gauss 求積法を用いて式(4)の積分を評価することにより、高次精度の解を得る。

3. 基底関数

DG 法では、セル内物理量を次式のように定義する;

$$u_h(x, y) = \sum_i u_i(t) v_i(x, y). \quad (5)$$

このとき、基底関数にはセル内に精度に見合った次数の多項式を必要な数だけ導入する方法と直交多項式を用いる方法とがある。簡単のために二次元二次精度を例に挙げる。

3.1 セル内に多項式を導入する方法

空間二次精度を達成するために、基底関数として次式のような線形関数を与える;

$$v_i(x, y) = a_i x + b_i y + c_i. \quad (6)$$

三角形セルに対する基底関数群として、図 1 ように各辺の中点に一点、計三点を選び、次のような拘束条件を科すことによって三個の異なる線形分布を導入する。これらの線形分布は次の直交関係式を満たす;

$$\iint_{\Omega} v_i(x, y) v_j(x, y) dx dy = c_i \delta_{ij}. \quad (7)$$

しかし、このような基底関数の選び方では、拘束条件を与える点数が増えると関数分布が悪化して、達成できる精度が頭打ちになることが知られている。さらに、二次元三次精度以上や三次元では基底関数が直交しない。また、選択する点の数から主に三角形 / 四面体セル以外の形状に拡張し難い。

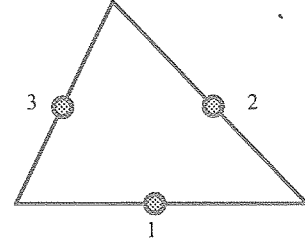


図 1 点の選び方

3.2 直交多項式を用いる方法

この方法では、基底関数として直交多項式を採用する。ここでは、矩形セルに対する直交基底関数として、次式のような Legendre の多項式 $\Psi_{\alpha}^{0,0}$ を与えた;

$$\begin{aligned} v_1(x, y) &= \Psi_0^{0,0}(x) \Psi_0^{0,0}(y) \\ v_2(x, y) &= \Psi_1^{0,0}(x) \Psi_0^{0,0}(y) \\ v_3(x, y) &= \Psi_0^{0,0}(x) \Psi_1^{0,0}(y). \end{aligned} \quad (8)$$

この方法では、矩形セル内部に x, y 方向の直交基底関数列のテンソル積を導入するだけなので、多次元化や高次精度化が比較的容易に実現出来る。

また、写像変換を用いることにより、一般的なセル形状にも容易に適用できる。

4. 基準セルと直交基底関数

ここでは、簡単のために、二次元の場合を考える。

さまざまなセル形状を統一的に取り扱うために、各セルを $\{x, y | -1 \leq x, y \leq 1\}$ の基準正方形セルへ変換する方法を示す。

4.1 基準正方形セルへの変換

4.1.1 四角形セルから基準正方形セルへの変換

四角形セルから基準正方形セルへの変換は、次式を用いて図 2 のように変換する;

$$\begin{aligned} x &= \frac{1-\xi}{2} \cdot \frac{1-\eta}{2} x_1 + \frac{1+\xi}{2} \cdot \frac{1-\eta}{2} x_2 \\ &\quad + \frac{1+\xi}{2} \cdot \frac{1+\eta}{2} x_3 + \frac{1-\xi}{2} \cdot \frac{1+\eta}{2} x_4 \\ y &= \frac{1-\xi}{2} \cdot \frac{1-\eta}{2} y_1 + \frac{1+\xi}{2} \cdot \frac{1-\eta}{2} y_2 \\ &\quad + \frac{1+\xi}{2} \cdot \frac{1+\eta}{2} y_3 + \frac{1-\xi}{2} \cdot \frac{1+\eta}{2} y_4. \end{aligned} \quad (9)$$

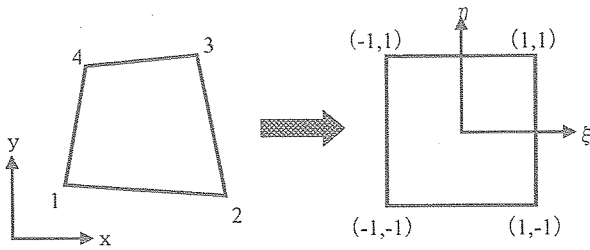


図2 四角形セルから基準正方形セルへの変換

4.1.2 三角形セルから基準正方形セルへの変換

三角形セルから基準正方形セルへの変換は、図3ように二段階の写像変換を行なう;

変換1

$$x = \frac{1}{2} \{ (x_2 - x_1)(r+1) + (x_3 - x_1)(s+1) + 2x_1 \} \quad (10)$$

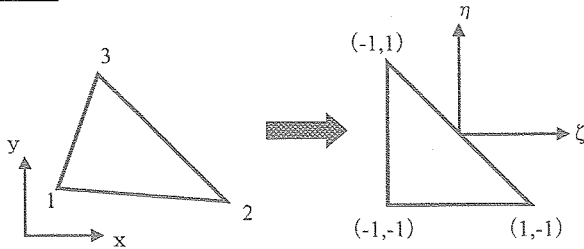
$$y = \frac{1}{2} \{ (y_2 - y_1)(r+1) + (y_3 - y_1)(s+1) + 2y_1 \},$$

変換2

$$r = \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{2} - 1 \quad (11)$$

$$s = \eta.$$

変換1



変換2

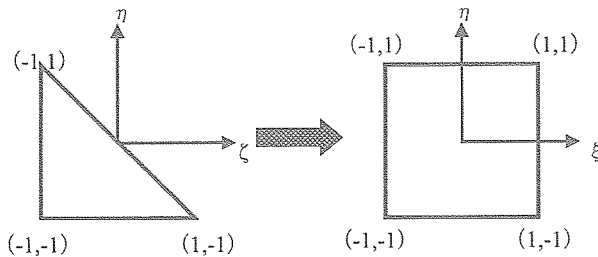


図3 三角形から基準セルへの変換

4.2 直交基底関数

四角形セルから基準正方形セルに変換する場合と、三角形セルから基準三角形セルを経て基準正方形セルに変換する場合では、異なる直交多項式を用いなければならない。

4.2.1 四角形セルから基準正方形セルへの変換

短形セルに対する直交基底関数と同様、式(8)で表される Legendre の基底関数を適用する。

4.2.2 三角形セルから基準正方形セルへの変換

この場合には、基準正方形セルに変換したときに直交関数列になるような基底関数を用いる。ここでは、Dubiner によって提案された Jacobi 多項式を基底関数として用いる^[7]。このとき基底関数は次式のように表される;

$$v_i(\xi, \eta) = P_m^{0,0}(\xi) \cdot (1-\eta)^m P_n^{2m+1,0}(\eta). \quad (12)$$

ここで、 $P_\alpha^{\beta,\gamma}$ は Jacobi 多項式である。

5. 支配方程式の変形

異なるセル形状への写像変換に伴い、物理空間における支配方程式(1)を基準正方形セルが置かれた計算空間に変換しなければならない。このとき次式を得る;

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{f}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{g}}{\partial \eta} = 0$$

$$\hat{u} = J^{-1}u \quad (13)$$

$$\hat{f} = J^{-1}(\xi_x f + \xi_y g)$$

$$\hat{g} = J^{-1}(\eta_x f + \eta_y g).$$

ここで、 J は変換の Jacobian である。

四角形から基準正方形セルへの変換の Jacobian は;

$$J = \frac{8}{C_1 + C_2 \xi + C_3 \eta}$$

$$C_1 = 2\{(x_3 - x_1)(y_4 - y_2) - (x_4 - x_2)(y_3 - y_1)\} \quad (14)$$

$$C_2 = 2\{(x_2 - x_1)(y_3 - y_4) - (x_3 - x_4)(y_2 - y_1)\}$$

$$C_3 = 2\{(x_4 - x_1)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_4 - y_1)\},$$

であり、三角形から基準正方形セルへの変換の Jacobian はそれぞれ;

変換1

$$J = \frac{4}{(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)}, \quad (15)$$

変換2

$$J = \frac{2}{1-\eta},$$

となる。

6. 解の求め方

計算空間に写像された支配方程式(13)に対して DG 法を適用する。このとき、式(4)より次式が得られる;

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial v_i \hat{u}_h}{\partial t} d\xi d\eta + \int_{\partial\Omega} v_i \left(\hat{f}(\hat{u}_h) n_\xi + \hat{g}(\hat{u}_h) n_\eta \right) dl - \iint_{\Omega} \left(\hat{f}(\hat{u}_h) \frac{\partial v_i}{\partial \xi} + \hat{g}(\hat{u}_h) \frac{\partial v_i}{\partial \eta} \right) d\xi d\eta = 0. \quad (16)$$

ここで、式(16)の各項を次式のように定義する;

$$J_1 = \iint_{\Omega} \frac{\partial v_i \hat{u}_h}{\partial t} d\xi d\eta, \quad (17-a)$$

$$J_2 = \int_{\partial\Omega} v_i \left(\hat{f}(\hat{u}_h) n_\xi + \hat{g}(\hat{u}_h) n_\eta \right) dl, \quad (17-b)$$

$$J_3 = \iint_{\Omega} \left(\hat{f}(\hat{u}_h) \frac{\partial v_i}{\partial \xi} + \hat{g}(\hat{u}_h) \frac{\partial v_i}{\partial \eta} \right) d\xi d\eta. \quad (17-c)$$

6.1 J_1 の評価

式(17-a)の v_i および \hat{u}_h に式(5), (8)を代入する。二次精度を仮定すると、次式が得られる;

$$J_1 = \sum_{j=1}^3 \frac{du_j}{dt} \iint_{\Omega} v_i v_j d\xi d\eta, \quad (18)$$

ここで、 $I_{ij} = \iint_{\Omega} v_i v_j d\xi d\eta$ とおくと、モーメント I_{ij} は、元のセル形状が四角形の場合は、式(19)で、元のセル形状が三角形の場合には、式(20)で与えられ、いずれも対角行列となる;

$$I_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4/3 & 0 \\ 0 & 0 & 4/3 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$I_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

このとき直交関数列の係数 $\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{u}_3$ に対する次式を得る;

$$J_1^1 = I_{11} \frac{d\hat{u}_1}{dt}, J_1^2 = I_{22} \frac{d\hat{u}_2}{dt}, J_1^3 = I_{33} \frac{d\hat{u}_3}{dt}. \quad (21)$$

ここで、式(16)および(17)より、 $J_1^i + J_2^i - J_3^i = 0$ が成立するので、 J_2 および J_3 がそれぞれ求められれば次式のような直交関数列の係数に対する時間発展方程式を得る;

$$\frac{d\hat{u}_1}{dt} = \frac{1}{I_{11}} (J_1^1 - J_2^1), \quad (22-a)$$

$$\frac{d\hat{u}_2}{dt} = \frac{1}{I_{22}} (J_1^2 - J_2^2), \quad (22-b)$$

$$\frac{d\hat{u}_3}{dt} = \frac{1}{I_{33}} (J_1^3 - J_2^3). \quad (22-c)$$

6.2 J_2 の評価

式(17-b)を基準正方形セルに適用すると次式を得る;

$$J_2 = \int_{-1}^1 v_i(x_j, y=1) \hat{g}(u_h(x_j, y=1, t)) d\xi + \int_{-1}^1 v_i(x_j, y=-1) \hat{g}(u_h(x_j, y=-1, t)) d\xi + \int_{-1}^1 v_i(x=1, y_j) \hat{f}(u_h(x=1, y_j, t)) d\eta + \int_{-1}^1 v_i(x=-1, y_j) \hat{f}(u_h(x=-1, y_j, t)) d\eta \quad (23)$$

式(23)の各積分は一次元の Gauss の求積法を用いて評価する。ここで、一次元の Gauss 求積法は以下のように定義される;

$$\int_{\partial\Omega} f(x) dx = \sum_{k=1}^n f(x_k) \cdot \sigma_k. \quad (24)$$

ただし、 $k=1, \dots, n$ は Gauss 点、 σ_k は重みを表している。

6.3 J_3 の評価

式(17-c)を基準正方形セルに適用する。数値積分は二次元の Gauss の求積法を用いて評価する。二次元の Gauss 求積法は以下のように定義される;

$$\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m f(x_k, y_l) \cdot \sigma_k \cdot \sigma_l. \quad (25)$$

ここで、 $k=1, \dots, n, l=1, \dots, m$ は Gauss 点、 σ_k, σ_l は各点に対応する重みを表している。

7. 計算条件

さまざまな格子形状に対する DG 法の精度検証を行うために、図 4 のような計算領域に対して、次式で与えられる二次元線形移流方程式を解いた;

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \cos \theta \frac{\partial u}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]. \quad (26)$$

境界条件として $y=0$ の流入境界に $u = \sin \pi x$ を与えた。移流角度は $\theta = 22.5, 45.0, 67.5, 90.0$ [deg] の四通りを仮定した。また、各辺の分割数は 20, 40, 60 の三通りで与えた。計算格子として図 5(a)~(d)に示されるように四種類を用意した。それぞれのセル数は表 1 に示されている。

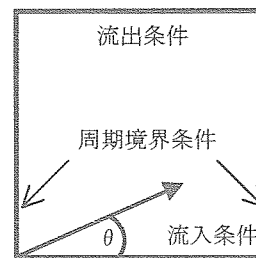


図4 計算領域

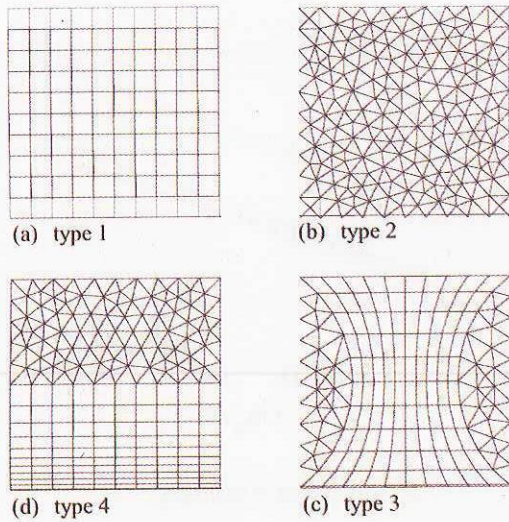


図5 計算格子

		Cell 数	Cell 数 (四角形)	Cell 数 (三角形)
Type 1	20	400	400	0
	40	1600	1600	0
	60	3600	3600	0
Type 2	20	1424	0	1424
	40	5642	0	5642
	60	12660	0	12660
Type 3	20	1078	400	678
	40	4454	1600	2854
	60	9810	3600	9810
Type 4	20	768	400	368
	40	3066	1600	1466
	60	6874	3600	3274

表1 セル数

8. 計算結果

図6にtype1からtype4までの格子で、一辺の分割数を20,40,60で与えた場合の計算結果を示す。移流角度 $22.5 [deg]$ を仮定した。格子サイズを細かくすると数値拡散が抑えられ、流出境界に到達するまで波が減衰することなく伝播していく様子が分かる。

図7にtype1からtype4の格子を用いて得られた計算誤差と分割数の関係を示す。移流角度が $22.5, 45.0, 67.5, 90.0 [deg]$ の場合を調べた。両対数グラフ上でフィットした直線の勾配は計算精度を与える。移流角度が大きくなるほど計算精度が落ちているが、全ての場合において空間二次精度を達成していることが分かる。

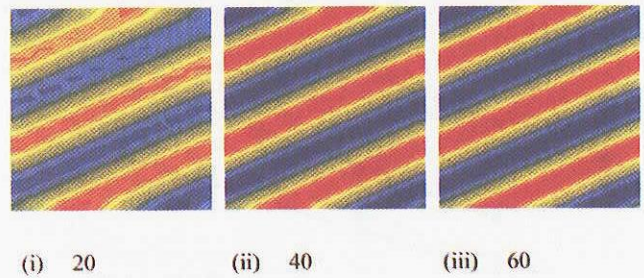


図6(a) Type1の計算結果

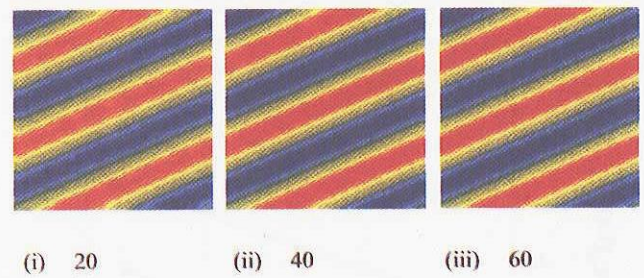


図6(b) Type2の計算結果

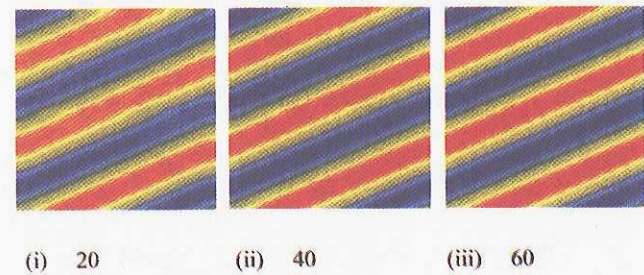


図6(c) Type3の計算結果

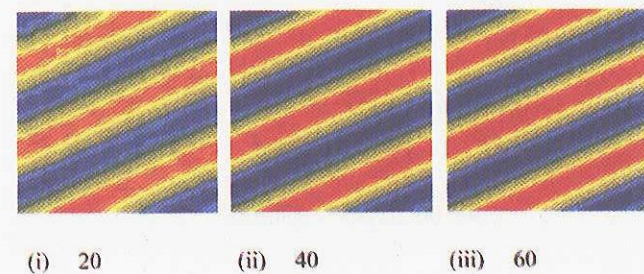


図6(d) Type4の計算結果

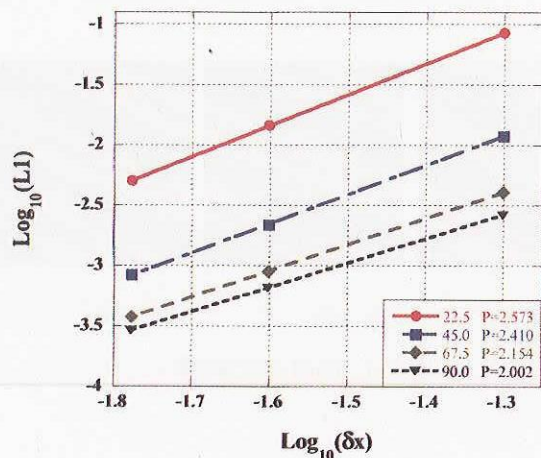


図 7(a) Type1 の空間精度

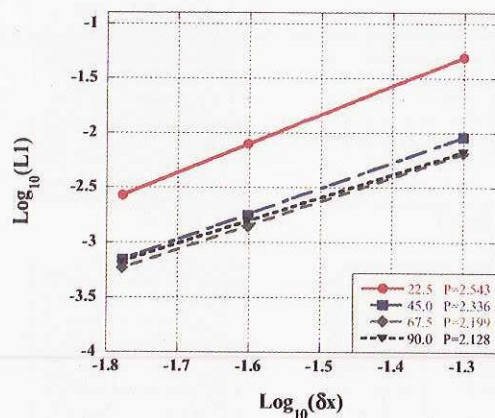


図 7(d) Type4 の空間精度

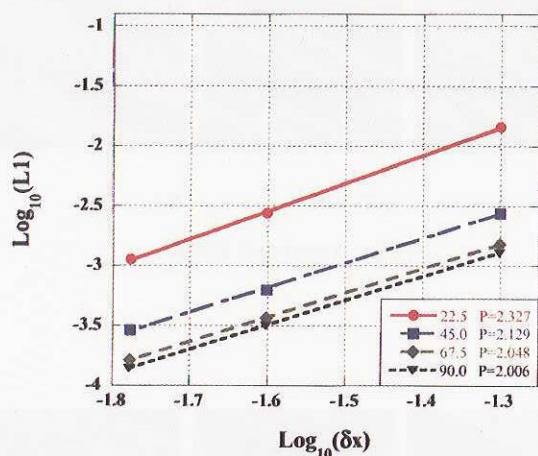


図 7(b) Type2 の空間精度

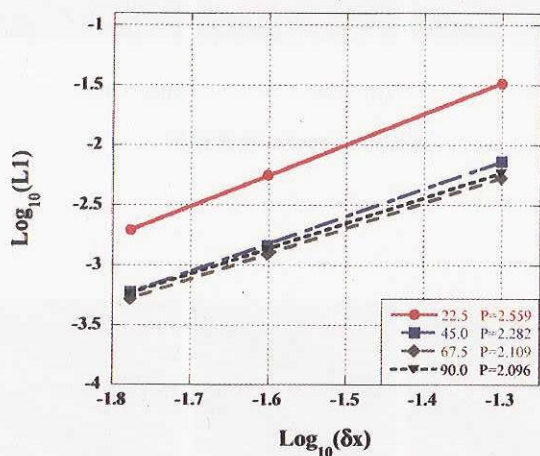


図 7(c) Type3 の空間精度

9. 結論

基準正方形セルへの写像と直交基底関数を用いることによって、さまざまなセル形状が混在した格子に対する高次精度 DG

法を構築した。また線形移流方程式を解くことによって精度検証を行った。

計算結果より、格子の種類によらず二次精度を達成した。また、移流角度が大きくなるにつれ、計算精度の低下が見られたが、全ての場合において二次精度を達成した。

今後は、アスペクト比の大きな四辺形セルに対する移流拡散問題の検証を行うとともに、高レイノルズ数流れ場計算における Hybrid 格子の必要性に関して検討を進めていく予定である。

参考文献

- 1) X-D. Liu and S. Osher, T. Chan, Weighted Essentially Non-oscillatory Schemes, Journal of Computational Physics 115, 200-212 (1994).
- 2) Z. J. Wang, Spectral Finite Volume Method for Conservation Laws on Unstructured Grids, Journal of Computational Physics 178, 210-251 (2002).
- 3) B. Cockburn, Discontinuous Galerkin Methods, School of Mathematics, University of Minnesota (2003), 1-25.
- 4) P. Lesaint and P. A. Raviart, On a finite element method to solve the neutron transport equation, in Mathematical Aspects of Finite Elements in Partial Differential Equations, edited by C. de Boor, (Academic Press, New York, 1974), P. 89.
- 5) B. Cockburn and C-W. Shu, TVB Runge-Kutta Local Projection Discontinuous Galerkin Finite Element Method for Conservation Laws II: General Framework, Math. Comp. 52 (1989), 411-435.
- 6) B. Cockburn and C-W. Shu, TVB Runge-Kutta Discontinuous Galerkin Method for Conservation Laws IV: Multidimensional Systems, Journal of Computational Physics 141, 199-224 (1998).
- 7) Dubiner, M., Spectral Method on Triangles and Other Domains, J. Sci. Comp., 6 (1991), 345-390.
- 8) Shervin, S.J. and Karniadakis, G.E., A Triangular Spectral Element Method; Applications to the Incompressible Navier-Stokes Equations, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 123 (1995), 189-229.

陰的 Discontinuous Galerkin 法による高次精度非構造格子法の検討

澤田恵介 (東北大学・工)

High Order Accurate Unstructured Mesh Method Based on Implicit Discontinuous Galerkin Scheme

by

Keisuke Sawada (Tohoku University)

Abstract

An implicit Discontinuous Galerkin scheme for the hyperbolic conservation law is developed utilizing a pointwise relaxation algorithm. First, a scalar linear advective equation in the two-dimensional space is solved by the present pointwise relaxation scheme for a second- and third-order spatial accuracy. The obtained results show favorable convergence properties while retaining the spatial accuracy of the scheme rigorously. The scheme is then extended to solve the Euler equations in the two-dimensional space. The computed transonic inviscid flowfield over RAE2822 wing section shows that the present scheme is capable of providing higher order accurate solutions with a rapid convergence property. It is found, however, that the convergence property highly depends on the choice of the local basis functions as well as on the form of the slope limiter.

1. はじめに

航空機周りの流れ場の計算空力学シミュレーションにおいては、形状適合性に優れた非構造格子法が多用されている。非構造格子法は解適合格子を用いることによって、衝撃波を非常に鋭く捕らえることが可能である。しかし、滑らかな領域では計算精度が高々2次以下の場合が多い。この原因は流束積分の精度が低いことに尽きる。計算効率を重視するためにセル境界の midpoint における流束関数の値で積分値を評価すると、いくら流束関数の精度を1次元的に高めても2次精度以上は達成できない。さらに衝撃波を安定に捕らえるための勾配制限が付加されるので、計算精度は容易に2次精度を下回る。非構造格子法によるデルタ翼前縁剥離渦の定量的な捕捉を試みた過去の例では、解適合格子を用いて渦領域の格子密度が格段に高められたにも拘わらず解の顕著な改善は見られなかった。これは実用ソルバーの空間精度が低いことを示唆している。

非構造格子法では様々なセル形状に対して保存則を満たすことが可能な有限体積法が多用されている。有限体積法の解の高次精度化では、あらかじめセル内部における解の分布を必要な精度で見出し、流束関数の積分を評価する。通常の有限体積法は微分値の時間発展を追跡せず、セル内保存量の平均値だけを変数とする。このため、自分自身と周囲のセルにおける平均値から局所的な保存量分布の再構築を行わなければならない。非構造格子法では解の再構築に使用される計算セルの組(ステンシルと呼ぶ)が同じ精度でも一意に決まらないことや、ステンシルを構成するセル形状も多様であるため、定式上の精度は高くても再構築された解は必ずしも数値解析に適した局所近似を与えない場合が多い。

非構造格子法の高次精度化では、セル内の物理量分布をあらかじめ再構築する前処理型の有限体積法に代わって、近年、計算セル内の物理量分布を直交基底関数系で展開し、その係数の時間発展を追跡する Discontinuous Galerkin(DG)法⁽¹⁾や Spectral Volume(SV)法⁽²⁾が注目されている。これらは非構造格子法でも所期の計算精度を達成できるが、計算負荷が著しく高い。例えば、2次元2次精度 DG 法は前処理型の有限体積法

の約10倍、3次精度では100倍程度の計算量が必要だと推測される。これは1変数あたりの解くべき方程式の本数が自由度の数だけ必要なこと(例えば2次元2次精度では1変数あたり3本、3次精度では6本の方程式)、および積分精度を確保するために複数のガウス点で流束関数を評価しなければならない、あるいは面積分の評価も複数のガウス点を用いた高次精度公式を用いなければならないことによる。DG法より計算負荷の低いと言われているSV法でも、面積分の精度を確保するために非常に多くのガウス点で流束関数を評価しなければならない。

翼や機体形状周りの流れ場解析では、定常解を求める場合が多い。このため、計算負荷の高いDG法やSV法では、陰解法化して収束加速を図ることが強く望まれる。すでにDG法に対するGMRESを用いた精密な陰解法の構築などが報告されているが⁽³⁾、より簡便で適用範囲が広く、またベクトル、パラレル計算機に移植がきわめて容易な陰解法の構築が望まれる。DG法やSV法では高次精度の解を再構築するために必要な自由度を全てセル内に変数として持つ。このため、隣のセル情報を用いない点緩和型の陰解法を構築できるのでないかと考えた。点緩和型の解法は対流部分の陰的な寄与が無いためにLU-SGS法などと比べると収束率が悪いと予想されるが、一方、隣の情報を必要としないために非構造格子法でもベクトル化、パラレル化が容易と期待される。本報告では点緩和型の陰的DG法を構築し、スカラーの線形移流方程式やオイラー方程式に適用して、その収束性や解の精度を詳細に検討した。

2. 数値解法

2.1 DG法の概要

2次元オイラー方程式に対するDG法の概要を以下に示そう。基礎方程式を

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

と書く。 Q は保存変数、 E 、 F は流束関数である。いま、基底関数 ψ を用いてセル内物理量分布を

$$Q_h(x, y, t) = \sum_k Q_k(t) v_k(x, y)$$

と表すことにする。このとき基礎方程式に基底関数 v を乗じて計算セル領域 Ω で積分すると

$$\iint_{\Omega} v \frac{\partial Q}{\partial t} dx dy + \int_{\partial\Omega} v (En_x + Fn_y) dl - \iint_{\Omega} \left(E \frac{\partial v}{\partial x} + F \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy = 0$$

を得る。基底関数の具体的な形は後述する。 i 番目の基底関数を乗じた各積分項を

$$J_1^i = \iint_{\Omega} v_i \frac{\partial Q}{\partial t} dx dy, \quad J_2^i = \int_{\partial\Omega} v_i (En_x + Fn_y) dl$$

$$J_3^i = \iint_{\Omega} \left(E \frac{\partial v_i}{\partial x} + F \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) dx dy$$

と定義する。 Q の表現 Q_h を J_1^i に代入すると

$$J_1^i = \sum_j \frac{dQ_j}{dt} \iint_{\Omega} v_i v_j dx dy = \sum_j I_{ij} \frac{dQ_j}{dt}$$

を得る。ただし基底関数の積のモーメントを I_{ij} と書いた。基底関数に直交性があると $I_{ij} = I_i \delta_{ij}$ となり、 dQ_i/dt の項だけが残る。 Q_h が k 次の多項式のとき、 J_2^i の周積分の精度には $2k+1$ 次精度が要求され、 J_3^i の面積分の評価には $2k$ 次精度が要求される。2 次精度 ($k=1$) スキームでは、 J_2^i の評価に各辺上に 2 点のガウス点を選んだ。また J_3^i の評価にはセル内部に 4 点のガウス点を選んだ。3 次精度スキームの場合はそれぞれ 3 点、7 点のガウス点を選んだ。以上より dQ_i/dt に対する離散形を得る。

2.2 基底関数

ここでは 2 種類の基底関数を検討した。2 次元 2 次精度に対する場合を例にして以下に説明する。最初の例では、三角形の各辺の中点を考える。このとき、基底関数としてある辺の中点で値が 1、他の 2 辺の中点で値が 0 となる線形分布を 3 種類導入する。このような基底関数の選び方をタイプ A と呼ぶことにしよう。このとき、基底関数は物理空間内三角形セル上で直接定義されるので、基礎方程式の変換は必要としない。この三角形セルに対する基底関数は互いに直交し、基底関数の積のモーメントは $I_i = 1/3$ となる。3 次精度の場合は辺の中点と頂点の計 6 点を選び、ある点の値が 1、他の 5 点の値が 0 となる計 6 個の二次曲面を基底関数に選ぶ。この場合は基底関数の積は直交性を失うので、簡単な代数方程式を解いて各自由度に対する離散形に分解しなければならない。このようなタイプ A の基底関数は、精度を高めるにつれて条件を与える点数が増え、結果的にセル内に導入される曲面の性質が悪化する。このため、ある次数を超えともはや計算精度が向上しないことが知られている。また、計算セルの形状によっては低次の基底関数でも条件を与える点の選び方が難しい。例えば、2 次元 2 次精度の場合は 3 点をセル毎に選ばなければならないが、四辺形の計算セルに対する 3 点の選び方は自明ではない。

次に直交関数列を基底関数に選ぶ場合を述べる。任意の三角形セルを基準三角形に写像する(図 1)。このとき、Dubiner は基準三角形上で直交する関数列として⁽⁴⁾

$$v_{mn}(\xi, \eta) = P_m^{0,0} \left(2 \left(\frac{1+\xi}{1-\eta} \right) - 1 \right) (1-\eta)^m P_n^{2m+1,0}(\eta)$$

を提案した。ここで $P_m^{\alpha,\beta}$ はヤコビ多項式である。例えば 2

次精度の場合の基底関数列は

$$v_{00}(\xi, \eta) = 1$$

$$v_{10}(\xi, \eta) = 2\xi + \eta + 1$$

$$v_{01}(\xi, \eta) = (3\eta + 1)/2$$

で与えられる。このような基底関数をタイプ B と呼ぼう。

基礎方程式を基準セル座標系に変換すると

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} = 0$$

を得る。ただし

$$\bar{Q} = J^{-1} Q$$

$$\bar{E} = J^{-1} (\xi_x E + \xi_y F)$$

$$\bar{F} = J^{-1} (\eta_x E + \eta_y F)$$

であり、 J^{-1} は変換のヤコビアンである。 \bar{Q} の近似を

$$\bar{Q}_h(\xi, \eta, t) = \sum_k \bar{Q}_k(t) v_k(\xi, \eta)$$

で与える。ただし $v_1 = v_{00}$, $v_2 = v_{10}$, $v_3 = v_{01}$ などとする。

3 次精度の場合は v_{20} , v_{11} , v_{02} を基底関数列に付け加える。変換された基礎方程式に基底関数を乗じて基準三角形セルで積分すると

$$\bar{J}_1^i = \iint_{\bar{\Omega}} v_i \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} d\xi d\eta, \quad \bar{J}_2^i = \int_{\partial\bar{\Omega}} v_i (\bar{E} n_\xi + \bar{F} n_\eta) dl$$

$$\bar{J}_3^i = \iint_{\bar{\Omega}} \left(\bar{E} \frac{\partial v_i}{\partial \xi} + \bar{F} \frac{\partial v_i}{\partial \eta} \right) d\xi d\eta$$

を得る。基底関数の積のモーメントは容易に求まる。

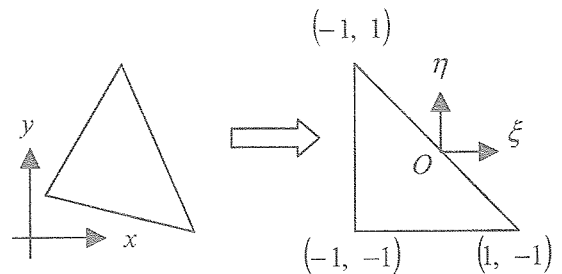


図 1 基準三角形セルへの写像関係

2.3 陰解法の定式化

ここでは座標変換が入ってくるタイプ B の場合を詳細に述べておく。点緩和型の陰解法ではセル内部の自由度の時間発展だけを考慮すればよい。最初に時間に関する流束関数の展開を以下のように与える。

$$\bar{E}^{n+1} = \bar{E}^n + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{Q}} \Delta \bar{Q} = \bar{E}^n + (\xi_x A + \xi_y B) \Delta \bar{Q}$$

$$\bar{F}^{n+1} = \bar{F}^n + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{Q}} \Delta \bar{Q} = \bar{F}^n + (\eta_x A + \eta_y B) \Delta \bar{Q}$$

ただし $A = \partial E / \partial Q$, $B = \partial F / \partial Q$ は変換前の流束関数のヤコビ行列である。風上成分の寄与を考慮して、

$$\bar{J}_2^i \equiv \int_{\bar{\Omega}} v_i (\bar{E}^n n_\xi + \bar{F}^n n_\eta) dl + \int_{\bar{\Omega}} v_i (\sigma_x A + \sigma_y B)^+ \Delta \bar{Q} dl$$

と近似する。ただし $C^+ = (C + \lambda_{\max} I)/2$ であり、 C の固有値の絶対値の最大を λ_{\max} と書いた。また、

$$\sigma_x = n_\xi \xi_x + n_\eta \eta_x, \quad \sigma_y = n_\xi \xi_y + n_\eta \eta_y$$

である。同様に

$$\begin{aligned} \bar{J}_3^i &= \iint_{\bar{\Omega}} \left(\bar{E}^n \frac{\partial v_i}{\partial \xi} + \bar{F}^n \frac{\partial v_i}{\partial \eta} \right) d\xi d\eta \\ &+ \iint_{\bar{\Omega}} (\omega_x^i A + \omega_y^i B) \Delta \bar{Q} d\xi d\eta \end{aligned}$$

を得る。ここで

$$\omega_x^i = \xi_x \frac{\partial v_i}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial v_i}{\partial \eta}, \quad \omega_y^i = \xi_y \frac{\partial v_i}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial v_i}{\partial \eta}$$

である。

以上の式に $\Delta \bar{Q}$ を基底関数と自由度の変化量の線形結合で表した式

$$\Delta \bar{Q} = \sum v_i \Delta \bar{Q}_i$$

を代入する。周積分の評価は各辺上にガウス点を導入して離散的に行う。面積分の評価においてもセル内にガウス点を導入して行う。以上の操作から最終的にセル内に導入された自由度の変化量に対する代数方程式を得る。例えば2次元のオイラー方程式に対する2次精度のDG法では、4変数に対して3自由度を解く。このためセル毎に 12×12 の密行列で与えられる代数方程式を解かなければならない。ここではLU分解に基づく直接法で解いた。行列のサイズは次元と精度によって大きくなる。2次元3次精度では 24×24 、3次元の3次精度では 50×50 、同じく4次精度では 100×100 の密行列になる。

3. 計算結果と議論

3.1 線形スカラー移流方程式

最初に図2に示された線形スカラー移流問題を解き、DG法で実際に達成される精度と収束性を調べた。

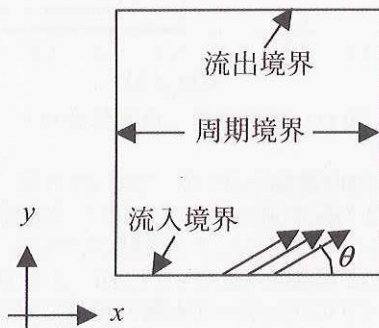


図2 線形移流問題の計算領域と境界条件

流入境界には1波長の正弦波を仮定して、移流方向 θ で計算領域に流入させた。移流速度は1と仮定した。この問題は定常解が存在する。解析解と数値解の差を誤差 ε としよう。計算セルサイズ δ との間に $\varepsilon = c \delta^n$ が成り立つと仮定するとき、異なる格子サイズで得られた誤差を両対数のグラフ上にプロットすると、フィットした直線の勾配が空間精度 n を与える。

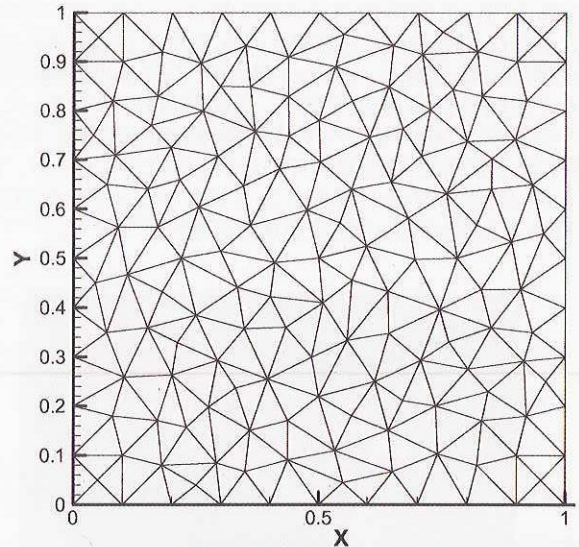


図3 計算格子の例（セル数296）

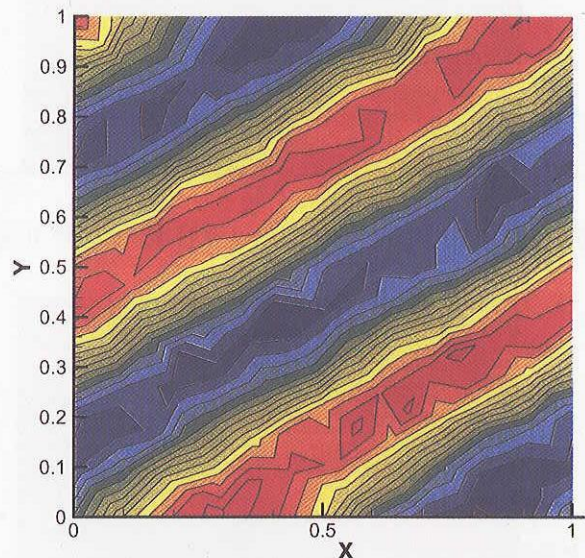


図4a 収束解の分布（タイプA, 2次精度, セル数296）

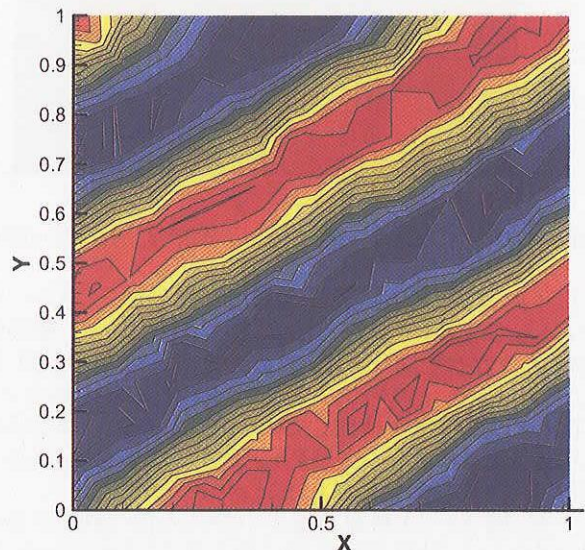


図4b 収束解の分布（タイプB, 2次精度, セル数296）

計算に用いた非構造格子の例を図3に示す。セル数は296である。また図4aにはタイプAの規定関数を用いた2次精度計算結果を、図4bにタイプBの基底関数を用いた2次精度計算結果を示す。移流角度は30度とした。セル数296の粗い格子でも波の振幅はあまり減衰することなく流出境界まで到達していることが分かる。一方、セル数が4626の場合の解を図5a,bに示す。流入した波は減衰することなくそのまま流出境界に到達している。

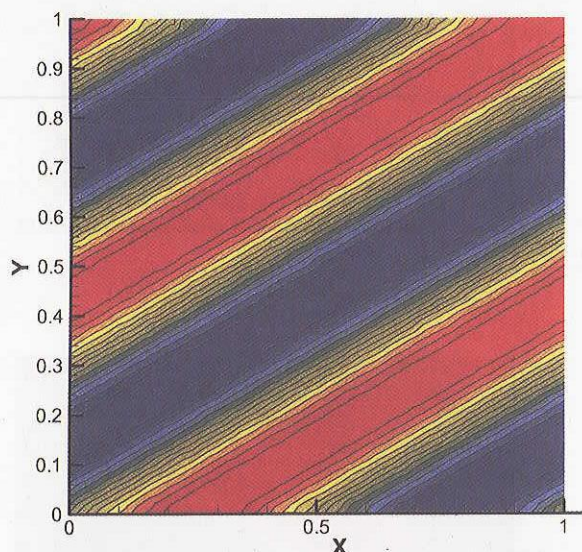


図5a 収束解の分布 (タイプA, 2次精度, セル数4626)

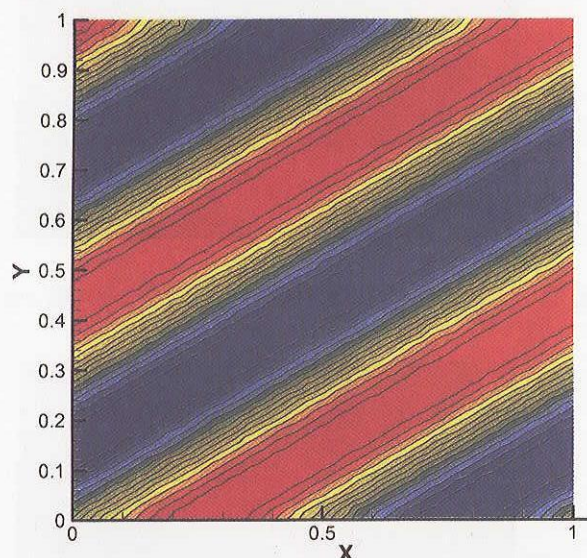


図5b 収束解の分布 (タイプB, 2次精度, セル数4626)

以上の結果より実際の計算精度を評価した。セルのサイズとして境界におけるセルの辺長を用いた。基底関数への依存性を図6aに、移流角度への依存性を図6bに示す。図6aよりタイプAとタイプBの基底関数ともに、所期の計算精度を達成していることが分かる。また僅かではあるがタイプAの方がタイプBと比べて精度、誤差の両者でより良い結果を与えることが分かった。

一方、図6bより移流角度が小さくなるにつれて誤差は大きくなるが、計算精度は逆に向上することが分かる。移

流角度が小さくなると、流入してから流出するまでの間に横切る計算セル数が増えるので、相対的に数値拡散の効果が強く現れて解析解との誤差が大きくなったが、格子細分化時の計算精度向上の様子がより明確になったと考えられる。なお一番精度が悪化した $\theta = 90$ 度でも所期の精度は達成されている。

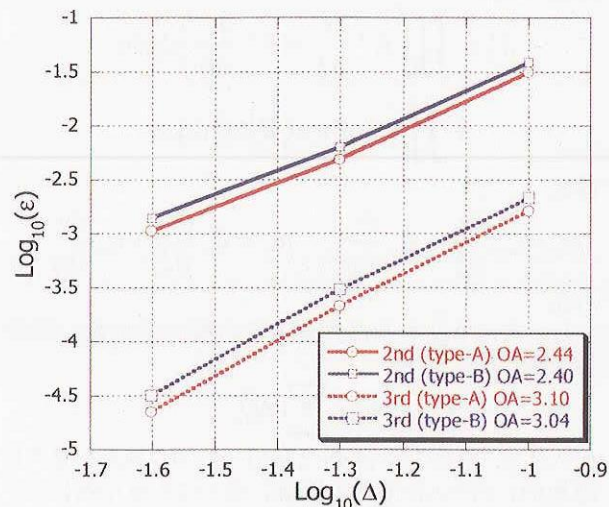


図6a 計算精度 (基底関数依存性)

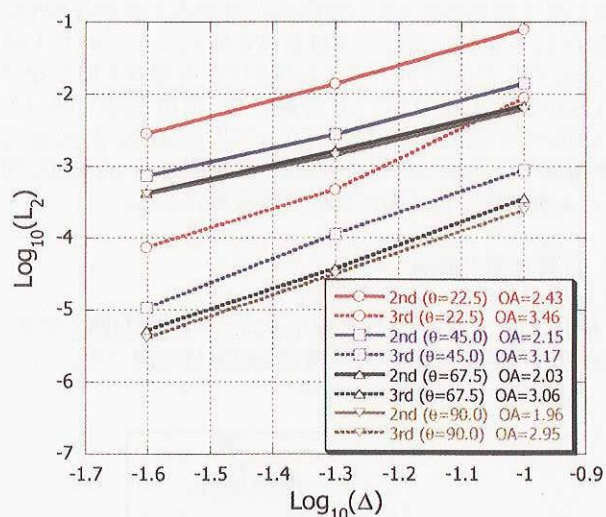


図6b 計算精度 (角度依存性)

ここでは詳細な議論を省くが、これらの計算では解の安定性を高める勾配制限を行っていない。勾配制限をTVBタイプのリミッターで行うと、2次精度までならリミッターは精度にほとんど影響を与えない。しかし3次精度の場合は、TVBタイプのリミッターでも解の精度に深刻な影響を与える場合がある。高次精度を維持できる適切なリミッターの導入は今後の重要な検討課題である。なお、TVDタイプの勾配制限リミッターを用いると、タイプAの2次精度DG法の精度は1.3程度まで大幅に悪化した。

最後に収束履歴を調べておく。セル数4626の場合の収束履歴を図7aに示す。タイプAとタイプBの基底関数のいずれも残差は完全に収束したが、タイプAの方が、急激に残差減少が始まるタイミングが早い。一方、タイプBでは、2次精度および3次精度の収束履歴はほぼ一致

した。タイプ A の 3 次精度陰解法は未構築のため収束性を調べていない。一方、図 7b にタイプ B の 3 次精度計算でセル数を変えた場合の収束履歴を示す。正弦波が流出境界側に到達すると残差の減少が急激に生じる。3 次精度でも CFL 数を事実上無制限に取れることや、いずれもマシンゼロまで完全に収束することは、点緩和法に基づく陰解法としては予想以上に良好な結果である。

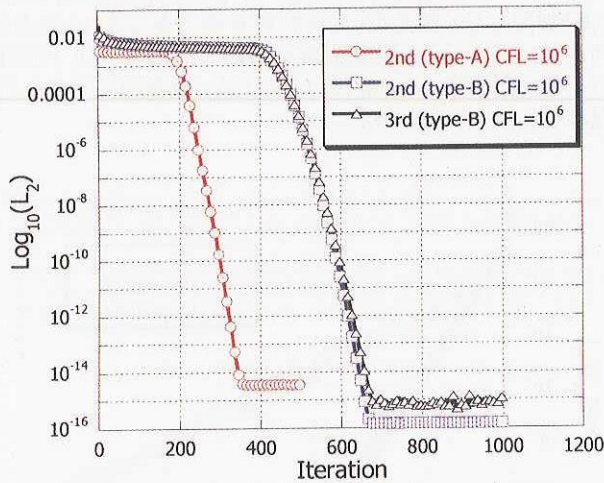


図 7a 収束履歴の例 (セル数 4626)

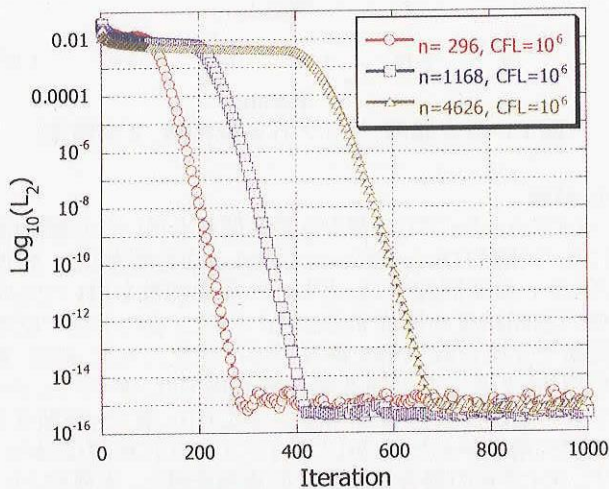


図 7b 収束履歴の例 (3 次精度, タイプ B)

3.2 RAE2822 翼型周りの非粘性 2 次元流れ場

線形スカラー移流問題に対する点緩和型の陰解法は大変良好な安定性と収束性を与えたが、オイラー方程式では非線形効果が現れるために、解の安定性や収束性が悪化することが考えられる。ここでは RAE2822 翼型を過ぎる 2 次元非粘性圧縮性流れ場を考え、点緩和に基づく陰的 DG 法の構築を行った。図 8 に計算格子を示す。計算セル数は 9430 である。主流マッハ数が 0.73、迎え角が 2.31 度の場合を解いた。

最初にタイプ A の基底関数を用いた場合の 2 次精度計算結果を示す。図 9 は CFL 数が 100 の場合のマッハ数分布である。計算では 10^6 より大きな CFL 数も試してみたが、安定に計算できた。ただし小さな CFL 数でも勾配制限リミッターを用いないと解は発散した。

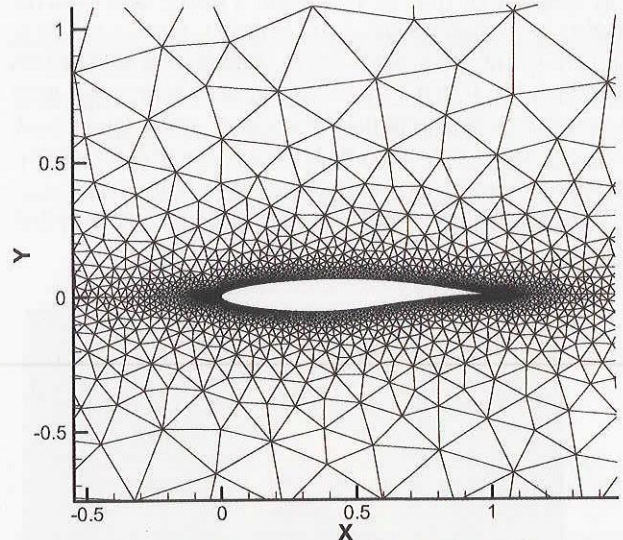


図 8 計算格子の例 (計算セル数 9430)

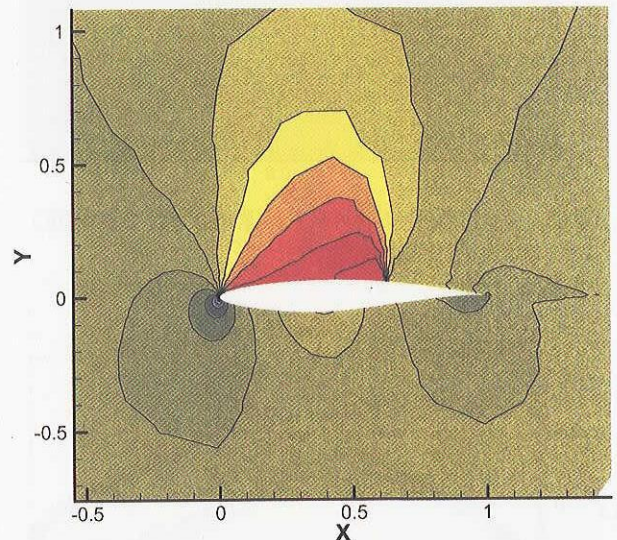


図 9 マッハ数分布 (タイプ A 基底関数, 2 次精度)

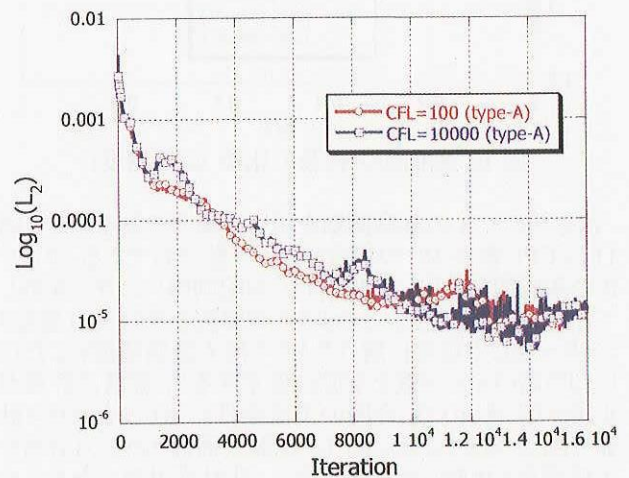


図 10 収束履歴 (タイプ A 基底関数, 2 次精度)

収束履歴を図 10 に示す。残差は 3 桁ほど落ちてから振動的になり、線形問題のように収束しない。CFL 数を 10 以下や 10^6 より大きくとっても、最終的な残差の減少の程度はほとんど変化しなかった。収束の程度に最も影響を与えたのが勾配制限リミッターである。TVB 型のリミッターからより散逸的な TVD 型のリミッターに変更した場合も試みたが、残差の減少の度合いに変化は無かった。しかし、解自体は非常に散逸的となり、流れ場の様子は大きく変化した。

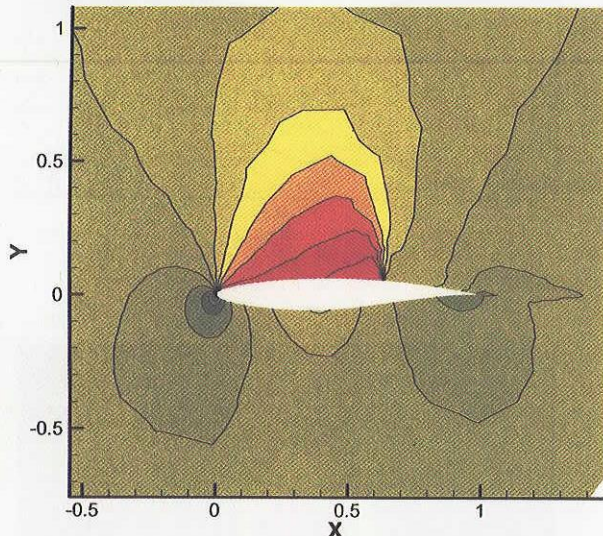


図 11 マッハ数分布 (タイプ B 基底関数, 2 次精度)

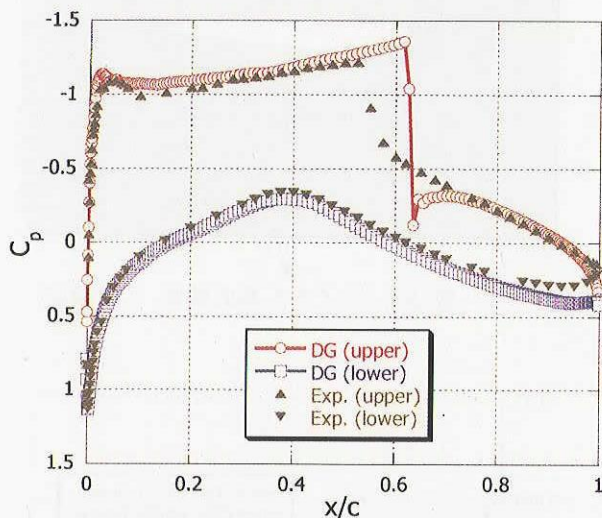


図 12 表面圧力係数の比較 (2 次精度)

次にタイプ B の基底関数を用いた場合の解を示す。図 11 は CFL 数が 10^5 の場合のマッハ数分布である。タイプ B の基底関数を用いた場合は、勾配制限リミッターを外しても安定な解を得た。このように衝撃波を含む流れ場をリミッター無しで安定に解けたところは大変興味深い。ただし、より高いマッハ数を主流に仮定すると、容易に計算が止まってしまうので、今回の主流条件に対してはまた計算できたと考えられる。図 12 は翼表面周りの圧力分布を実験結果と比較した結果である。非粘性計算であるために衝撃波位置は後退し、衝撃波直前の膨張も強いが、

全般的な解の一致は良好である。前縁部分の特徴的な膨張や、衝撃波背後の再膨張の様子もよく捕らえられている。衝撃波下流側で圧力分布は僅かに滑らかさを失っているが、それでも衝撃波は極めてシャープに捕らえることができた。最後にタイプ B の収束履歴を図 13 に示す。非常に大きな CFL 数に対しても完全に収束した。CFL が 10^6 より 10^4 の方が僅かに早く収束しているが、ある CFL 数を超えると実質的に同一の緩和過程を辿るものと考えられる。このような良好な収束性が得られたことは、実は勾配制限を全く加えなくても計算可能であったことによる。例えば、タイプ B の基底関数を用いても、タイプ A と同様の TVB 型のリミッターを付け加えると、残差はやはり 3 桁程度しか減少しなかった。

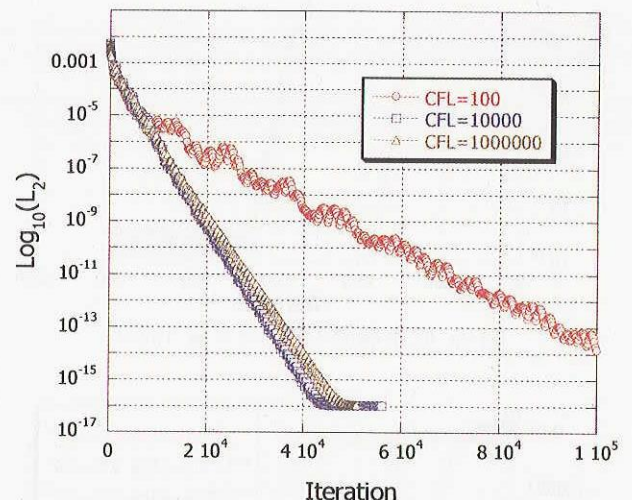


図 13 収束履歴 (タイプ B 基底関数, 2 次精度)

4. 結論

タイプ A とタイプ B の異なる基底関数を用いた点緩和法に基づく陰的 Discontinuous Galerkin 法を提案した。線形スカラー移流問題では、どちらの基底関数を用いても所期の空間精度を達成することができた。また少ない反復回数で完全な収束解を得ることができた。一方、RAE 翼型周りの 2 次元遷音速非粘性流れ場では、タイプ A、タイプ B の基底関数ともに非常に大きな CFL 数でも発散することなく解を与えた。しかし、タイプ A では収束解は得られず、タイプ B の場合に完全な収束解を得た。本研究より、基底関数とリミッターの選択が解の精度と収束性を同時に確保する上で非常に重要であることが示唆された。今後は 3 次元への拡張、NS への拡張を行うとともに、非構造格子法で 4 次精度以上の空間精度の実現を目指す。

文献

- 1) Cockburn, B., Shu, C.-W., JCP, 141(1998), 199-224.
- 2) Wang, Z.J., JCP, 178(2003), 210-251.
- 3) Rasetarinera, P., and Hussaini, M., JCP, 172(2001), 718-738.
- 4) Dubiner, M., J. Sci. Comp., 6(1991), 345-390.

微小重力実験機の空力特性に関する数値シミュレーション

坪井伸幸 (ISAS/JAXA), 宮路幸二 (横国大), 藤田和央 (ISTA/JAXA)

澤井秀次郎 (ISAS/JAXA), 小林弘明 (ISTA/JAXA), 小島孝之 (ISTA/JAXA)

山川宏 (ISAS/JAXA), 橋本樹明 (ISAS/JAXA)

Numerical Study on Aerodynamic Characteristics of Flight Experiment Vehicle for Micro Gravity

Nobuyuki TSUBOI (ISAS/JAXA), Koji MIYAJI (Yokohama National Univ.),

Kazuo FUJITA (ISTA/JAXA), Shujiro SAWAI (ISAS/JAXA),

Hiroaki KOBAYASHI (ISTA/JAXA), Takayuki KOJIMA (ISTA/JAXA),

Hiroshi YAMAKAWA (ISAS/JAXA), Tatsuaki HASHIMOTO (ISAS/JAXA)

Abstract

Development of Balloon-based Operation Vehicle (BOV) is currently in progress for the first flight scheduled in 2006. A vehicle in a wing-body configuration will be lifted by a high-altitude balloon and dropped. Various types of onboard experiments such as a microgravity experiment and a demonstration of a supersonic engine are planned during flights for the second, third and fourth flights. The aerodynamics load and characteristics of BOVs have been obtained by the CFD simulations as well as by the wind tunnel testing in ISAS. In this paper, the numerical simulations for BOV are presented and the results showed that the interaction between the wings, body and engine increases for transonic flow with high angle of attack.

1. はじめに

微小重力環境下での様々な科学は、地上における重力環境下での状態とは大きく異なり、まだ十分解明されていないことが多い。微小重力環境を作り出す装置としては、国際宇宙ステーションや無人実験衛星、小型ロケットなどの長時間持続する環境と、航空機や落下塔による20秒以下の環境がある。しかし、前者はコスト的に極めて大きな負担になり、また後者は十分な持続時間が足りないことと残留加速度に問題が残る。本プロジェクトでは、平成16年度から平成20年度までの5年間の予定で、微小重力科学の研究にとって低コストで1分程度実現可能な環境を可能とするために、高々度気球を用いた微小重力実験装置を開発することを大きな目的としている。計画期間内の大きな予定としては、諸々の事情で平成17年9月上旬の打ち上げを次年度に延期したが、胴体単体を気球でつり上げて落下させる試験を第一回目に想定している。その際には基本的なシステムの確認やその他問題点を洗い出すことを予定している。その後の期間内には、操舵翼や姿勢制御用のRCSを取り付けて実際に無重力環境を達成できていることを確認する試験や、ジェットエンジンを取り付けた形態についての試験も実施予定である。具体的な実施内容については、平成17年度宇宙科学技術連合講演会の前刷り¹を参照頂きたい。

本実験装置を開発するためには、構造、制御などと共に空力形状を設計する必要がある。空力に関しては、PANAIRおよびDATCOMにより胴体のみの空力特性を、また翼面理論により操舵翼の空力特性を概ね把握して概念形状を決定した。そして、CFDや風洞試験により

空力特性の詳細を把握して、空力形状の再検討を行う。また、制御に使用するための空力データベースも作成する。

本論文では、まず4枚の楔翼を取り付けた翼胴形状や、エンジンを取り付けた形状について、遷・超音速における基本的な空力特性の把握を数値解析により行っている。そのうちのいくつかを報告する。

2. 解析対象形状

図1に解析の対象とする翼胴形状(B000)を示す。胴体長さは4m、胴体直径は0.556mである。4枚翼であり、後退角度40度、アスペクト比1.03、最大翼厚位置は60%翼弦長位置としている。図2にエンジン付き翼胴形状(C000)を示す。エンジンについては、設計マッハ数2程度としているインテーク、排気ノズルはプラグノズルを採用している。インテークの可動部分を収納する必要性から、ダイバータが厚くなっている。なお、今回の解析ではフェアリングを施しており、インテーク内部やノズル内部の解析は実施していない。

3. 数値解析手法及び計算条件

限られた期間内に空力データを出すことを考え、藤田が胴体単独について構造格子によりFluent 6.1を用いて、また坪井が胴体単独および翼胴形状を構造格子によりLANS (ISAS/JAXA 所有のソルバー)を用いて、そして宮路がエンジン付き翼胴形状を非構造格子により宮路/横国大のソルバーを用いて数値解析を行った。構造格子を使用する場合は薄層近似の粘性解析を、非構造格子の場合は非粘性解析とした。計算手法に関しては、Fluent 6.1を用いた構造格子の場合は空間2次精度の解析で、乱流モデルはSpalart-Allmaras (SA) および SST モデルを使用

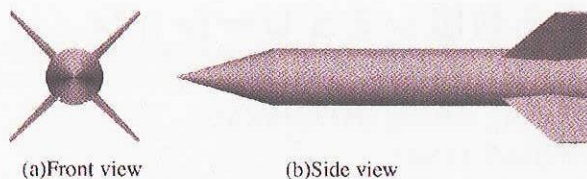


Fig. 1: Wing-Body configuration(B000).

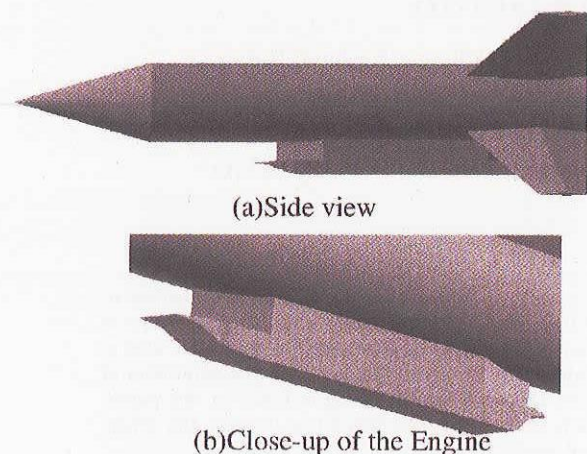


Fig. 2: Wing-Body-Engine configuration(C000).

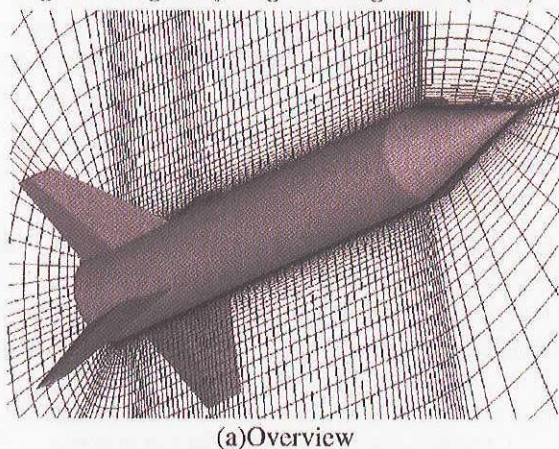


Fig. 3: Computational grid system for Wing-Body configuration(B000).

した。格子点数は3次元計算の場合で約80万セルである。LANSを用いた構造格子の場合は時間積分がLU-ADI², 流束はSHUS³にMUSCL法+Van Albada limiterで3次精度化し, 粘性項は中心差分, 乱流モデルはDegani-Schiffの修正を考慮したBaldwin-Lomaxモデルとした。格子間の物理量の内挿は, 解強制置換法⁴を用いている。解析で使用した計算格子を図3に示す。この格子は遷音速用全機の計算格子であり, 翼型はHOトポロジー, 遠方境界は胴体長さの20倍とした。それぞれの翼型について1zoneを設けており, 合計で5zoneである。格子点数は, 合計で約1000万程度, 計算時間はISAS/JAXAにあるSX6(OpenMPによるnode内8並列)を用い, 1ケースあたり約50時間である。

非構造格子では時間積分がLU-SGS法, 流束はSHUSをGreen-Gauss線形再構築+Venkatakrishnan limiterで高次精度化している⁵。解析で使用した計算格子を図4に示す。この格子も, 遷音速用全機の格子であり, 遠方境界は胴体長さの5倍, 格子点数は約40万程度である。計算時間は, ISAS/JAXAのSX6(1CPU)を用いて, 約3時間である。

解析条件は, 実際のフライト条件とし, $M=0.9$ および 1.5 , $Re=7.55 \times 10^5$ および 3.6×10^6 (胴体直径 $0.556m$ 基準), 迎角は -10 度 ~ 10 度の中から必要に応じて選択した。なお, $M=0.9$ は, 加速時では高度 $36km$, また $M=1.5$ は高度 $29km$ に相当する。

胴体単独に関しては, 縦特性についてそれぞれの計算コードの比較や乱流モデルの影響を調べた。翼胴形状に関しては, 縦特性とピッチおよびロールにおける舵効き特性を取得し, エンジン付き翼胴形状については縦および横特性を取得した。

4. 計算結果

4.1 胴体単独の空力特性

胴体単独の C_{D0} 特性について, DATCOM, Fluent, LANSの比較を図5に示す。ここで3次元計算はFluent ver.6.1のSST乱流モデルとLANSのBaldwin Lomax乱流モデル(BL-DS)の2つで, $M=0.9$ と 1.5 の2条件で実施した。まず, DATCOMは超音速でCFDと比べ過小評価であることがわかる。また, Fluent 6.1(SA)は, 逆にFluent 6.1(SST)に比べて過大評価である。SAモデルは胴体のベース部分で乱流粘性が強く効くためにベースで発生する膨脹波が強く, そのために抵抗が大きめに出的ものと考えられる。Fluent 6.1(SST)とLANSは概ねよい一致を示していることが分かる。図6,7に胴体単独の場合のFluent 6.1(SST)とLANSの計算結果のCN, CAの比較を示す。CNに関しては, $M=0.9, 1.5$ ともに概ね両者の計算結果に違いはないが, CAに関しては $M=0.9$, 高迎角で違いが現れている。 $M=1.5$ ではほとんど違いが見られないことから, 遷音速における胴体風下側の大規模な剥離流れに乱流モデルの影響が出ていると思われる。

今回の解析は, 風洞試験データとの比較をしていないために信頼性が十分に確保されているとは現時点では言い難い。しかし, 空力データベースを作成する上では

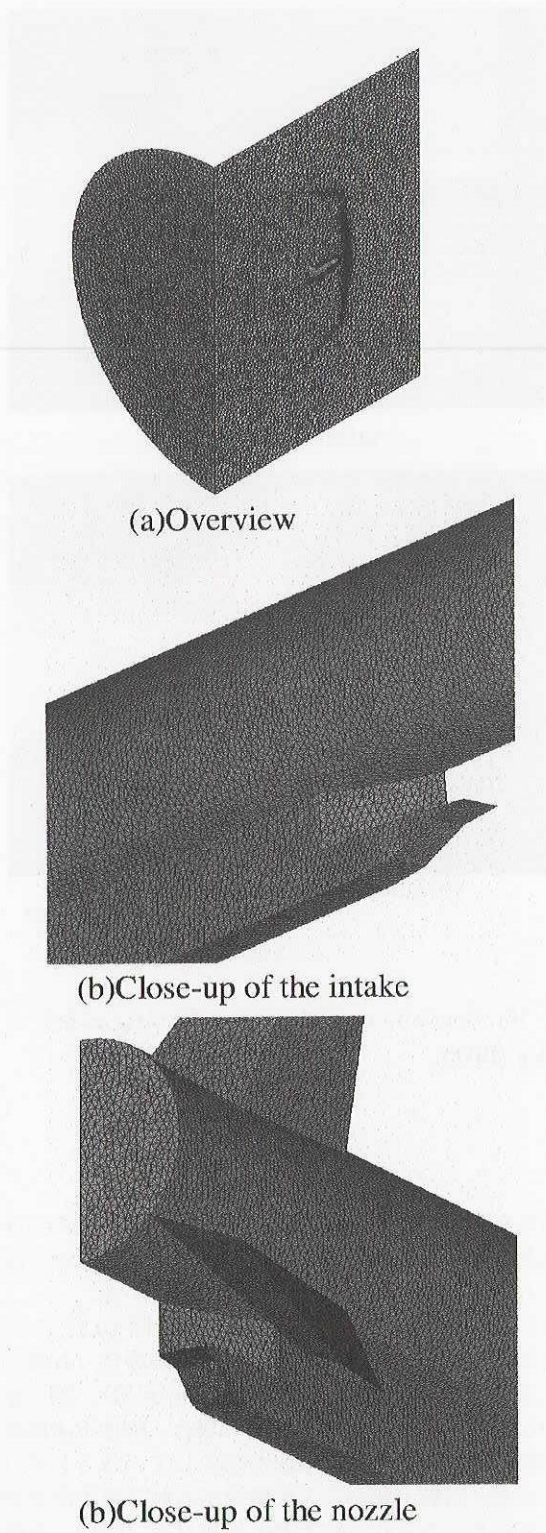


Fig. 4: Computational grid system for Wing-Body-Engine configuration(C000).

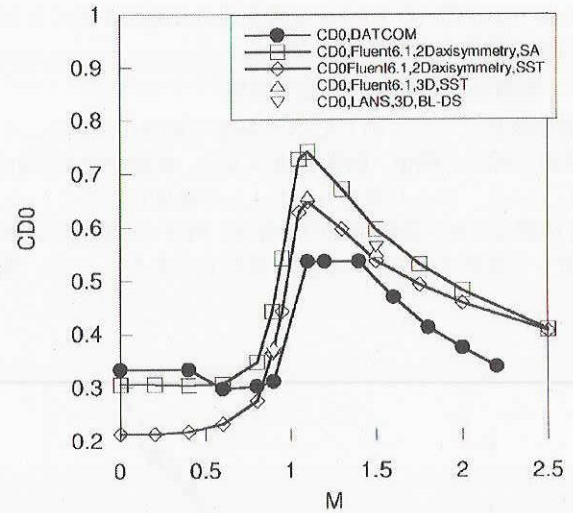


Fig. 5: C_{D0} coefficients for body alone.

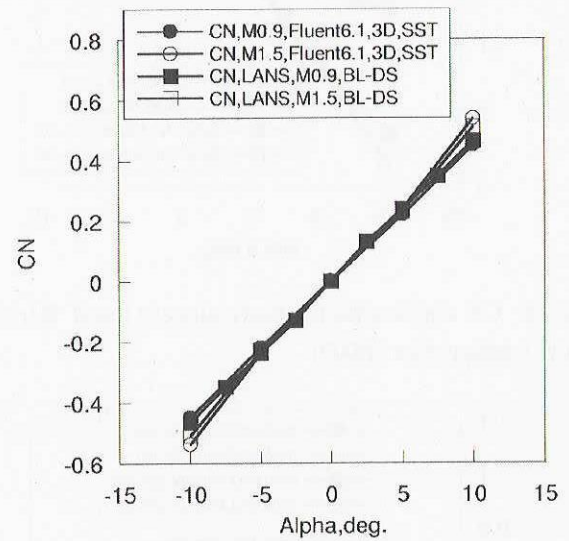


Fig. 6: C_N coefficients for body alone.

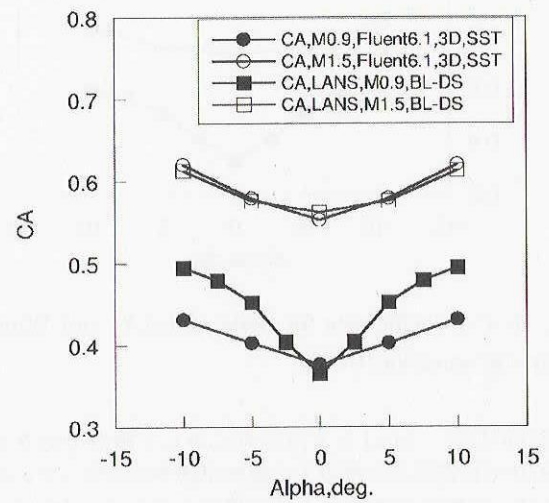


Fig. 7: C_A coefficients for body alone.

Fluent 6.1(SST) と LANS は遷音速の高迎角を除くとほぼ同等の結果を出すものと考えられる。

4.2 翼胴形状(B000)の空力特性

翼胴形状についての LANS の結果を図 8,9 に示す。それぞれの図の凡例中、胴体単独が A を、翼胴形状が B000 としている。マッハ数は 0.9 と 1.5 の結果をのせている。CN に関しては、胴体単独の場合は、両マッハ数共に迎角に対して線形であり、勾配もほぼ同じである。一方、翼

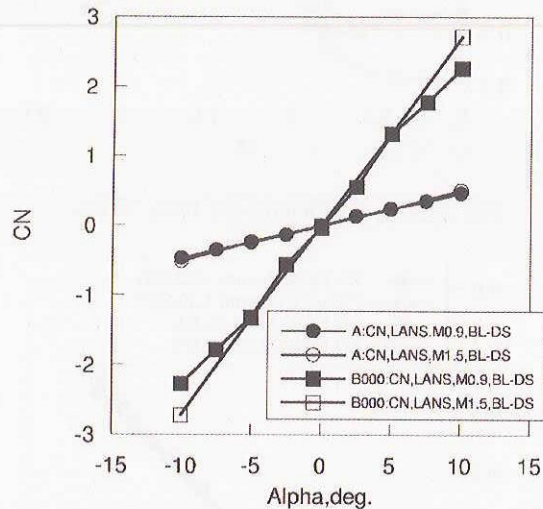


Fig. 8: CN coefficients for body alone(A) and Wing-Body configuration(B000).

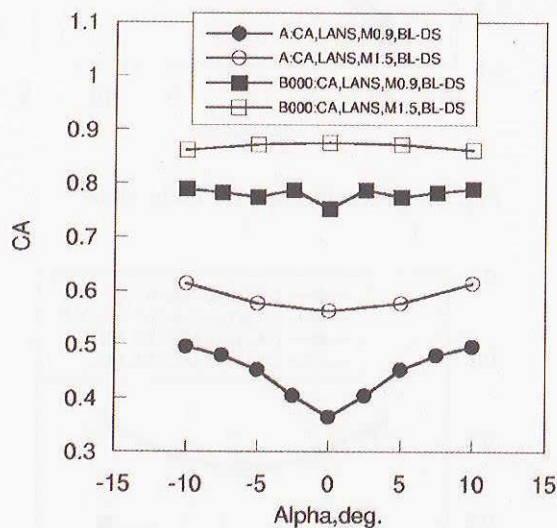
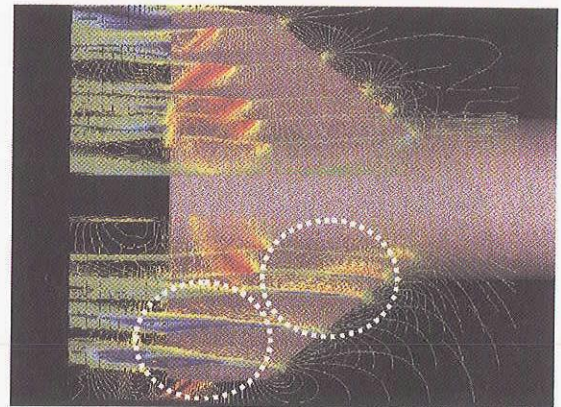
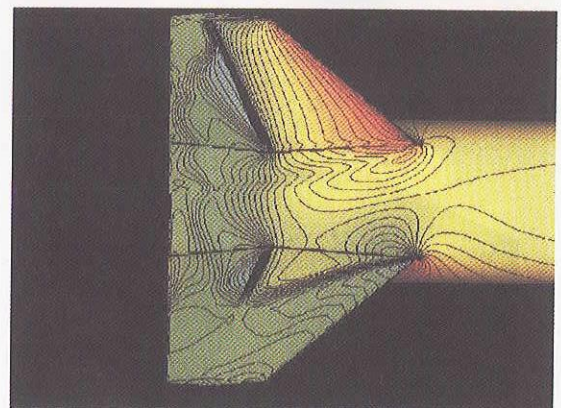


Fig. 9: CA coefficients for body alone(A) and Wing-Body configuration(B000).

胴形状の場合、M=1.5 では迎角に対して線形であるが、M=0.9 では迎角が5度以上で傾斜が緩やかになっている。これは、翼端で剥離して十分な揚力を出していないことを意味する。CA に関しては、胴体単独では M=0.9,1.5



(a)Mach contours



(b)Surface pressure contours

0.05 p/p_{inf} 2.2
0.05 Mach 1.5

Fig. 10: Contours near the wings for $M_{\infty} = 0.9$, $\alpha = 10$ deg.(B000).

どちらも迎角が0度の時に最も低い値をとり、M=0.9 では迎角に対して顕著に変化する。一方、翼胴形状では両マッハ数共に迎角に依らず一定になっている。

次に、翼胴形状のそれぞれの流れ場を図 10,11 に示す。どちらも迎角は10度である。M=0.9 の場合、右舷下翼の上面側で大きく剥離しており(図中の点線)、揚力を得ていないことがわかる。M=1.5 の場合、胴体下面後端から翼胴干渉による強い衝撃波が発生していることが分かる。また、右舷上翼からの衝撃波が右舷下翼表面まで伝播しており、さらに右舷下翼の後縁付近(図中、点線で囲まれた箇所)でも剥離が生じていることが分かる。今回はエンジン無しの解析を行ったが、エンジン付きの解析も現在進めている。高度の関係から、遷音速付近で Re が 10^5 のオーダーであり、剥離の様子が風洞試験と大きく異なることが想定できる。今後はエンジンの存在が空力特性に加えて機体表面の流れにおける剥離の状況にどのように影響するかを調べる予定である。

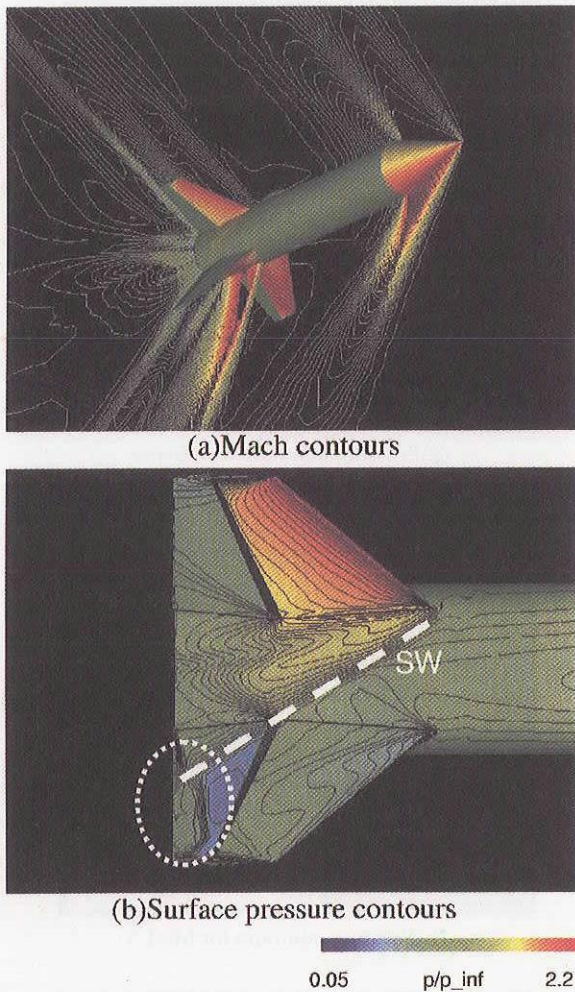


Fig. 11: Contours near the wings for $M_{\infty} = 1.5$, $\alpha = 10$ deg.(B000).

4.3 エンジン付き翼胴形状 (C000) の空力特性

エンジン付き翼胴形状の結果を図12,13に示す。これらの計算結果は非粘性であるが、参考のために、粘性解析かつ翼胴形状であるがLANSの結果も同図に載せる。CNに関しては、翼胴形状では $M=0.9, 1.5$ ともに迎角が -5 度 ~ 5 度では勾配が同じであるが、エンジン付き形状では $M=0.9$ と $M=1.5$ では勾配に変化が出ている。つまり、 $M=1.5$ では翼胴形状と同じ勾配を持っているが、 $M=0.9$ では勾配が大きくなっていることが分かる。また、 $M=1.5$ では原点でのCNがマイナス側にシフトしている。これは、ダイバータから発生する膨脹波が影響していると考えられる。CAに関しては、エンジン付き形状の場合、 $M=1.5$ は迎角に対して勾配は一定であるが、 $M=0.9$ では迎角が 10 度の場合には急激に変化していることが分かる。表1に両マッハ数における各コンポーネントのCNとCAを示す。1は胴体、2は上翼、3は下翼、4はこのりのダイバータとエンジン表面である。半裁計算結果であるため、胴体1とエンジン4は全機の半分の値である。この結果

から、 $M=1.5$ で特に下翼3とエンジン4が特に絶対値が大きい、負のCNを持っていることが分かる。格子点数がまだ不足していることと、迎角が ± 5 度の結果がないためにまだ検討の余地があるが、これらはエンジンとダイバータの影響であろう。

図14に $M=0.9, 1.5$, 迎角 0 度の結果を示す。どちら

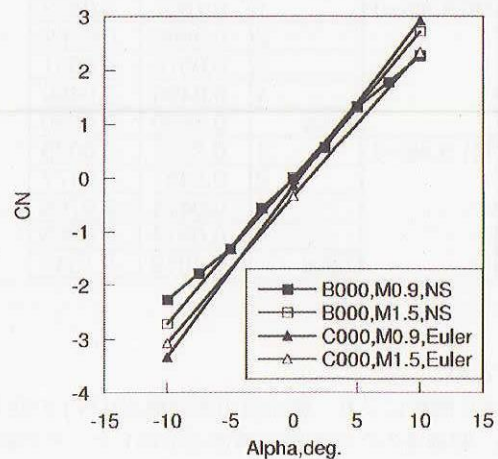


Fig. 12: CN coefficients for Wing-Body configuration(B000) and Wing-Body-Engine configuration(C000).

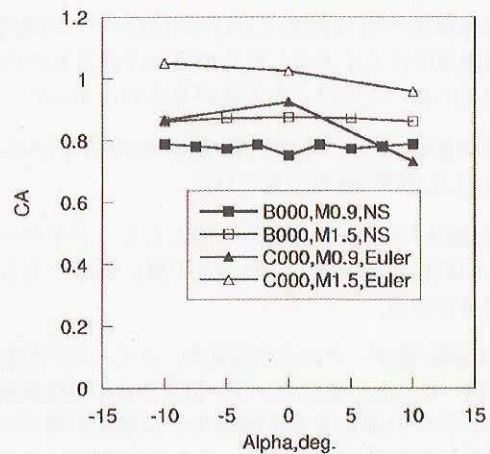


Fig. 13: CA coefficients for Wing-Body configuration(B000) and Wing-Body-Engine configuration(C000).

の条件でも、ダイバータから発生した衝撃波および膨脹波が胴体表面に影響を及ぼしていることが分かる。また、エンジン後部からも強い膨脹波が発生しており、これら右舷下翼の表面に影響を及ぼしていることが示されている。これらの傾向は、他の迎角でも基本的には同じであり、特に高迎角でエンジン後部からの膨脹波が翼にどのような影響を与えるのか、今後、より注意して調べる必要がある。また、今回は非粘性解析の結果であるが、粘

性解析も予定している。そして特にエンジン、ダイバータの存在が空力特性だけでなく、機体表面の流れにどれほど影響するか、調べる必要があろう。

Tab. 1: CN and CA coefficients on each component for Wing-Body-Engine configuration(C000).

		CA	CN
M0.9,alp=0	1	0.1667	0.0452
	2	0.0898	0.0109
	3	0.0575	-0.0651
	4	0.0490	-0.0490
	Total	0.3630	-0.0580
M1.5,alp=0	1	0.2674	-0.0035
	2	0.0407	-0.0177
	3	0.0424	-0.0765
	4	0.0514	-0.0365
	Total	0.4019	-0.1341

5. まとめ

CFD 解析により、微小重力実験機 (BOV) の空力設計評価、制御系のための空力特性を取得した。その結果、以下の結論を得た。

- 開発初期のパネル法などにより得られた空力係数は、CFD に比べて超音速における抵抗係数について過小評価していることが示された。
- 胴体単独の空力特性における乱流モデルの影響は、高迎角時に CA が 0.1 近くの違いが出るものの、低迎角においてはほとんど差が見られなかった。
- 翼胴形状については、翼/胴体の空力干渉が特に M=1.5、迎角 10 度で見られた。
- 翼/胴体/エンジンの空力干渉として、ダイバータからの膨脹波が胴体下面および下翼に伝播するものが顕著である。

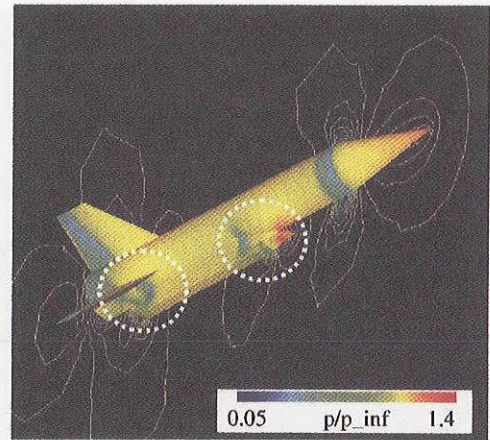
今後は風洞試験データによる検証や、スティング効果、Re 効果を調べることで、またエンジン付き形状の粘性解析、さらにエンジン内部を含めた解析や、姿勢制御用ジェットの影響の評価を検討している。そして空力データベースの作成に貢献する予定である。

謝辞

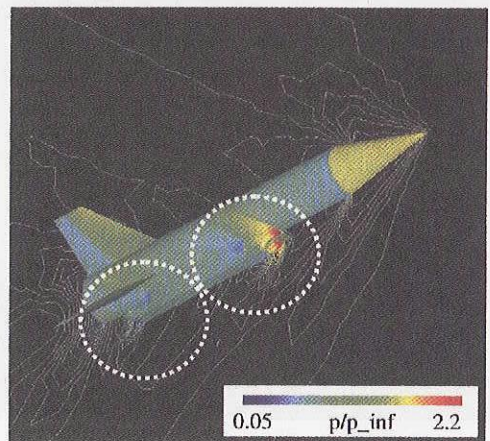
本研究は、科学研究費補助金(課題番号 16GS0220)の支援並びに ISAS/JAXA 宇宙科学企画情報解析センターとの共同研究によって行われたものである。ここに記して感謝の意を表する。

参考文献

- 藤田, 坪井, 宮路, 小林, 澤井, 気球を用いた微小重力実験機の空力特性, 第 49 回宇宙科学技術連合講演会, 2005.
- Fujii, K., AIAA Paper 86-0513, 1986.



(a)Pressure contours for M=0.9



(b)Pressure contours for M=1.5

Fig. 14: Contours near the configuration for $\alpha = 0$ deg.(C000).

- Shima, E., and Jounouchi, T., Proc. 14th NAL Symp. on Aircraft Computational Aerodynamics, pp.7-12, 1997.
- Fujii, K., J. Computational Physics Vol.118 , pp.92-108,1995.
- Miyaji,K., "Prediction of Hypersonic Shock/Shock Interaction Heating Using Hybrid Adaptive Unstructured Grids," AIAA Paper 2001-1751, 2001.

フィルム冷却を考慮した液酸・液水ロケットエンジン性能解析

坪井 伸幸^{*1}、伊藤 隆^{*2}、宮島 博^{*2}
^{*1}ISAS/JAXA, ^{*2}ISTA/JAXA

Numerical Investigations of the Film Cooling Effect on Rocket Engine Performance

by
Nobuyuki Tsuboi (ISAS/JAXA), Takashi Ito, and Hiroshi Miyajima (ISTA/JAXA)

ABSTRACT

LOX/LH2 subscale rocket nozzle flow fields are computationally simulated using three-dimensional compressible Navier-Stokes equations. The area ratio of the nozzle is 140 and film coolant hydrogen gases are injected from 30 film cooling holes which are distributed circumferentially at the area ratio of 13. The experimental nozzle throat Reynolds number indicates that the boundary layer of the nozzle is in its transition region as the size of the nozzle is small. Both the turbulent and laminar computations are carried out to investigate the effect of the boundary layer conditions to the nozzle performance. The computed results show that the structure of the separated flow downstream of the film cooling injection significantly changes between the turbulent and laminar conditions. Since clear difference in performance between the laminar and turbulent conditions are also shown, the computed result confirms that the experiment boundary layer condition is in its transition region. The nozzle wall temperature also influences the nozzle performance and the computed nozzle performance shows rather laminar flow performance when the film coolant temperature and the nozzle wall temperatures are set to be close.

1. はじめに

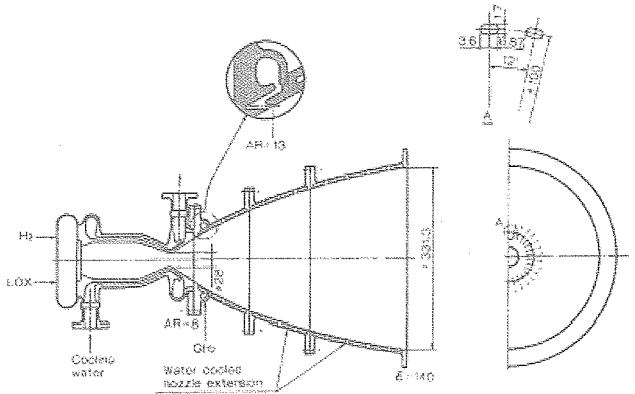
ガスジェネレーターサイクルをシステムとするロケットエンジンは、しばしばタービン駆動後の排ガスを主ノズルとは別の配管を通してノズルの出口付近に排出している。しかし、このタービン駆動後の排ガスをノズル内部の超音速領域に噴射すると、長い配管が必要なくなりコンパクトで軽量のエンジンを設計することが可能となる。さらに、上段用エンジンとして用いる場合には、燃焼試験を行う際ノズル出口まで導く配管を考慮する必要がなくなることから、タービン駆動後の排ガスのためのディフューザー設計問題も回避することが可能となる。現在の H-II A ロケットの上段エンジンである LE-5B エンジンも、タービン駆動後の排ガスをノズル内部に排出することによってノズル下流部を冷却するシステムをとっている。

過去の日本におけるロケットエンジンのフィルム冷却に関する研究としては、1984 年に宮島らが旧航空宇宙技術研究所角田宇宙推進技術研究所の高空性能試験設備において行った液酸液水サブスケールエンジンの燃焼試験がある¹。実験を行った時には、比推力評価及び熱流束評価が行われている。しかし、その際比推力や熱流束分布を生み出す背景となる流れ場の解析については行われていない。近年のフィルム冷却に関する研究も、熱や構造の問題のみを扱い、流体現象と絡めた研究は非常に少ないのが現状である。そこで本研究ではCFDを用いて、宮島らが行った実験を踏まえてエンジン性能評価を行い、比推力特性を生み出す背景となる流れ場を詳細に解析することを目的とする。

2. 実験形状及び計算条件

第 1 図に今回用いたノズル形状の概略図をしめす。今回用いたサブスケールエンジンは液酸・液水エンジンであり、燃焼室圧 3.48MPa 時において 3950N の推力を発生させることができる。混合比は 5.5 であり、ノズル開口比は 140 である。フィルム冷却口は開口比 13 の位置に配置しており、周方向に 30 個のフィルム冷却口がノズル壁面に開けられている。本解析に必要な条件を表 1 にしめす。壁面でのフィルム冷却噴射の条件としては、ノズルの軸方向に平行に音速条件で噴射を行っている。また、今回は化学平衡計算²を

行い、燃焼室内部の温度や質量分率を計算している。入力条件としてはGH2/LOXとし、入力エンタルピーとしては290Kの時のものを与えている。また、今回はC*効率の補正は行っていない。表 2 に燃焼室内部の各化学種の質量分率をしめす。



第 1 図. 液酸・液水サブスケールエンジン概略図¹

表 1. 計算条件

燃焼室圧力	3.48MPa
燃焼室温度	3407K
混合比	5.5
スロート径	28mm
開口比	140
フィルム冷却口位置での開口比	13
C*効率	0.979
フィルム冷却出口温度	290K
フィルム冷却澱み点圧力	0.2-0.6MPa
壁面温度	300K, 800K

3. 数値計算法および計算格子

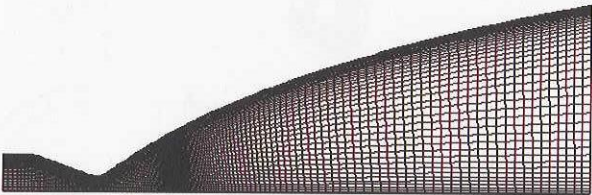
支配方程式として圧縮性Navier-Stokes方程式に各化学種の質量保存を加えたものを用いた。化学種はH2, O2, O, H, OH, N2, HO2, H2O2, H2O の計 9 化学種を考慮した。超音速

反応流れのような化学反応を伴う流れ場を解析する際、反応に対する特性時間が流体の特性時間に比べて非常に小さいため、方程式がstiffとなることが知られている。すなわち、反応に対する特性時間が、流体の運動に対する特性時間に比べて非常に小さい場合が多い。そこで化学反応が現れる生成項に関してはpoint implicit法を用い、流体の解法に関してはLU-ADI³により時間積分を行った。対流項に関しては、AUSM-DV⁴を用い、高精度化にはMUSCL法にlimiterとしてminmod関数を用いることで二次精度とした。粘性項は中心差分とした。燃焼反応に関しては化学非平衡性を考慮して 9 化学種 18 素反応のPetersen and Hanson model⁵を使用した。乱流モデルにはDegani-Shiffの修正を加えたBaldwin-Lomaxモデルを使用した。なお、この反応モデルは主に爆轟波・超音速燃焼を伴う高圧の流れ場に適用可能なように構築されており、実際に数値解析でもその有効性を確認している⁶。

第2図に今回計算で用いた計算格子をしめす。今回は 1 つの噴射口領域のみを計算するため 12 度分の計算領域として計算を行った。格子点数は流れ方向に 201 点、周方向に 31 点、中心軸からノズル壁面までは 77 点配置している。また、最小格子幅は 0.5micron メートルである。

表 2. 燃焼室内部の各化学種の質量分率

H2	O2	O	H	OH
0.048722	0.008716	0.00555	0.003995	0.06209
HO2	H2O2	H2O	N2	
0.000089	0.000016	0.870822	0	



第2図 計算格子

4. 結果及び考察

4.1 層流及び乱流計算における境界層の様子

まず初めに本エンジンの境界層が、乱流境界層になっているか層流境界層になっているかを確認するために、TDKコード²を用いてスロートレイノルズ数を算出する。スロートレイノルズ数(Re_t)を算出するにあたり、代表長はスロート直径(L=0.028m)とし、速度u、粘性係数μ、密度ρはスロート部における中心軸上の物理量を使用した。定義式は次のようになる。

$$Re_t = \frac{\rho u L}{\mu}$$

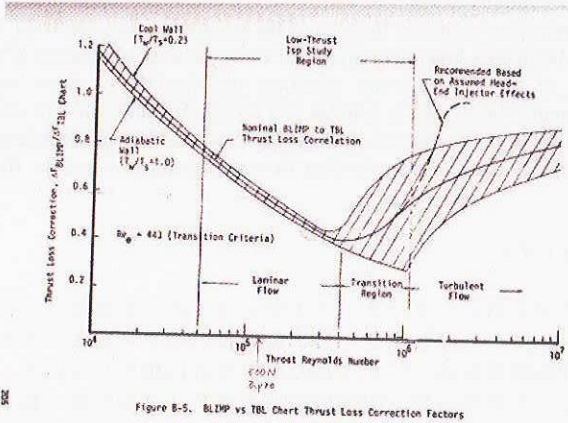
今回は TDK の入力壁温を 800K に固定し、混合比を CFD による計算条件である 5.5 に固定した。スロートレイノルズ数の算出結果を表 3 に示す。

表 3 より、算出されたスロートレイノルズ数は 4.67e5 と なる。第 3 図にスロートレイノルズ数とTBLコードを用いた場合の境界層による推力損失に関する補正係数の関係を示す⁷。第 3 図をみることによって境界層の状態を知ることができる。これによると、境界層が遷移域に入っているこ

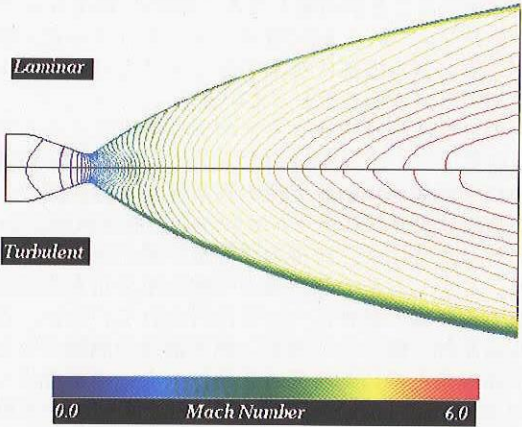
とがわかる。そこで 今回は乱流計算と層流計算の両方を行い、ノズル流が実際に遷移域に入っているかも検討する。第 4 図にフィルム冷却が無い場合の層流計算（上半分）及び乱流計算（下半分）の流れ場の比較を参考にしめす。乱流計算をすると境界層が乱流拡散により非常に厚くなることがわかる。また、流れ場のコア部分を比較すると中心軸上で若干の等高線の違いが見られるが、ほとんど同じであり流れ場のコア部分は境界層によって影響されないことがわかる。

表 3. LE-5 サブスケールエンジンスロートレイノルズ数 (SI 単位)

MR	μ	u	ρ	L	Throat Re
5.5	8.78E-05	1543	9.50E-01	0.028	4.67E+05



第3図 スロートレイノルズ数に対する境界層補正係数⁶

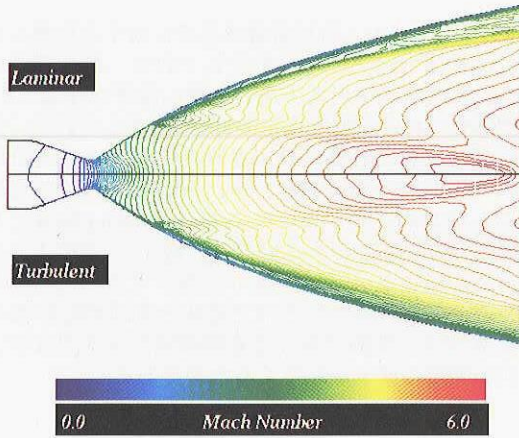


第4図 層流計算及び乱流計算の流れ場の比較

4.2 フィルム冷却による流れ場への影響

第5図にフィルム冷却を行っている場合の流れ場のマッハ数分布をしめす。上半分は層流計算の場合であり、下半分は乱流計算の場合である。図中の m_p, m_s はそれぞれ主流及びフィルム冷却の質量流量を示している。今回は例としてフィルム冷却濃み点圧力 0.4MPa、CFD の入力壁温が 800K の場合をしめす。両者ともフィルム冷却部から強い衝撃波が発生しておりノズル出口付近の中心軸上で交差する。層流計算の場合にはフィルム冷却噴射口の downstream ではフィルム冷却層と主流は分離しながら downstream に流れている。し

かし、乱流計算の場合には下流でフィルム冷却層が発達し混合している様子がわかる。また、第4図のフィルム冷却が無い場合と比較しても、フィルム冷却層は非常に厚くなっている様子がわかる。

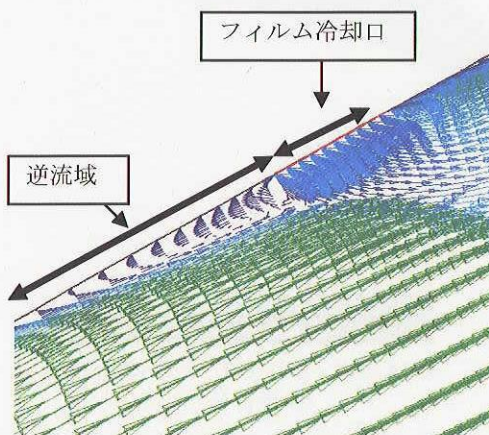


第5図 層流計算及び乱流計算の流れ場の比較

(フィルム冷却有 $\dot{m}_s / \dot{m}_p = 0.04$)

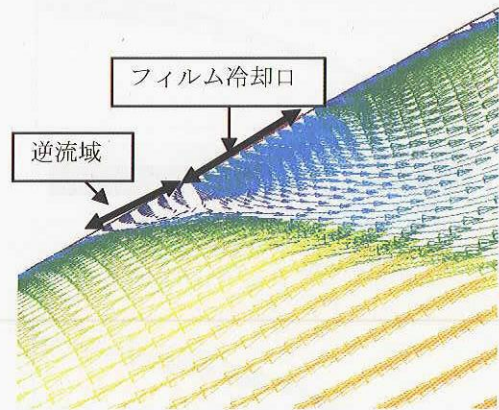
第6図及び第7図にそれぞれ層流計算及び乱流計算でのフィルム冷却口付近の速度ベクトルをしめす。層流計算の場合には剥離域が非常に大きく、上流まで流れが逆流している様子がわかる。また、乱流計算でも流れの剥離が見られるが、層流計算ほど逆流領域は大きくない。

第8図及び第9図に層流計算及び乱流計算を行った際のフィルム冷却口付近の H2 質量分率をそれぞれしめす。第6図で、層流計算の場合には噴射口上流で、大きな逆流が起きている様子がみられたが、第8図からその逆流域でフィルム冷却剤である H2 が存在している様子がわかる。第9図でも H2 の逆流が見られるが、第7図でも見られたように、乱流計算の場合には剥離領域が狭く、H2 の逆流もあまり見られない。ノズル流れは水素リッチの状態であるため、層流、乱流計算ともに、噴射口付近で反応はほとんど起こっていない。



第6図 フィルム冷却口付近の速度ベクトル

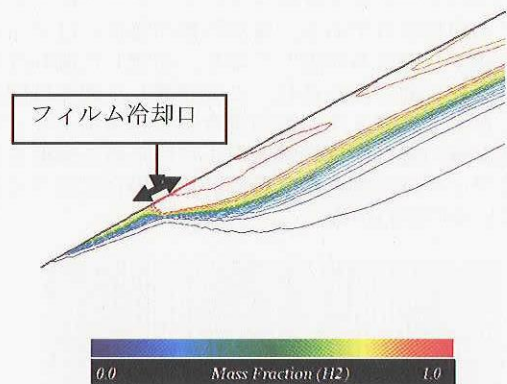
(層流計算 $\dot{m}_s / \dot{m}_p = 0.04$)



第7図 フィルム冷却口付近の速度ベクトル

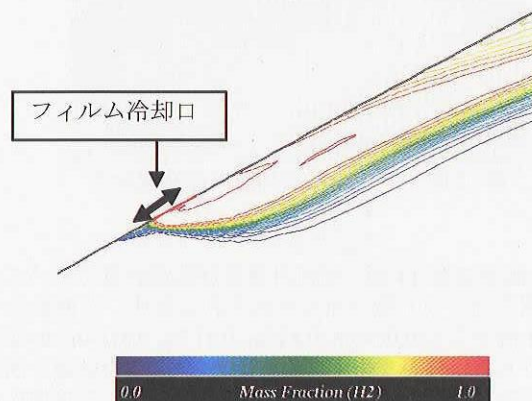
(乱流計算 $\dot{m}_s / \dot{m}_p = 0.04$)

第10図及び第11図に層流計算及び乱流計算を行った際のノズル内部 H2 質量分率をそれぞれしめす。第10図の層流計算の場合には、フィルム冷却口下流まで高い H2 の質量分率の領域が維持されている。それに対して第11図の乱流計算の場合には、第10図の層流計算の場合に比べて乱流拡散の効果により下流での H2 質量分率は小さい。



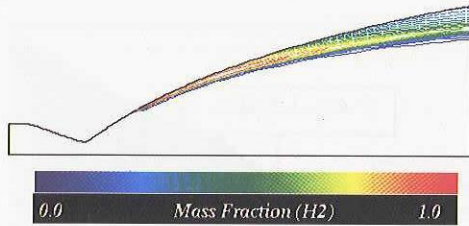
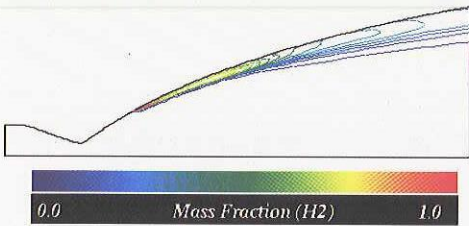
第8図 フィルム冷却口付近の H2 質量分率

(層流計算 $\dot{m}_s / \dot{m}_p = 0.04$)

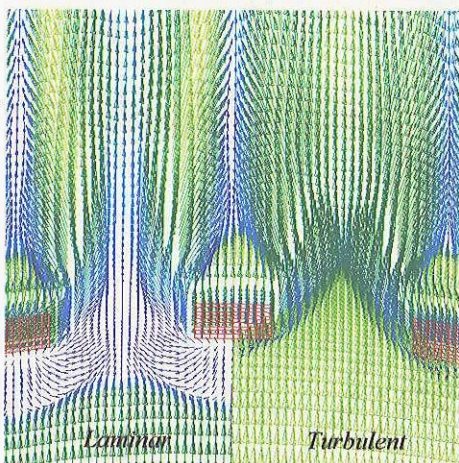


第9図 フィルム冷却口付近の H2 質量分率

(乱流計算 $\dot{m}_s / \dot{m}_p = 0.04$)

第10図 ノズル内部H₂質量分率(層流計算 $\dot{m}_S / \dot{m}_P = 0.04$)第11図 ノズル内部H₂質量分率(乱流計算 $\dot{m}_S / \dot{m}_P = 0.04$)

第12図にフィルム冷却層内部における速度ベクトル図(左半分:層流計算、右半分:乱流計算)を示す。参考のため $y^+ = 656.8$ の位置で参照している。メッシュで示しているところが噴射口である。層流計算の場合にはフィルム冷却口上流から流れが剥離しており、逆流した流れは周方向に流れ噴射口間に流れ込む。この逆流した流体は図8でも確認したようにフィルム冷却用水素ガスが主となっている。乱流計算の場合には剥離域が小さいために噴射口から逆流したフィルム冷却水素は層流計算の場合に比べて少なくなっているのがわかる。



第12図 フィルム冷却層内部速度分布

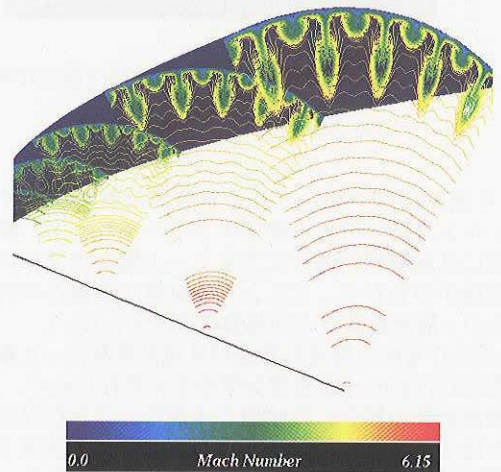
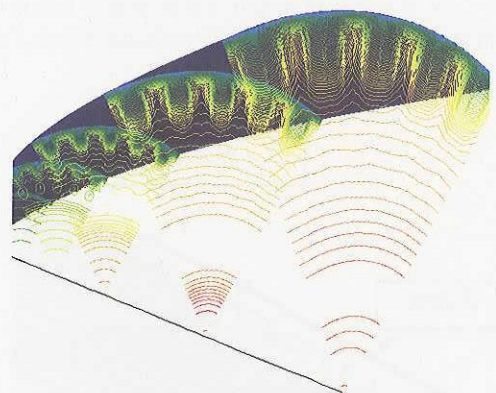
($\dot{m}_S / \dot{m}_P = 0.04$)

第13図及び第14図に層流計算及び乱流計算でのノズル内部の周方向マッハ数分布をそれぞれしめす。各断面はそれぞれ上流から $x=0.0645\text{m}$, 0.145m , 0.217m , 0.3154m , 0.427m の位置である。分かりやすくするために12度の領域を周方向に5つ並べて示している。第13図において、中央部に向かってフィルム冷却の影響が伸びている位相がフィルム冷却噴射口の位相である。第13図をみると、噴射口間にもフィルム冷却の流れが見られる。これは、第12図において示

したように、フィルム冷却口の上流へ逆流した冷却水素が噴射口間に流れ込むためである。第14図の乱流条件下でのマッハ数分布をみると、噴射口間に流れ込む冷却水素が少ないため、噴射口間の位相ではフィルム冷却の影響があまりみられない。このように、層流計算での流れ場及び乱流計算での流れ場では大きな差があることがわかる。

4.3 フィルム冷却による性能への影響

第15図にフィルム冷却質量流量率に対する比推力分布を示す。 x 及び y は実験結果を示しており、それぞれに記載されている温度は噴射器上流の水素の温度を示している¹。今回はCFDにおける壁温度を800Kに固定している。実験による比推力は層流計算で算出された比推力と乱流計算で算出された比推力の間にあり、本ノズルの流れ場は遷移域にあることが改めてわかる。ここで、低 \dot{m}_S/\dot{m}_P 領域で乱流よりも層流の方が I_E/I_P が小さいのは、図12に示すように、フィルム冷却によるノズル主流の剥離が大きいためである。また、高 \dot{m}_S/\dot{m}_P 領域になるほど層流と乱流の I_E/I_P の差が小さくなるのは、乱流であっても剥離域が大きくなり、層流と乱流の剥離の様子が似てくるためである。

第13図 ノズル内部マッハ数分布
層流計算第14図 ノズル内部マッハ数分布
乱流計算

第16図にフィルム冷却の有効比推力をしめす。 I_E は

$$I_E = (\dot{m}_P I_P + \dot{m}_S I_S) / (\dot{m}_P + \dot{m}_S)$$

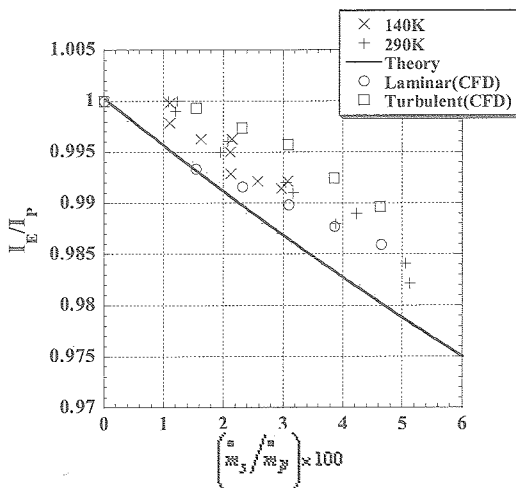
から逆算して求めた。ここで I_E はフィルム冷却を考慮した

比推力、 I_P はフィルム冷却が無い場合の比推力、 \dot{m}_P, \dot{m}_S はそれぞれ、主流及びフィルム冷却の質量流量である。第15図同様、実験結果は層流計算及び乱流計算の間にある。このことから本ノズル流は遷移域にあると考えられる。なお、第15、16図における理論値は、フィルム冷却流れとコア流れを分離した考えに基づいて算出されたものである⁸。第16図に示されるように、フィルム冷却水素の有効比推力の理論値は約250秒であり、実測値は300から350秒である。ここで、第5図上半分の層流計算結果からフィルム冷却流れはコア流れと分離した流れとなっていることから、第16図より層流計算結果は定性的に理論値と一致するようになっている。また、サブスケールの噴射方式では簡単な理論⁸で仮定した流れとは非常に異なり混合領域は3次元的であり主流と複雑な混合をしていることが示された。従って、同理論が実験と定量的な一致しないのは当然と言える。

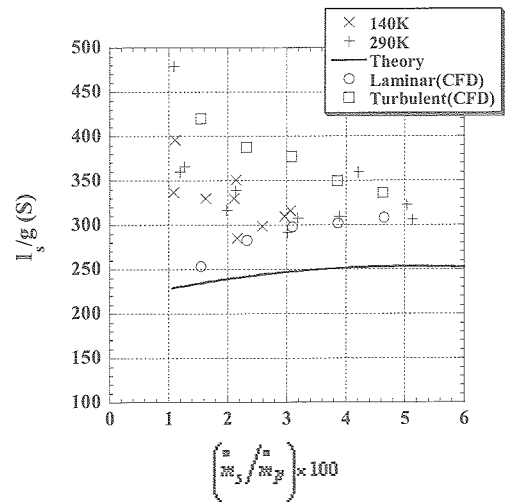
以上の結果はCFDにおける壁面温度を800Kに固定した場合を示した。フィルム冷却による性能への影響はフィルム冷却層内部の境界層の状態に大きく影響を受けるので、壁温度の影響を大きく受けることが予想される。

第17図にCFDにおける壁温が300Kにおけるフィルム冷却流量に対する比推力分布を示す。今回は実験結果と計算結果の層流計算が定量的にも定性的にも一致している様子がわかる。第18図のフィルム冷却の有効比推力分布を見ても実験結果と層流計算結果は定性的にも定量的にも一致する結果が得られている。従って、CFDにおける壁温が300Kの場合には境界層は層流に近い状態になっていると考えられる。

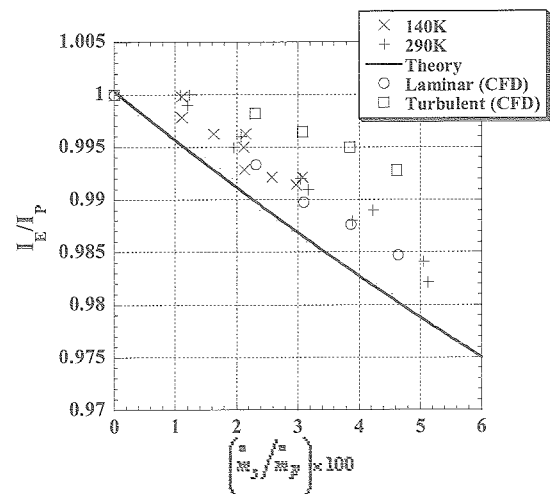
第1図に示したように、実験ではノズルは水冷されており、壁面温度は800Kよりは300Kに近いものと推測される。ノズルエクステンション（フィルム冷却部）の冷却は、周方向に冷却水が流れるステンレス製の冷却チャンネルからなっているが、冷却チャンネルの仕切り部分の壁面から約3mmで計測した温度は390Kから320Kに分布していた。



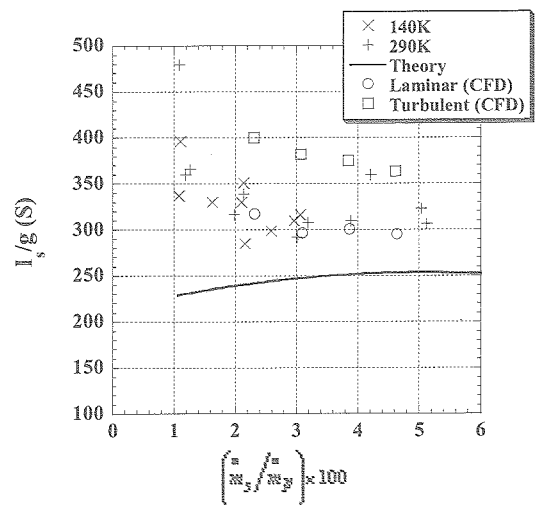
第15図 フィルム冷却質量流量率が比推力に及ぼす影響
(壁温度 800K)



第16図 フィルム冷却の有効比推力
(壁温度 800K)



第17図 フィルム冷却質量流量率が比推力に及ぼす影響
(壁温度 300 K)

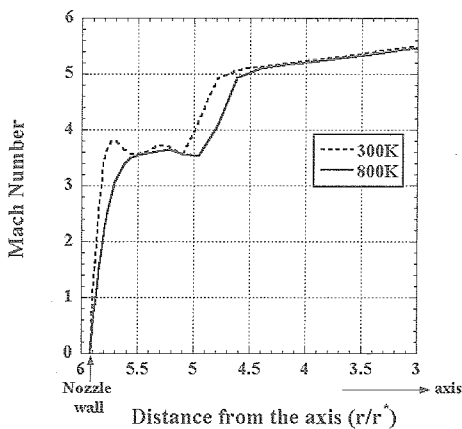


第18図 フィルム冷却の有効比推力
(壁温度 300K)

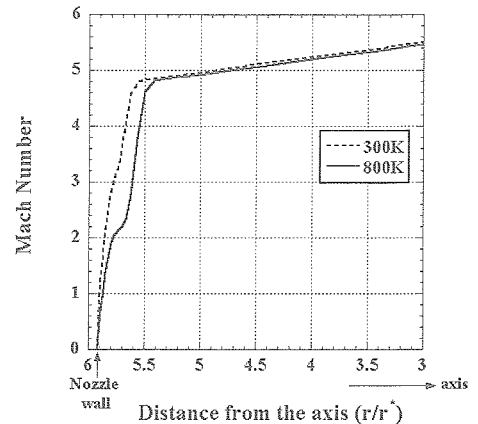
第 19 図にフィルム冷却口位相での CFD による層流計算のノズル出口マッハ数分布を示している。第 19 図から、フィルム冷却層の領域は 300K の場合には $5.1 \leq \frac{r}{r_*} \leq 5.7$ であるのがわかる。また、 $5.7 \leq \frac{r}{r_*} \leq 5.91$ の領域は壁温 300K の場合のフィルム冷却層内部の境界層であることがわかる。また、壁面 800K の場合には $4.9 \leq \frac{r}{r_*} \leq 5.1$ にフィルム冷却層の領域が存在しており、 $5.4 \leq \frac{r}{r_*} \leq 5.91$ の領域がフィルム冷却層内部の境界層であることがわかる。このように、フィルム冷却口位相では壁面温度 800K の場合には 300K の場合に比べて境界層が厚くなっている。

第 20 図にフィルム冷却口間位相での CFD による層流計算のノズル出口マッハ数分布を示している。フィルム冷却口間であるためフィルム冷却が影響を及ぼす領域は狭い。また、第 19 図と同様フィルム冷却層内部の境界層は壁面温度が高い方が厚くなっている様子がわかる。

第 19 図及び第 20 図から CFD では壁面温度が高い方が境界層が厚くなることがわかった。その理由としては、フィルム冷却剤温度が 290K であり、壁温が 800K の場合には境界層が壁温 300K の場合に比べて温度差が大きくなり、温度境界層が厚くなるためである。このことから第 15, 16 図の CFD における壁温 800K の状態に比べ、第 17, 18 図の CFD における壁温 300K の方が境界層が薄くなることから、層流状態に近くなる。すでに述べたように、実験の壁温は 300K により近いと推定されるが、実際のエンジンではノズルエクステンションを水冷することはないので、壁温 800K はより適切な値となりえる。いずれにしても、壁温を与えて計算するのではなく、計算の結果として壁温が求められるように CFD を改良することが求められる。



第 19 図 ノズル出口における軸方向マッハ数分布 (フィルム冷却口位相－層流計算)



第 20 図 ノズル出口における軸方向マッハ数分布 (フィルム冷却口間位相－層流計算)

5. まとめ

LE-5 サブスケールエンジンを対象に、多数の噴射口からノズルの超音速部へ送入されたフィルム冷却剤が、エンジン比推力に及ぼす効果を層流計算及び乱流計算による CFD 解析を行うことで評価した。層流計算と乱流計算では境界層の状態が大きく異なることがわかった。また、層流状態ではフィルム冷却によって主流が剥離しやすくなり、逆流した冷却剤水素は噴射口間に流れ込むが、乱流計算では主流の剥離は抑制され、冷却剤水素は噴射口間にはあまり流れ込まなくなることがわかった。CFD における壁面温度が 800K と仮定して計算した結果、ノズルの境界層は遷移域にあることがわかった。しかし、CFD における壁面温度が 300K の場合には、境界層が薄くなることで実験結果と層流計算結果の比推力分布は一致するようになり、フィルム冷却を考慮した性能計算を行う場合には壁温度の影響を十分に考慮しなければいけないことがわかった。

参考文献

1. Miyajima, H., Kusaka, K., and Sogame, E., "Effective Specific Impulse of Secondary Flow Injected into a Rocket Nozzle", NAL TR-848T, 1984.
2. 中橋、宮島、木皿、毛呂, 「ロケットノズルの性能予測計算法」, NAL TR-771, 1983.
3. Fujii K., "Practical Applications of New LU-ADI Scheme for the Three-Dimensional Navier-Stokes Computation of Transonic Viscous Flows", AIAA Paper 86-0513, 1986.
4. Wada, Y., and Liou, M.-S., AIAA Paper94-0083, 1994.
5. Petersen, E.L., and Hanson, R.K., J. of Propulsion and Power, Vol. 15, No.4, pp.591-600, 1999.
6. Eto, K., Tsuboi, N., and Hayashi, A.K., "Numerical Study on three-dimensional C-J detonation waves: detailed propagating mechanism and existence of OH radical", Proceedings of the Combustion Institute 30, pp.1907-1913, 2005.
7. Schoenman, L., "Low-Thrust Isp Sensitivity Study", NASA CR-165621, 1982.
8. Stromsta, R.R., and Hosak, G.A., "Analytical Methods for Computing the Effects of Turbine Exhaust and Film-Coolant Injection on Rocket Engine Performance", AIAA paper 69-472, 1969.

ロケットエンジン開発における CFD

山西伸宏^{*1}、清水太郎^{*1}、根岸秀世^{*1}、清水和弥^{*1}、谷直樹^{*1}

The application of CFD in rocket engine development

by

Nobuhiro Yamanishi^{*1}, Taro Shimizu^{*1}, Hideyo Negishi^{*1}, Kazuya Shimizu^{*1} and Naoki Tani^{*1}

ABSTRACT

The numerical simulations carried out for the rocket engine development at the Japan Aerospace Exploration Agency is presented. Although numerical simulations played a major role in the return to flight of the H-IIA launch vehicle, the basic design of the rocket was initiated more than a decade ago. Back then, CFD was gradually spreading from the academia to the industrial society, but not to a level where CFD was actively used as a design tool. Now, the remarkable progress in the performance of high-end computers and the advances in the simulation techniques have made CFD an indispensable tool for designing. In this paper, the research activities of developing numerical simulators of rocket engines and some numerical analysis carried out for the return to flight program of the H-IIA launch vehicle are presented. Results show that CFD is beginning to expand its role as a tool for developing rocket engines.

1. はじめに

2005 年 2 月に 7 号機の打上げに成功した H-IIA ロケットの設計は、その約 10 年前の 1990 年代前半に実施された。当時の CFD は大学や研究機関から産業界に普及し始めた頃ではあったが、ロケット開発に代表される宇宙産業には積極的に活用される時代ではなかった。

一方、ここ 10 年間の CFD 技術およびそれを取り巻く環境（計算機性能、汎用ソフトの普及など）は確実に進歩しており、ロケット開発においても CFD が活用される環境が整ったと言える。

本論文では H-IIA ロケットエンジンの簡単な紹介の後、その開発を支援するために当グループで実施している研究開発活動について紹介する。

2. H-IIA ロケットエンジン

H-IIA ロケットは第一段に LE-7A エンジン、第二段に LE-5B エンジンそれぞれ単基搭載し、固体ロケットモータと組み合わせることにより必要推力を得ている。両エンジンは液体水素と液体酸素を推進剤としており、インデューサと呼ばれるポンプ入口に配置された羽根車でそれぞれの推進剤を吸い込み、メインポンプで昇圧し、燃焼室で混合した後に燃焼させ、更にノズルで燃焼ガスを膨張させることによって推力を発生している。

液体水素はポンプで昇圧された後に燃焼室やノズルを冷却する通路を流れるが、ここでの吸熱特性や圧損はエンジン成立性に大きく影響する。さらにインデューサにおけるキャビテーションの発生状況はその吸込性能を大きく支配しているほか、燃焼室におけるガス水素と液体酸素の混合状態は燃焼効率と強い相関を持つ。エンジン性能は最終的には燃焼室での推進剤の燃焼状態によって決まるが、エンジンが所定の性能を得るためには燃焼効率 90% 台後半が必要とされる場合が多い。

このように、流体力学で言う混相流や燃焼流がロケットエンジン内部の物理現象を支配しており、これら現象の把握がエンジン信頼性向上や性能向上への鍵となる。

3. ロケットエンジンシミュレータの開発

H-IIA ロケットエンジンの信頼性向上プログラムおよび次期主力ロケットエンジンの開発を支援することを目的に、当グループではロケットエンジンシミュレータの研究開発を進めている。具体的には、ロケットエンジンシステムシミュレータの開発、ロケットエンジン供給系シミュレータの開発、ロケットエンジン燃焼系シミュレータの開発に三つにわけられる。各シミュレータの開発目標、開発計画、これまでの成果についてここで述べる。

*1 宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部 システム評価技術 G

3.1 ロケットエンジンシステムシミュレータ

本シミュレータの開発目標は、エンジン起動／停止過渡特性の把握、エンジンロバスト性の検討、推力制御やアポートなど制御性の検討に適用可能なシミュレータを開発することにある。

シミュレータは、原子力プラントなどに代表される管路系流れの解析において有用性が示されている、ボリューム・ジャンクション法により一次元的な流体と熱の輸送を扱う。具体的には、質量保存則とエネルギー保存則を解く「ボリューム」と運動量保存則を解く「ジャンクション」を組み合わせ、エンジン全体をモデル化する。この結果、ボリュームでは密度、圧力、温度などのスカラー量が求められ、ジャンクションでは流量などのベクトル量が求められる。ロケットエンジンにおいては、タンク、ポンプ、配管、再生冷却通路、燃焼室などがボリュームでモデル化され、配管接合部、バルブ、オリフィス、インジェクタなどがジャンクションでモデル化される。また、タービンはジャンクションとボリュームを組み合わせたモデルとなる。

図1にLE-7Aエンジン配管系の概念図を示す。エンジンは基本的に3系統に分けられる。図からもわかるように、赤線は液体水素(LH₂)系統を示し、青線は液体酸素(LOX)系統を示し、紫線は燃焼ガス系統を示している。まず液体水素タンクから排出されたLH₂は燃料ターボポンプ(FTP)によって昇圧され、燃料主バルブ(MFV)を経てメイン燃焼室(MCC)およびノズルスカーツ(NSA)の冷却系統にわけられる。MCCおよびNSAを冷却した高温の水素はプリバーナ(PB)と呼ばれるタービン駆動用のガス発生器に送られ、ここで微量のLOXと燃焼する。次に液体酸素タンクから排出されたLOXは酸化剤ターボポンプ(OTP)に入るが、メインポンプによって昇圧されたLOXはMCCへと流れ、スプリットポンプによって昇圧されたLOXはPBへと流れる。PBへのLOX流量はプリバーナ酸化剤バルブ(POV)によって制御され、MCCへのLOX流量はメイン酸化剤バルブ(MOV)によって制御される。燃焼ガス系統はPBから発生する水素リッチのガスから始まり、タービンを駆動した後にMCCへと流れる。ガスはMCCでLOXと混合、反応した後にノズルにて膨張し、エンジンとしての推力を生む。

シミュレータの妥当性を検証するために実施したエンジン起動過渡の解析例を図2に示

す。点列で示されたエンジン試験におけるターボポンプ回転数に対して、実線で示されたシミュレータによる解析が良好な一致を得ている。図3はエンジン認定試験におけるエンジン過渡状態の再現例である。試験ではOTP後流に配置された点火器バルブを制御することによってOTP流量を可変制御した。ここでは解析結果だけを示すが、試験との比較によってバルブ制御による吐出圧の変化が再現されているのが確認されている。

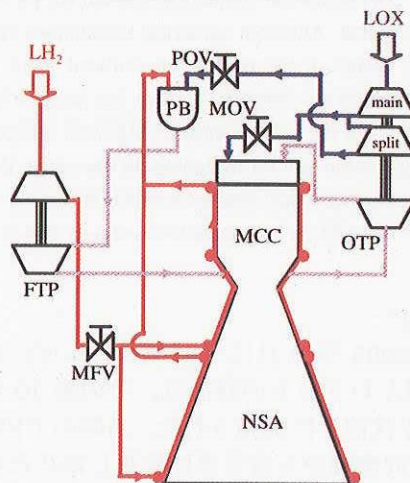


図1. LE-7A エンジン系統図

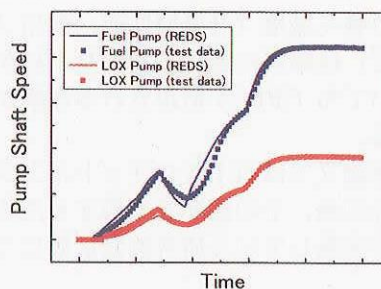


図2. LE-7A エンジンの起動過渡解析例
(青:FTP回転数、赤:OTP回転数)

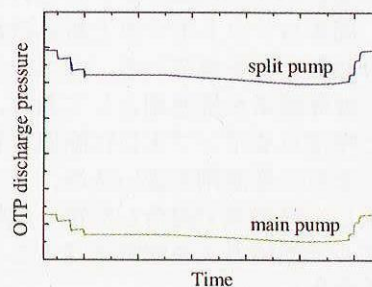


図3. LE-7A エンジン認定試験における過渡解析例
(OTPの吐出圧)

3.2 ロケットエンジン供給系シミュレータ

本シミュレータの開発目標は、ポンプ性能（吸込性能、効率、揚程等）、タービン性能（効率、エンタルピ落差）、軸系特性（漏れ量、冷却性能等）およびタンク特性の把握および検討に適用可能なシミュレータを開発することにある。シミュレータは主にターボポンプ系とタンク系の二つに分けられる。

タンク系では推進薬タンク内部における液面挙動、圧力および温度を予測するシミュレータを開発する。近年行われている低重力下での二段エンジンの再／再々着火や、今後開発が予定されている大推力ロケットの飛行中には、急激な加速度変化により、もはやスロッシングの範疇には入らない破波や液の離散・合体を伴う大規模な液面変形が発生する場合がある。このような液面の大変形が発生する場合には、もはや従来のスロッシング解析で用いられてきた評価手法は利用できないため、CFD 技術の貢献が期待されている。シミュレータは基本コードとして CIP-LSM を採用している。CIP-LSM は、様々な加速度環境における気液二相の自由表面流を解析対象とし、CIP-CUP (CIP-Combined Unified Procedure) 法を気液二相流の熱流動問題に適した形に改良された Thermo CIP-CUP 法を流体計算に利用し、界面捕獲法に HLSM (Hybrid Level Set Method & MARS) を利用して、3 次元一般曲線座標系に拡張した手法である^[1]。

これまで CIP-LSM を用いて横スロッシング問題とダム崩壊問題の計算を実施し、実験結果および他の計算手法と比較して妥当な結果が得られることが確認された（図 4）。今後もコード検証を実施し信頼性向上に努めると共に、乱流モデルや相変化モデルの導入に取り組んでいく予定である。本研究は東京大学姫野講師との共同研究で実施している。

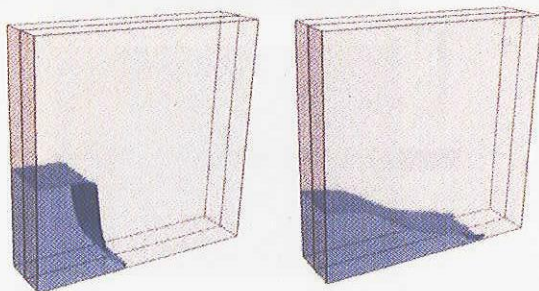


図 4. ダム崩壊問題による CIP-LSM 検証例
(左: $t=0.1\text{sec}$, 右: $t=0.2\text{sec}$)

ターボポンプ系では、これまでのインデューサ／キャビテーションのシミュレータに加えて、インペラ、タービン、軸封シール、軸受冷却流路のシミュレータの開発に着手した。インデューサ／キャビテーションについては二種類のシミュレータを開発している。ひとつは基本設計におけるインデューサ翼面形状最適化プロセスのツールとして使用する場合や吸込性能、揚程推算ツールとして使用する場合を想定しており、もうひとつは旋回キャビテーションやキャビテーション・サージに代表される非定常キャビテーション現象の把握に活用される。

前者は既に LE-7A エンジン OTP 改良設計インデューサの検討に活用されており、ライナ形状の変更に伴う吸込特性の変化を再現するに至っている（図 5）。本シミュレータは汎用熱流体解析ソフト FLUENT を基本に開発されており、現在は圧縮性や熱力学的効果モデルの検証を実施している。一方、後者は加藤らによって開発された LES 流体解析コード (FrontFlow/blue) にキャビテーションモデルを実装^[2]したものとなっており、旋回キャビテーションの再現に取り組んでいる（図 6）。本研究は東京大学松本教授と加藤教授との共同研究で実施している。

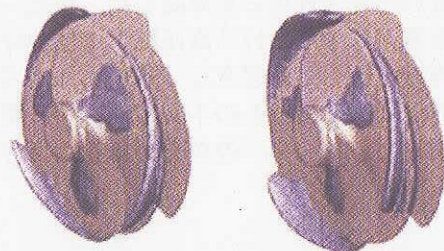


図 5. LE-7A エンジン OTP 改良設計インデューサ解析例
(左図:サージ対策前、右図:サージ対策後)
(青:キャビテーション発生領域)

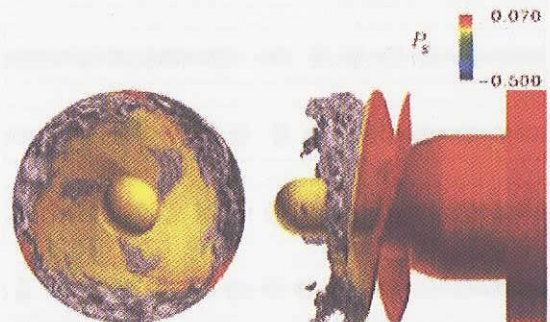


図 6. インデューサ旋回キャビテーション解析例
($\sigma=0.008$ におけるボイド率 10% 等値面と表面圧力)

3.3 ロケットエンジン燃焼系シミュレータ

本シミュレータの開発目標は、エンジン燃焼室における燃焼効率と熱流束分布、再生冷却性能およびノズル性能の検討に適用可能なシミュレータを開発することにある。これまで特にノズル性能推算コードやノズル3次元非定常シミュレータなどノズルに係わる開発に注力してきたが、現在は噴射器流れにおける混合、反応過程に焦点を絞っている。

まず、ロケットエンジン噴射器における液体酸素・水素流れの微粒化・混合過程を詳細に検討するために、気液二相流解析手法を応用した計算コードを新たに開発した。燃焼器内の流れは圧力が高く、近臨界～超臨界条件であることが多い。したがって噴射器周辺の流れ解析で燃料・酸化剤の混合過程を再現することを考えた場合、状態方程式・物性値を厳密に考慮した実在流体を扱えること、および表面張力を考慮した気液二相流を扱えることが必須となる。本解析コードは、実在流体に対する状態方程式を厳密に考慮可能であり、亜臨界～超臨界流体まで統一的に解析することが可能である。

コードの検証として、単一液滴の振動に対する解析において、振動の周期が理論的に予測されるものと定量的に一致するなど表面張力の扱いの妥当性などを確認した。また、超臨界水素雰囲気中における高圧酸素液柱の分裂過程を再現することができた(図7)。一方で、このような液体ジェット的不安定性解析に関しては定量的に若干の不一致が見られるなど今後の課題も残した。

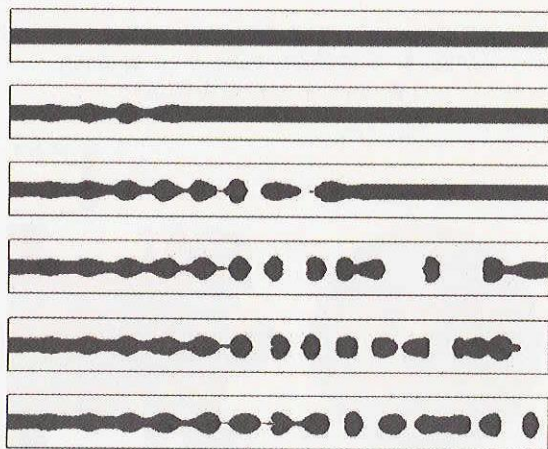


図7. 超臨界水素雰囲気中における高圧酸素液柱の分裂過程の解析例
(上から 0ms, 20ms, 40ms, 60ms, 80ms, 100ms 経過)

次に、ロケットエンジン燃焼器噴射エレメント付近の噴射流れを想定した、窒素による噴流実験の再現を目的とし、実在気体効果を考慮した噴流解析を行い、解析手法の妥当性を評価する(図8)。この解析は、最終的にJAXA主力ロケットエンジンの燃焼器内部流れ全体を解析するツールを構築する上での基礎検討である。解析には汎用熱流体解析ソフト FLUENT を用いた。そのため、本解析では表面張力の効果を考慮できない。

解析の結果、現在得られている実験結果を再現する程度であれば、ここで用いた計算手法で解析できる可能性が示された。しかし、特に表面張力の効果が無視できない亜臨界状態の場合には本手法は用いる事が出来ず、例えば別の二相流の計算手法による解析が必要となるなど、少なくとも現象によって使い分けの必要があることなどを確認した。このことから、温度変化などにより超臨界状態と亜臨界状態が混在する場合には、統一的に解析可能な前記の手法が不可欠である。

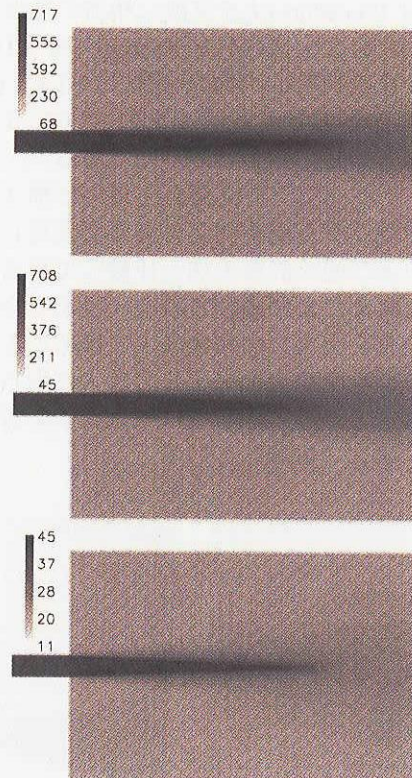


図8. 実在気体効果を考慮した窒素噴流解析
(上から 6MPa, 4MPa, 1MPa における密度分布[kg/m³])

4. ロケットエンジンシミュレータ適用事例の紹介

LE-7A エンジンおよびLE-5B エンジンは現在も信頼性向上に向けて改良を続けており、当グループではその開発プログラムを支援する解析を実施している。これらの解析は全てH-IIA プロジェクトの要求に基づいて解析の実施項目、計画などが設定されており、解析の最終報告までに短いケースで一ヶ月、比較的長いケースで一年程度の時間を要した。以下に適用事例を紹介する。

4.1 LE-7A エンジン LOX フィードライン CFD 解析

LE-7A エンジンの領収試験や認定試験は種子島スタンドもしくは田代スタンドで実施している。各スタンドは目的に応じて構成されているため、(当然のことながら) エンジンに液体酸素を供給する LOX フィードラインはそれぞれ形態が異なる。本解析では、OTP インデューサ入口における流れ場を評価するため、実機、種子島スタンド、田代スタンドにおける LOX フィードラインのシミュレーションを実施した。図9に各フィードラインにおける流線を示した。実機の流れ場が最も旋回が小さく、逆に田代スタンドは曲がりが多い形態となっていることから旋回の強い流れ場であることが確認された。



図9. LE-7A エンジン LOX フィードライン CFD 解析
(左から実機、田代、種子島スタンドにおける流線)

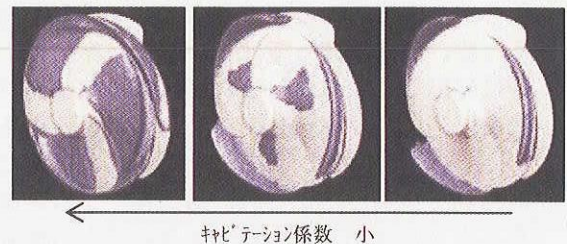


図10. LE-7A OTP 改良設計インデューサの CFD 解析
(キャビテーション係数の減少に伴うキャビテーションの変化)
(青色:キャビテーション発生領域)

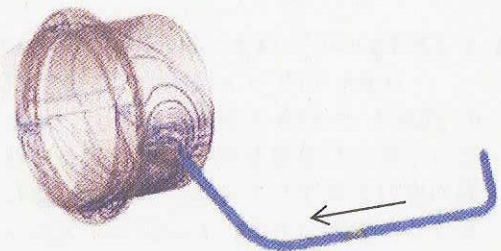


図11. LE-7A OTP-LBB ラインの CFD 解析
(流線の可視化例)

4.2 LE-7A エンジン OTP 改良インデューサ CFD 解析

JAXA における信頼性向上事業の一環として信頼性改革本部が立ち上がったが、そこに OTP インデューサの改良設計を目的としたタスクフォースが設定された。タスクフォースでは水流し試験、極低温インデューサ試験とともに CFD 解析を実施した(図10)。解析の目的は、改良設計インデューサの揚程、吸込性能、キャビテーション特性に関する評価ではあったが、これ以外にマスフロー・ゲイン・ファクタ、M やキャビテーション・コンプライアンス、K の推算などに成功し、一定の成果を得た。

4.3 LE-7A エンジン OTP-LBB ライン CFD 解析

インデューサの改良設計と併せて OTP 軸受冷却戻り (LBB) ラインの戻り位置が変更されたので、当グループで流れ場を評価した。特に従来型と比べて流れ場が大きく変化することはない。高温で流速の高いポンプ配管ではキャビテーションの影響が無視できないこともあり、圧損の定量的評価には注意を要した。図11に典型的な流れ場の様子を示す。

4.4 LE-5B エンジン水素ミキサー CFD 解析

LE-5B エンジンでは、燃焼室を冷却した高温の水素とメインポンプより吐出された低温の水素がミキサーにおいて混合され、燃焼室マニフォールドへと流れる。ミキサーにおける混合状態はエンジンの燃焼効率や燃焼振動などに大きな影響を及ぼすことが確認されている。エンジンのミキサー改良と並行してミキサー上流のバルブから燃焼室マニフォールドまでの CFD 解析を実施した(図12)。バルブによって流れが偏向された後、二枚のオリフィスによって圧損が調整され、低温の水素がミキサーに流入するが、結果的にはこれらオリフィスも改良された。解析では超臨界状態の水素も考慮した物性モデルの構築に時間を要したが、これは燃焼系シミュレータと共通の課題であり、今後も検討

が必要である。

4. 5 LE-7A エンジンノズル横力 CFD 解析

LE-7A エンジンの始動停止過渡時においてノズルに発生した過大な横力は、エンジンのコンフィギュレーションに大きく影響を及ぼし、結果的には若干性能は低下するものの下部ノズルを装着しないエンジンを使用することとなった。この不具合は、設計上の要求から設けられたノズル下流の板金部を水素でフィルム冷却するため、円周に渡ってノズル内壁に存在した段差に起因しているが、これがノズル内部流れの剥離位置に非対称性を持たせ、流れが壁に及ぼす応力のアンバランスを生んだ。これは主に実機試験から明らかにされ、当グループの実施した三次元の CFD でも発生メカニズムの検証がなされた。これ以外にも剥離流れの再付着に起因する横力が発生しており、これはサブスケール試験で明らかにされ、その後当グループの CFD による検証 (図 13) がなされた^[3]。

4. 6 LE-7A エンジンノズルへのプルーム加熱 CFD 解析

H-IIA ロケットは固体ロケットブースタの SRB-A と SSB を自在に組み合わせることによって様々な重量を持つペイロードに対して最適の推力を発生している。ブースタから発生するプルームが LE-7A エンジンノズルへ与える熱負荷を把握するため、CFD 解析を実施した (図 14)。

5. 結言

ロケットエンジンシミュレータの最終目標は JAXA 主力ロケットエンジンの開発に資することであり、目標達成のため、社内開発コードのほか汎用ソフトや大学開発コードの積極的な導入を進めている。このとき重要となるのは目的に適したレベルのモデルやスキームを選択することであり、これは常に開発プロジェクトと接することによって判断できるものと考えている。ロケットエンジンは極低温の推進薬を高温、高圧で燃焼する複雑な物理現象を伴うものである。これを的確に再現するモデルやスキームの開発には地道な基礎研究が欠かせないと認識しており、JAXA 内外の協力によって最終目標に到達したいと考えている。

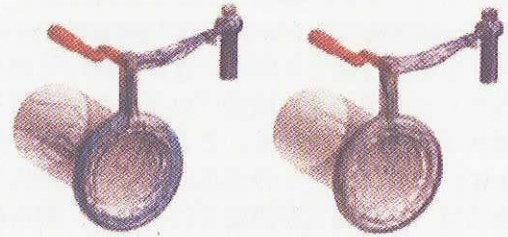


図 12. LE-5B ミキサー混合流の CFD 解析
(従来型(左)と改良型ミキサー(右)における流線)

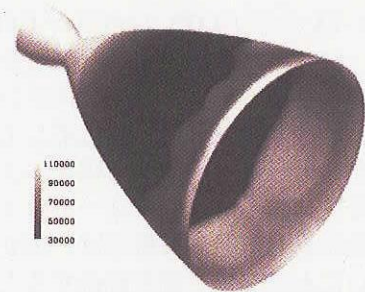


図 13. LE-7A エンジンノズル横力 CFD 解析
(圧力比 52 におけるノズル壁面圧力[Pa])

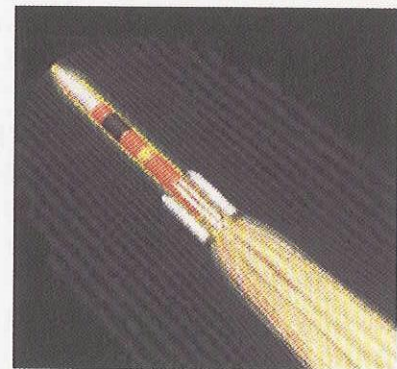


図 14. LE-7A エンジンノズルへのプルーム加熱
CFD 解析 (図は H-IIA2024 形態)

謝辞

本論文中の解析の一部は、海洋研究開発機構の支援により地球シミュレータを利用し、計算したものである。また、JAXA の NS システムを利用し、計算したものも掲載してある。

参考文献

- [1] 姫野武洋ほか 1 名, 機論(B), 69 巻, 687 号, 2003
- [2] 西村香純ほか 4 名, 日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集, 1515, 2005
- [3] Shimizu, T., et al., AIAA Journal, to be published.

CFD によるスクラムジェット飛行実験の事前解析

小寺 正敏, 須浪 徹治, 伊藤 勝宏
宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部

Pre-Flight Analysis of Scramjet Flight Experiment by CFD

by
Masatoshi Kodera, Tetsuji Sunami and Katsuhiro Itoh

ABSTRACT

In this study, CFD has been applied to the prediction of the characteristics of two scramjet engines that will be tested at Mach 8 in JAXA's flight program for 2005. The engines each has the Hyper Mixer (HM) injector, which generates streamwise vortices to enhance supersonic mixing and combustion, or the Back Step injector (BS), which generates no streamwise vortices. CFD results showed good agreements with data obtained from preflight experiments in the High Enthalpy Shock Tunnel. Comparisons between the CFD results for the two engines showed that the mixing ability of the engine with HM (HM engine) was much better than that of the engine with BS (BS engine), because streamwise vortices promoted the spread of H_2 distribution over the combustor flow path for HM engine, though the H_2 distribution concentrated near the combustor bottom wall for BS engine. Therefore combustion occurred widely in the supersonic core flow for HM engine, while ignition occurred near the injector within the bottom wall boundary layer and combustion occurred locally along the edge of the H_2 distribution for BS engine. The total pressure and heat losses were larger for HM engine than those for BS engine despite the larger amount of heat release. Thus the Thrust Potential (T_p) was superior for HM engine to that for BS engine, though T_p for HM engine decreased and approached to that for BS engine as going downstream of the combustor due to the losses dominating over the increment of heat release. This tendency was more remarkable when the nozzle with a fixed expansion ratio was applied to the engines. The changes of the free stream and wall temperatures proved to be sensitive for only the ignition point for HM engine. The change of the fuel equivalence ratio largely affected the ignition point and the heat release distribution for HM engine, while only the heat release distribution in the downstream of combustor for BS engine.

1. はじめに

宇宙航空研究開発機構 (JAXA) では宇宙輸送用エンジンとして、マッハ6以上の高速域で使用可能な空気取り込み式エンジンであるスクラムジェットの研究を行っている。このエンジンはロケットが主流となる以前よりアメリカを中心に基礎研究が行われてきたが、今日まで実用に至っていない。しかしながら研究は着実に前進しており、それは最近の、豪州 Queensland 大学 (UQ) による HyShot⁽¹⁾ や NASA による X-43A⁽²⁾⁽³⁾ 等のスクラムジェットに関する飛行実験の成功に表れている。

一方、JAXA ではこれまで高温衝撃風洞 (HIEST) 等の地上実験設備や CFD を用いてエンジンの研究を行い、実績をあげてきた⁽⁴⁾。そこで研究をさらに発展させるため UQ の協力の下に HyShot を用いた飛行実験を今年予定している⁽⁵⁾。本実験ではスクラムジェットの鍵となる超音速混合促進技術に関して、JAXA が独自に開発した縦渦を用いた平行燃料噴射器⁽⁶⁾ (the Hyper Mixer injector; HM) の飛行実証を主な目的としている。さらに地上実験及び CFD の検証も重要な目的として挙げている。地上実験、CFD 及び飛行実験はそれぞれ欠点を有しており、信頼性の高いエンジンの性能及び特性評価を行うには相互に検証、補完が必要である。

飛行実験では異なる燃料噴射器を取り付けた二種類のエンジンが試験される。その噴射器の一つは HM でもう一つは比較用の形状の単純な平行燃料噴射器 (the Back Step injector; BS) である。これらエンジンの作動を確認するため、飛行実験前に HIEST を用いて想定飛行条件下で実験を行った⁽⁶⁾。しかしながら、実験では主にエンジン内壁面の圧力分布しか測定できないため、エンジン内の流れの様子や作動特性を詳細に把握することは困難である。そこで本研究では、飛行実験用エンジンの作動特性を CFD により調べる。そこでまず、想定飛行実験条件下で CFD と HIEST 結果の比較を行った後、二種類のエンジンの CFD 結果を比較しながら作動特性を調べる。

飛行実験では、エンジンを実験環境に運ぶロケットが歳差運動を行うため、エンジンに流入する気流は複雑になってくる。その結果想定される飛行条件とは異なる可能性が

ある。一方で地上実験もその困難さより気流条件の検証が不十分である。またエンジン内壁面温度も地上実験と飛行実験で異なることが予想される。したがってこのような両実験条件の違いがエンジン特性にどの程度影響を及ぼすかを事前に知っておくことが、飛行実験データ取得後、両者を比較する上で必要である。そこで、両者で異なる可能性のあるいくつかのパラメーターについて、その変化の影響を CFD で調べた結果を示す。今回は燃焼器入口主流温度、エンジン内壁面温度、燃料当量比について調べた。

Table 1: Numerical conditions

	Inlet entrance	Combustor entrance
Total enthalpy (MJ/kg)	3	
Total pressure (MPa)	14.2	
Mach number	7.65	
Velocity (m/s)	2345.	2.7
Dynamic pressure (kPa)	51.6	1873.
Static pressure (kPa)	1.245	70.
Static temperature (K)	232.	1250.
Density (kg/m ³)	0.0187	0.204

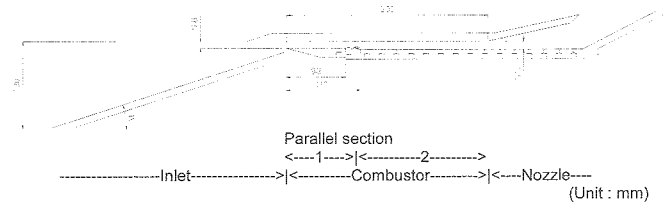


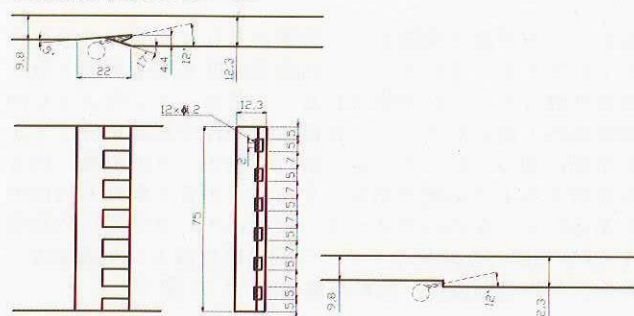
Fig.1: Side view of a scramjet engine with Hyper Mixer Injector for the flight experiment (Whole flow path is two-dimensional.)

2. エンジン

図1に飛行実験で用いられる HM 付きエンジン (HM engine) の側面から見た流路形状を示す。BS 付きエンジン (BS engine) は、燃料噴射器付近以外 HM engine と同じ形状である。図左よりエンジンはインレット、燃焼器、ノズルから構成されている。燃焼現象を理解しやすいため基本流路は二次元形状となっている。インレットはランプ角 18°、幅 196mm で気流の側方への漏れ防止のためランプ壁両側に側壁フェンスを設けている。燃焼器は一定断面

積を有し長さ 300mm、幅 75mm であるが、高さの違いにより二領域に分かれる。上流側 (Parallel section 1) は入口より 88mm (BS engine では 110mm) まで高さ 9.8mm、110mm より下流 (Parallel section 2) では下壁面が一段下がつて高さ 12.3mm となっており、その段差間に燃料噴射器が取り付けられる。燃焼器になるべく様な気流を流入させるため、インレット前縁からの衝撃波はカウル (燃焼器上壁面) 前縁より上流を通過させ、さらにインレット/燃焼器下壁面間に設けられた隙間によってインレット下壁面境界層及びカウル前縁からの衝撃波を除去している。ノズルでは急膨張により反応を凍結してエンジン推力を抑制し、ロケットの飛行安定性への影響を極力小さくしている。

図 2(a)に HM の三面図を示す。流れは図の左から右方向である。HM 前半部は 5° の二次元圧縮ランプで、後半部は圧縮ランプの延長部 (幅 5mm) と 17.5° の下向膨張ランプ (幅 7mm) がスパン方向に交互に並ぶ形状である。圧縮ランプの背面は 23° の上向ランプと下向膨張ランプで囲まれた楔型の空間となっている。これにより交互逆回転の縦渦を 12 本導入する。6 つの圧縮ランプ後縁にそれぞれ直径 1.2mm で噴射方向が主流に対して 12° の燃料噴射オリフィスを 2 つずつ設けている。図 2(b)に縦渦無導入の BS の形状を示す。これは、流路の段差背面に HM と同じ直径、数、スパン方向位置、噴射方向の燃料噴射オリフィスを設けた単純な形状をしている。



(a) Hyper Mixer Injector (b) Back Step Injector
Fig. 2: Injector configurations (Unit : mm)

3. 解法

本研究では JAXA が開発し、スクラムジェットエンジンの燃焼計算に実績のある、非構造格子三次元反応流計算コード⁽⁷⁾を用いる。化学反応モデルには 9 化学種 17 反応モデル⁽⁸⁾を、また全域乱流とし乱流モデルには $k-\omega$ SST 二方程式モデル⁽⁹⁾を採用した。

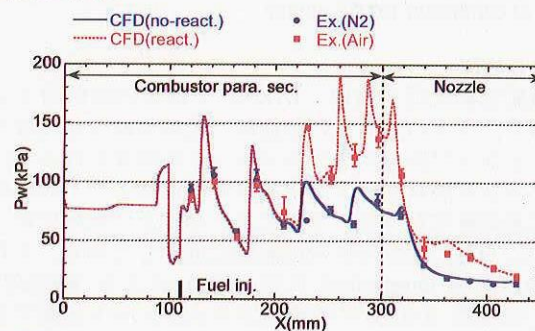
計算条件を表 1 に示す。これは飛行実験条件を想定した Hiest 実験条件である。計算は最初にインレット部分について二次元計算を行う。迎角 $\alpha=0^\circ$ の場合のインレット出口 (=燃焼器入口) 主流条件についても表 1 に示す。この条件を基に燃焼器入口より下流領域について三次元計算を行う。この場合スパン方向領域は HM engine の場合に縦渦 1 つ入るだけの、圧縮ランプ中心線と膨張ランプ中心線の間の領域 (幅 6mm) のみとし、両端は周期境界条件を与えた。BS engine の場合も同様である。燃料は H_2 で、当量比 Φ は飛行実験条件と同様に 0.3 とした。壁面温度は 300K に固定した。三次元計算の場合、格子は壁面近傍にプリズム格子を配し、壁面垂直方向の最小格子幅は $1\mu m$ にした。一方壁面より遠方ではなるべく同じ大きさの四面体格子を配し、三方向の格子間隔はそれぞれ約 0.4mm とした。座標軸は主流方向を x 軸とし、原点は燃焼器入口に置いた。

4. 結果および考察

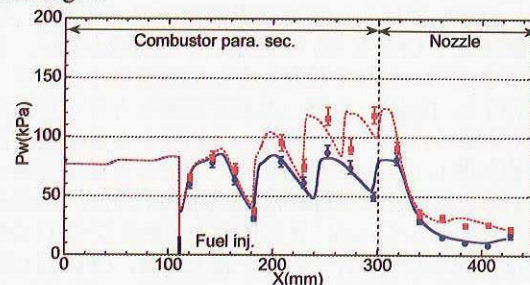
4. 1 Hiest 実験結果と CFD 結果の比較

図 3 に H_2 噴射時の燃焼器及びノズル下壁面中心線上 (HM engine の場合、膨張ランプ中心線に沿う) の圧力分布を、燃料噴射して反応有りとし無しの場合について CFD 結果と実験値を比較したものを両エンジンについて示す。ここで実験値については試験時間内の変動幅をエラーバーとして示している。また反応無しのデータについては、試験気流を空気で窒素に変えることにより得ている。図よりいずれの結果についても CFD と実験値は良く一致している。したがって本計算手法および格子解像度が妥当であることが証明された。

次に、CFD の反応有りとし無しの結果を比較してみると、HM engine では $x=200mm$ 付近より差が生じており、この付近より着火したと考えられる。一方 BS engine では差が生じる場所が HM engine よりも上流側に位置し着火が早いことがわかる。燃焼による圧力増分の大きさについては、HM engine の方が BS engine よりも大きく、HM の有効性が確認できる。また CFD 結果より、両エンジンともに圧力分布は、下流に行くにしたがって増減を繰り返していることが確認できる。これは噴射器より発生する衝撃波および膨張波が燃焼器上下壁面に交互に反射することによる。この特徴は実験では測定点が少なく確認できない。したがって飛行実験ではこの特徴を捉えるために測定点を大幅に増やす必要がある。



(a) HM engine



(b) BS engine

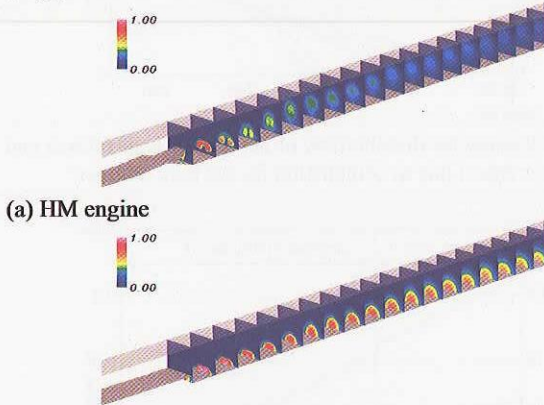
Fig. 3: Comparisons of wall pressure distributions along center-line of combustor and nozzle bottom walls between CFD and Hiest data for non-reacting and reacting cases

4. 2 HM/BS engine の流れ場の比較

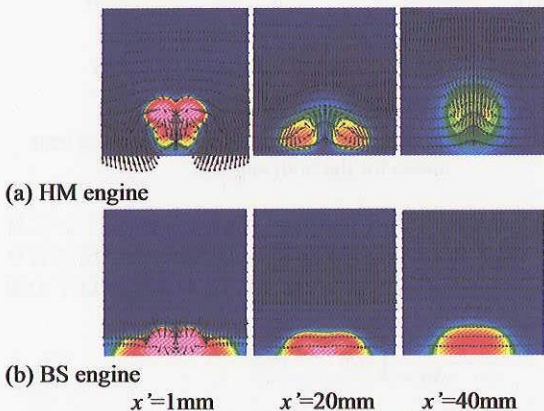
次に CFD 結果より両エンジンの特性を比較してみる。図 4 に反応無しの場合について、各流路断面上の H_2 モル分率分布を示す。流れの方向は左下から右上の方向である。HM engine について見てみると、 H_2 燃料は燃料噴射器 (図左端) 近傍では下壁面に偏って分布しているが、下流に行くにつれて上壁面方向に広がり、さらに流路全体に拡散している様子が見られる。一方で BS engine では、燃焼器全体を通して下壁面に偏った H_2 分布となっており、縦渦を用いないことにより明らかに混合が悪いように見える。

さらに詳しく混合の様子を比較するために、噴射器近くの流路断面 (噴射器からの下流方向距離 x' が 1, 20, 40mm の断面) 上の速度ベクトル図と反応無しの H_2 モル分率の分

布を重ね合わせたものを図5に示す。HM engine の場合、 $x'=1\text{mm}$ の断面について見てみると、断面中央の H_2 濃度の高い領域（圧縮ランプ後縁）から下壁面（膨張ランプ）方向に強い対流が生じているのがわかる。この流れによって縦渦が迅速に形成される。 $x'=20\text{mm}$ の断面に見られるように、 H_2 の分布は噴射器背後の強い膨張波の影響で一旦下壁面側に偏って分布する。また H_2 は2つの縦渦内に分かれて分布している。しかし $x'=40\text{mm}$ 断面では、互いに逆回転の縦渦対の巻き上がりによって H_2 が上壁面側に広がっている。これにより下壁面近傍に空気が入り込みより混合が促進される。また H_2 分布は縦渦対の合体により一つにまとまっている。



(a) HM engine
(b) BS engine
Fig. 4: Contours of H_2 mole fraction for non-reacting case

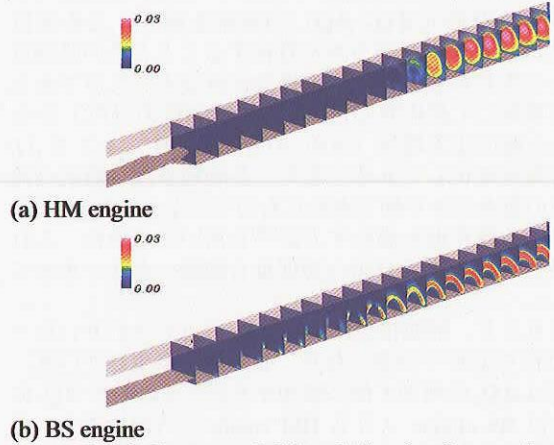


(a) HM engine
(b) BS engine
 $x'=1\text{mm}$ $x'=20\text{mm}$ $x'=40\text{mm}$
Fig. 5: Velocity vectors with contours of H_2 mole fraction near injector (x' ; Downstream distance from injector)

一方で BS engine では、 $x'=1\text{mm}$ の断面について、 H_2 は HM engine よりも幅方向に広がっている。これはステップ背後の再循環域に H_2 が取り込まれたからである。しかし下壁面付近は噴射位置と同程度の高さまで H_2 で覆われている。断面中央の燃料噴射位置よりスパン方向に離れると、 H_2 の層が薄くなり空気が下壁面近傍に流入している。この様子は下流の $x'=20, 40\text{mm}$ 断面でも見られる。

図6に燃焼時における、各流路断面上の OH モル分率分布を示す。HM engine の場合、燃料噴射器よりある程度下流の主流中で OH の分布が見られ、主流中で燃焼しているのがわかる。燃焼領域の上流側では H_2 噴流の外縁に沿って環状に OH が分布しているが、すぐ下流では H_2 噴流の内外で OH が分布し、流路断面全体に広く燃焼している様子が見られる。一方で BS engine の場合、 OH は燃料噴射器を有するステップ背後の下壁面境界層内の H_2 層両端で見られる。この領域は H_2 /空気間の混合層とステップ背後の再循環域の組み合わせにより主流中よりも混合が促進され、かつ再圧縮衝撃波の形成により着火遅れが小さくなる。その

結果、HM engine よりもかなり上流側で着火できたと考えられる。これより下流では、 H_2 層の外縁に沿って断面中央方向に OH 分布が拡大し、主流中でも燃焼が生じている。これはステップ背後からの再圧縮衝撃波が上壁面で反射してこの付近に入射したためである。この状態は下流まで続き、HM engine と比較して燃焼領域は局所的である。



(a) HM engine
(b) BS engine
Fig. 6: Contours of OH mole fraction for reacting case

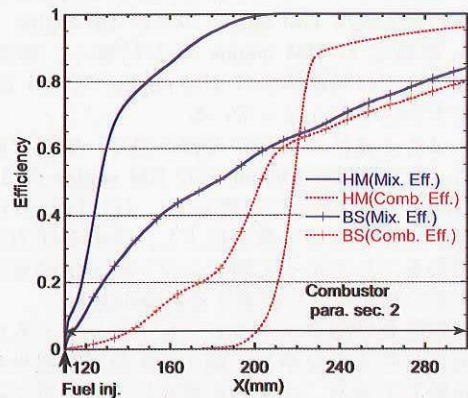


Fig. 7: Streamwise distributions of mixing and combustion efficiencies for the both engines

4. 3 HM/BS engine の性能の比較

次に性能の比較を容易にするため CFD の 3 次元データを 1 次元化処理し、各性能値の主流方向分布を求める。図7に両エンジンに対する混合効率 (η_m) および燃焼効率 (η_c) の分布を示す。これら効率の定義は以下の通り。

$$\eta_m = \frac{\int_A \left(\frac{\rho_{H_2}}{\rho_{H_2} + \rho_{air}} \right) \cdot dA}{\int_A \frac{\rho_{H_2}}{\rho_{H_2} + \rho_{air}} \cdot u \cdot dA}, \quad \eta_c = 1 - \frac{\int_A \rho_{H_2} \cdot u \cdot dA}{\int_A \rho_{H_2} \cdot u \cdot dA}, \quad \phi' = \begin{cases} \phi & (\phi \geq 1) \\ 1 & (\phi < 1) \end{cases} \quad (1)$$

ここで ρ は密度、 u は主流方向速度、 A は各位置での流路断面面積、 ϕ は局所当量比である。また添え字 H_2 は消費されたものも含めた H_2 である。

η_m について両エンジンを比較してみると、当初の期待通り図5、6における流れ場の観察結果と同様に HM engine の方が BS engine よりも格段に良く、 $x < 200\text{mm}$ では約2倍高い。またその下流では100%となっている。BS engine の場合、 η_m は下流方向に HM engine と比較して緩やかに増加し、燃焼器出口 ($x=300\text{mm}$) でも100%とはならない。

一方で η_c について、先に述べたように燃焼は BS engine の方が HM engine よりも上流の燃料噴射位置 ($x=110\text{mm}$) より生じている。その下流において BS engine では η_c が最初徐々に増加し、ある位置になると大幅に増加する。これは図6で示した OH のスパン方向へ広がる位置に対応している。さらに下流で η_c は η_m に平行して増加しており、こ

の領域では混合律速になっている。HM engine では η_m に依存せず燃焼が $x=200\text{mm}$ 付近より開始する。この時 η_c が BS engine と比べて急激に増加し、下流で 100% に漸近する。このような傾向は予混合を仮定して一次元非平衡反応計算を行った時の解と良く似ている。このことから HM engine の場合、 η_m が非常に良く反応律速であることがわかる。

図 8 に η_c から求めた発熱量 (ΔQ_c)、正味の発熱量 (ΔQ) 及び両者の差 ($\Delta Q_c - \Delta Q$) の分布を示す。この差は H_2O が生成されずにラジカルが存在することとその吸熱反応によって生じたもので、解離損失とみなすことができる。また燃料噴射して反応無しを仮定した時の圧力 (P_{nr}) からの燃焼した時の圧力増分 (ΔP) の分布も示す。ここで ΔP は P_{nr} で無次元化してある。また、各物理量は一般的な流路断面内の重み付き平均で求めたものではなく、Riggins らが示している保存則を満たす方法⁽¹⁰⁾を用いて求めた。これ以降に示される一次元分布の物理量も同様の方法で求めている。

本図を見ると、解離損失により ΔQ_c の立ち上がりに比べて ΔQ の立ち上がりが遅くなり、発熱遅れが生じている。解離損失は ΔQ_c の増加と共に増加するが、その時の ΔQ_c に対する比は BS engine よりも HM engine の方が大きく、その分発熱遅れも大きい。そして ΔQ_c の増加が緩やかになった地点で最大となり、その下流では減少し再結合が進む。解離損失の最大値は HM engine の方が BS engine よりも大きい。再結合も HM engine の方が速く、燃焼器出口 ($x=300\text{mm}$) では解離損失は HM engine の方が BS engine よりもわずかに小さくなっている。

一方、 ΔP と ΔQ の傾向が非常に良く一致していることがわかる。ただし、 $x=300\text{mm}$ での HM engine の ΔP が BS engine の約 1.7 倍であるのに対して、 ΔQ は約 1.3 倍となる。これは発熱によりマッハ数が低下し、その分圧力が増加するからである。したがって両エンジンの ΔQ の差は ΔP の差ほど大きくないことに留意する必要がある。

図 9 に総圧及び総エンタルピーをインレット入口での値で無次元化したものを示し、総圧損失及び熱損失を両エンジンで比較してみる。まず総圧損失について見てみると、HM engine の場合、燃料噴射位置 ($x=110\text{mm}$) より上流で総圧損失が増加するが、これは HM の圧縮ランプからの斜め衝撃波によるものであり、その下流で主に縦渦形成によりさらに増加している。一方で BS engine の場合は、 $x=110\text{mm}$ で総圧損失が増加しているが、これは主にステップ背後の剥離渦によるものと考えられる。結果 $x=110\text{mm}$ において、総圧損失は HM engine の方が BS engine よりも約 1.1% 大きい。 $x=110\text{mm}$ より下流に行くと、HM engine よりも BS engine の総圧損失が増加するが、これは発熱によるものであり、仮に発熱がなければ両者の総圧損失の差は $x=110\text{mm}$ での差をほぼ保つ。HM engine も発熱が開始する $x=220\text{mm}$ 付近において総圧損失が増加し、結局燃焼器出口 ($x=300\text{mm}$) では HM engine の方が BS engine よりも $x=110\text{mm}$ 地点と同程度 (約 1.0%) 総圧損失が大きい。

次に熱損失について両エンジンを比較してみる。 $x=110\text{mm}$ において両者とも熱損失が増加しているが、これは総温の低い燃料を噴射したためである。その下流では HM engine の方が BS engine よりも熱損失が大きくなり、その差は $x=300\text{mm}$ で約 1.4% である。これは燃料噴射しない場合でも生じており、その差は $x=300\text{mm}$ で約 1.9% であった。この原因として HM engine の場合、図 5 で見られるように縦渦により主流中の熱が燃焼器下壁面の境界層内へ輸送されることが考えられる。燃料噴射すると、BS engine の場合図 4 に示されるように冷たい H_2 が燃焼器下壁面上を覆うため、HM engine よりも熱損失が小さくなる。一方で燃

焼すると、BS engine の場合燃焼器下壁面境界層付近でそれが生じるため、主流中で燃焼する HM engine よりも熱損失が大きくなり、先の効果が消される。

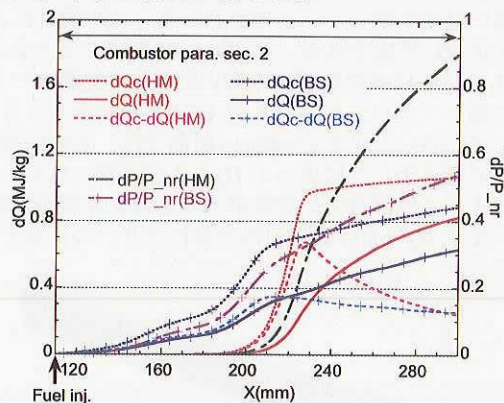


Fig. 8: Streamwise distributions of amount of heat release and pressure increment due to combustion for the both engines

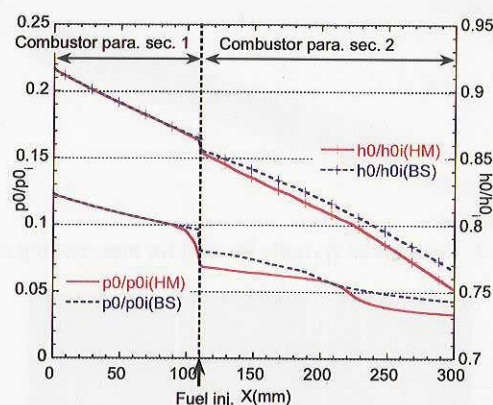


Fig. 9: Streamwise distributions of total pressure and heat losses for the both engines

図 10 に Stream Thrust Function (Sa) を両エンジンに対して、燃料噴射無し、燃料噴射して反応無し及び反応有りの各条件について求めたものを示す。 Sa の定義は以下の通りである。

$$Sa = \frac{\int_{-A}^A (\rho u^2 + P) dA}{\dot{m}_{air}} \quad (2)$$

ここで右辺分子は Impulse Function (I) であり、分母は燃焼器に流入する空気流量である。したがってその減少より燃焼器内での運動量損失 (= 抗力) を見積もることができる。

まず燃料噴射無しの条件について両エンジンを比較すると、燃料噴射位置 ($x=110\text{mm}$) より上流において HM engine の方が BS engine よりも Sa が小さくなっている。これは HM の圧縮ランプ面にかかる圧力抗力によるものである。その下流で HM engine の Sa がわずかに上昇しているが、これは HM の膨張ランプ面に働く推力を示している。一方で BS engine も $x=110\text{mm}$ でステップベース面に働く推力により Sa が上昇している。結果として $x=110\text{mm}$ で HM engine の方が BS engine よりも Sa の減少が 32m/s だけ大きい。 $x=110\text{mm}$ より下流でも、HM engine の方が BS engine よりも Sa の減少が大きく、摩擦抗力が多いことを示している。これは熱損失の場合と同様に縦渦により主流の運動量が燃焼器下壁面の境界層内に輸送されたためと考えられる。よって燃焼器出口 ($x=300\text{mm}$) では HM engine の方が BS engine よりも Sa の減少が 61m/s だけ大きくなっている。

次に燃料噴射して反応しない場合、燃料噴射しない場合に比べて、 $x=110\text{mm}$ において両エンジンともに S_a が増加しているが、これは燃料噴射による運動量増分である。

反応有りの場合、HM engine について S_a は反応無しの場合とほぼ同じである。一方で BS engine については $x=110\text{mm}$ の下流で反応無しの場合よりも S_a の減少がわずかなのであるが、摩擦抗力が減少している。BS engine の燃焼器下壁面は、粘性係数の低い H_2 が覆われているが、それが消費されることにより摩擦抗力が増加すると考えられる。一方で燃焼後に、温度が 300K の場合 H_2 と同程度に低い粘性係数を持つ H_2O が覆われるためその効果は相殺される。また、BS engine は HM engine に比較して境界層内の運動量が小さく、逆圧力勾配に対して剥離し易くなっている。したがって燃焼による圧力上昇により、剥離域あるいは境界層内の運動量の小さい領域が拡大し、摩擦抗力が減少したと考えられる。

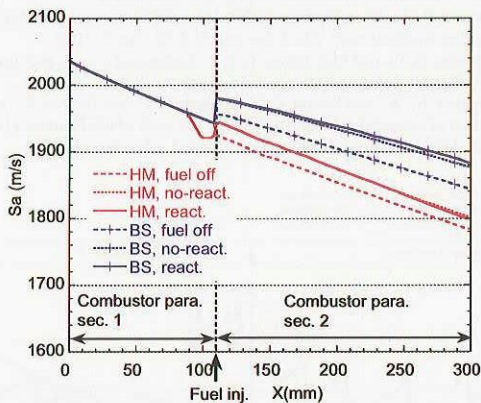


Fig. 10: Streamwise distributions of Stream Thrust Function (S_a) for the both engines

図 11 に Riggins ら⁽¹⁾が提唱した Thrust Potential (T_p) を両エンジンについて示す。 T_p の定義は以下の通りである。

$$T_p = \frac{\int (\rho u^2 + P) dA - \int (\rho u^2 + P) dA}{\dot{m}_{air}} \quad (3)$$

ここで右辺分子第一式は燃焼器の主流方向各地点で理想ノズルを取り付けた時の I で、第二式は燃焼器入口 ($x=0\text{mm}$) での I である。理想ノズルは熱サイクルを閉じるためインレット入口静圧 (1.245kPa) まで膨張させる。その際断熱、等エントロピー、完全反応 (解離無し) を仮定し各損失を省く。ただし未消費の H_2 はさらに混合しないものとみなす。よって燃焼器の各地点で得られる最大の空気流量比推力 (インレット抗力は含まれない) を表している。なお、燃空比 f が 0.0093 であるので T_p を $9.8f$ で割ると一般的な比推力 (単位 s) となる。また、より現実的にノズル出口面積をインレット入口面積と同じにした場合 (T_{pi}) と、それに反応凍結を仮定した場合 (T_{pif})、さらに $\Delta T_p = T_p - T_{pi}$ についても示す。

T_p は燃焼器入口 ($x=0\text{mm}$) より正の値を持つが、下流に行くにつれて、熱損失、総圧損失により減少する。燃料噴射位置 ($x=110\text{mm}$) より上流において、わずかなのであるが HM engine の方が BS engine よりも T_p が小さくなっている。これは減少の傾向が類似していることから、総圧損失の影響であると考えられる。一方で運動量損失の影響は小さい。これは、圧力増加による推力増加の効果によって相殺されるためと考えられる。 $x=110\text{mm}$ において運動量増加による T_p の増加が見られないが、これも圧力低下による推力減少の効果によって相殺されたと思われる。 $x=110\text{mm}$ より下流では、両エンジンともに T_p は発熱の効果が損失を上回り増加する。ここで発熱は T_p の定義より η_c の分布に沿

って増加する。しかし発熱の増加が緩やかになると、損失の影響が大きくなり T_p は減少に転じる。HM engine の場合 BS engine よりも発熱量が多い分 T_p の最大値は大きい。しかし T_p が減少した後は発熱の増加が小さくまた損失も大きいため T_p は大きく減少し BS engine の値に近づく。したがってその前に燃焼器長さを打ち切れれば現在の燃焼器長さよりも推力性能が良くなることが期待される。一方で BS engine の場合、 $x>200\text{mm}$ では発熱による増加と損失による減少の効果が同程度で、 T_p はほぼ一定になっている。

次に T_{pi} について、 $x<110\text{mm}$ において HM engine の場合に見られる総圧損失の増大による減少が T_p よりも顕著になっている。また、両エンジンともに下流での T_{pi} の減少が T_p よりも大きくなっている。さらに ΔT_p について見てみると、総圧損失の傾向と類似している。このことからノズル開口比が一定の場合、総圧損失の影響が増大することがわかる。これはノズル出口静圧が総圧に依存するためであり、開口比が小さいほどその効果が顕著になる。結果、 $x=300\text{mm}$ では両エンジンは同程度の値となっている。最後に T_{pif} について見てみると、解離損失による発熱の減少により T_{pi} と比べて値が大幅に減少しており、解離を抑えることが性能改善に重要であることがわかる。ノズルにおいて損失は考えず、再結合が進むことを期待すれば、 T_{pi} と T_{pif} の間に両エンジンの推力の最大値があると思われる。そして両者の優劣は再結合の程度によって左右される。

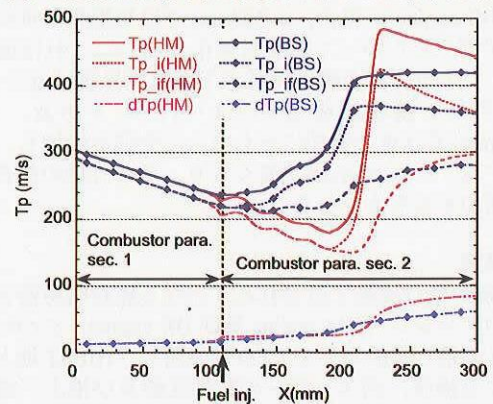


Fig. 11: Streamwise distributions of Thrust Potential (T_p) for the both engines

4. 4 実験条件の変化がエンジン特性に与える影響

最後に地上実験と飛行実験とで異なる可能性のある各パラメータについて変化を与えた場合のエンジン特性、特に燃焼特性に与える影響について調べる。

まず、燃焼器入口の主流温度について 1250K より $\pm 50\text{K}$ だけ変化させた時の影響について見てみる。ここで密度、流速は固定する。よって温度変化に伴い圧力も変化する。これはインレット計算より、飛行迎角が変化した場合、燃焼器に流入する気流の温度、圧力の変化が他のパラメータと比較して大きいことが予想されたからである。図 12 に、燃焼器下壁面圧力分布及び次元発熱量分布を両エンジンについて示す。この図より HM engine の場合、壁圧分布波形は燃焼領域 ($x>200\text{mm}$) で温度が低い場合は下流側に、高い場合は上流側に大きく変動していることがわかる。また、発熱の立ち上がり位置が圧力分布と同様に上下流に大きく変動している。一方で発熱量の分布形状自体は大きな変化が見られない。燃焼器出口 ($x=300\text{mm}$) での発熱量は温度が低いほど低下するが、その下流で三条件とも同程度になる。したがって HM engine の場合に、燃焼器入口主流温度の変化は、着火位置のみに大きく影響を与えることがわかった。これは主流中で着火することに起因している。一方で BS engine の場合は、HM engine に比べれば主流温度

の変化の影響はほとんどない。着火位置についても、境界層内で着火するため主流温度変化の影響を受けず、燃料噴射位置に固定されている。

次に壁温の変化の影響について見てみる。これは Hiest では試験時間が 5msec と短く壁温は 300K で一定と見なせるが、飛行実験の場合は試験時間が 5sec と長く壁温が燃焼により上昇することが予想されるからである。図 13 に壁温が 300K と 600K の時の壁圧及び一次元発熱量分布を比較したものを両エンジンに対して示す。この図より壁温変化の影響は主流温度変化の影響と類似していることがわかる。すなわち壁温が上昇すると、HM engine の着火位置のみが上流に移動する。これは HM engine の場合、縦渦により温度の上昇した境界層内の気流が主流中に運ばれ、主流温度が上昇するためである。

最後に燃料当量比の変化の影響について見てみる。飛行実験では、飛行迎角及び高度によりエンジン内に流入する空気流量は変化するが、 $\Phi=0.3$ で一定になるように燃料流量が制御される。しかしながらロケットの運動が複雑でありどこまで Φ が一定に保たれるか疑問が残る。そこで、図 14 に $\Phi=0.3$ より ± 0.1 だけ変化させた時の壁圧及び一次元発熱量分布を比較したものを両エンジンに対して示す。HM engine の場合、 Φ が大きいほど発熱量は多く壁圧は増加するが、着火位置は下流に移動する。これは冷たい燃料が増加することにより主流温度が低下するためである。一方で BS engine の場合、 $x < 200\text{mm}$ では発熱量は Φ によって変化せず、したがって壁圧も変化しない。これは図 5、6 で示したように混合燃焼領域が下壁面境界層付近で H_2 層間のわずかな領域に限られているためである。しかし $x > 200\text{mm}$ では Φ の増加にともなって発熱が増加し、壁圧が上昇する。これは H_2 層が厚くなり、その外縁の混合燃焼領域が増加するためである。

5. 結論

HyShot 飛行実験で試される、異なる燃料噴射器を持つ二種類のエンジン (HM engine 及び BS engine) について、マッハ 8 の飛行実験条件で CFD を適用し、HIEST 地上実験結果による検証、両エンジンの特性比較及び地上/飛行実験間で異なる可能性のあるパラメーター変化のエンジン燃焼特性への影響について検討を行った。得られた結果は以下の通りである。

- CFD は HIEST 結果と特に着火位置及び燃焼による圧力増分に関して良く一致する。
- HM engine の混合性能は、縦渦により主流中での燃料混合が促進されるため、 H_2 が燃焼器下壁面に偏っている BS engine よりも格段に良い。これにより HM engine の場合噴射器下流の主流中で広く燃焼するのに対し、BS engine の場合噴射器近傍の下壁面境界層内で着火し、下壁面側の H_2 分布の外縁で局所的に燃焼する。
- 発熱量は HM engine の方が BS engine よりも多いが、総圧損失、熱損失についても HM engine の方が BS engine よりも大きい。よって Thrust Potential は、HM engine の方が BS engine よりも優れているが、HM engine の場合燃焼器下流で発熱増加よりも損失が支配的になるため減少し、BS engine に近づく。ノズル開口比が固定された場合、総圧損失の影響が大きくなるためさらに両者の差は小さくなる。
- 燃焼器入口主流温度及び壁面温度の変化は、HM engine の着火位置に大きく影響を与える。一方燃料当量比の変化は、HM engine の場合着火位置及びその下流での発熱に大きく影響を与え、BS engine の場合着火位置は変化せず、燃焼器下流での発熱に影響を与える。

参考文献

- 1) Paul, A., "The HyShot Flight Program and How it was developed", *AIJA Paper* 2002-5248.
- 2) Ferlemann, S. M., McClinton, C. R., Rock, K. E. and Volland, R. T., "Hyper-X Mach 7 Scramjet Design, Ground Test and Flight Results", *AIJA Paper* 2005-3322.
- 3) Ferlemann, P. G., "Comparison of Hyper-X Mach 10 Scramjet Preflight Predictions and Flight Data", *AIJA Paper* 2005-3352.
- 4) Chinzei, N., "Scramjet Engine Tests at NAL-KPL, Japan", *Proc. of ISABE*, 2003-1171.
- 5) 須浪, 小寺, 伊藤, 丹野, "縦渦導入型スクラムジェットの実験", 日本機械学会熱工学コンファレンス 2004 講演論文集.
- 6) 須浪, 伊藤, 小寺, 佐藤, "縦渦導入型スクラムジェットエンジンの作動特性に関する研究—高温衝撃風洞によるマッハ 8 燃焼実験—", 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 53, No. 621, pp. 467-481, 2005.
- 7) Kodera, M., Sunami, T. and Nakahashi, K., "Numerical Analysis of Scramjet Combusting flows by Unstructured Hybrid Grid Method", *AIJA Paper* 2000-0886.
- 8) Stahl, G. and Warnatz, J., "Numerical Investigation of Time Dependent Properties and Extinction of Structure of Methane and Propane Air Flamelets", *Combustion and Flame* 85, pp. 285-299, 1991.
- 9) Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", *AIJA Journal*, Vol. 32, No. 8, 1994.
- 10) Riggins, D. W. and McClinton, C. R., "Analysis of Losses in Supersonic Mixing and Reacting Flows", *AIJA Paper* 91-2266.
- 11) Riggins, D. W., McClinton, C. R., Rogers, R. C. and Bittner, R. D., "Investigation of Scramjet Injection Strategies for High Mach Number Flows", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 1, No. 3, May-June 1995.

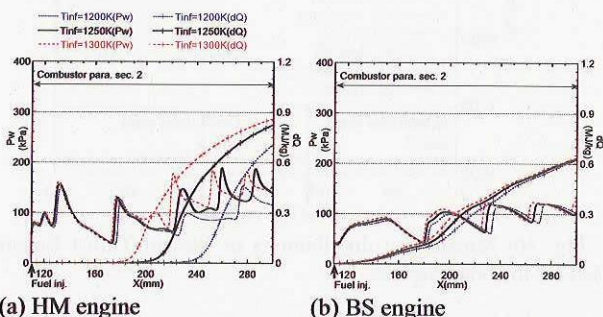


Fig. 12: Effects of changing of free stream temperature at combustor entrance on pressure and heat release distributions

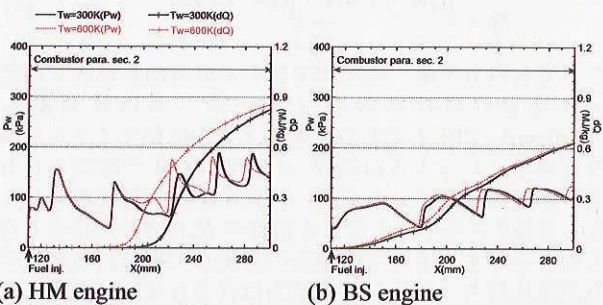


Fig. 13: Effects of changing of wall temperature on pressure and heat release distributions

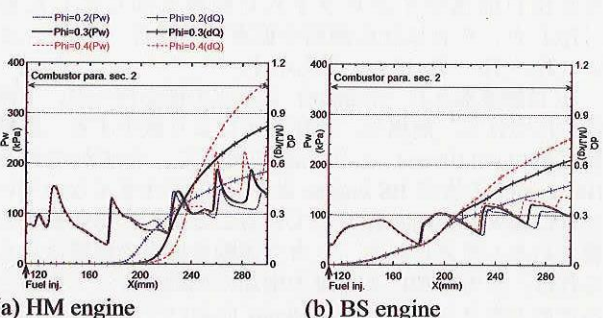


Fig. 14: Effects of changing of fuel equivalence ratio on pressure and heat release distributions

宇宙航空研究開発機構特別資料 JAXA-SP-05-017

発行日 2006年2月28日
編集・発行 宇宙航空研究開発機構
〒182-8522 東京都調布市深大寺東町7-44-1
URL: <http://www.jaxa.jp/>
印刷・製本 ケーティエス情報(株)

本書及び内容についてのお問い合わせは、下記にお願いいたします。

宇宙航空研究開発機構 情報システム部 研究開発情報センター

〒305-8505 茨城県つくば市千現2-1-1

TEL: 029-868-2079 FAX: 029-868-2956

©2006 宇宙航空研究開発機構

※本書の一部または全部を無断複写・転載・電子媒体等に加工することを禁じます。



この用紙は地球環境・森林資源のため再生紙を使用しています。

