

# ロケットエンジン同軸型噴射器まわりの燃焼シミュレーション

松山新吾, 新城淳史, 濑川泰寛, 小川哲  
宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部

## A Numerical Simulation of Shear Coaxial LOX/GH<sub>2</sub> Jet Flame

by

Shingo Matsuyama, Junji Shinjo, Yasuhiro Mizobuchi, Satoru Ogawa

### ABSTRACT

Numerical simulation of liquid oxygen/gaseous hydrogen rocket engine combustor is conducted to investigate the flame structure under supercritical pressure. A preliminary result by an axisymmetric numerical simulation with detailed chemistry is shown for a single shear coaxial injector element which follows the experiment by Mayer and Tamura. A real gas effect under supercritical pressure is accounted for by van der Waals equation of state. A fine mesh system with minimum mesh spacing of 5μm is employed to resolve a thin reaction layer under high pressure environment. A stable flame, though unsteady, is obtained by the present simulation. Fundamental features of the flame are clarified by a brief and short-term (for 0.8msec) observation of the simulated result. Small eddies, which are generated intermittently at the upper corner of the LOX post tip, interact and coalescence with their neighboring eddies while convecting downstream. A recirculation zone near the LOX post tip drives the GH<sub>2</sub> flow toward the LOX stream, which anchors the flame and results in a stationary combustion. The flame edge attaches to the LOX post tip and non-premixed combustion occurs. The flame thickness is less than 0.1mm. No local extinction is observed during the simulation. The present simulation has succeeded to capture the unsteady flame with very thin reaction layer at supercritical pressure.

### 1. はじめに

H-IIA, Delta IV, Ariane Vなどの打ち上げシステムには、主に液酸／液水ロケットエンジンが採用されている。これらの打ち上げシステムの第一段エンジンである、LE-7A, RS-68, Vulcainエンジンは現在比較的安定して運用されているが、ロケットエンジン燃焼器の内部で生じている燃焼過程に対する理解は未だ不十分である。その要因は、燃焼器内部では、液体酸素の微粒化、蒸発、混合、燃焼といった複雑な過程を伴うためである。そのような複雑な過程を伴う燃焼を理解すべく多くの研究が行われてきたが<sup>(1-9)</sup>、いまだ十分なレベルに達しているとは言いがたい。したがって、実際の燃焼器設計では、試験の積み重ね、試行錯誤の繰り返しによって得られたノウハウに頼るところが大きく、エンジン性能の向上・新規エンジンの開発を行う上で、開発期間を長期化し、開発コストを増大する要因となっている。

一方で、近年の著しい計算機能力の向上によって、詳細な反応機構を用いた燃焼シミュレーションが行われ、火炎の構造を理解する上で重要なツールになってきている<sup>(10,11)</sup>。今後、ロケットエンジン燃焼器の開発においても、数値シミュレーションが重要なツールとなりうると考えられる。しかしながら、ロケットエンジン燃焼器のシミュレーションを実現する上で困難となるのは、第一に、酸素は液体の状態で噴射されるため、基本的には気液二相流としての取り扱いが必要なことである。さらに、燃焼器のサイズが数十cmのスケールであることに対し、高圧力下での燃焼で生じる火炎厚さは1mm以下のスケールになることである。このようなごく薄い火炎を高解像度の計算格子を用いてDNS的にとらえながら、燃焼器全体のシミュレーションを実行することは、現状の計算機性能では完全に不可能である。したがって今のところ、ロケットエンジンの燃焼器シミュレーションは必然的にLESもしくはRANSに火炎モデルを用いたアプローチに頼らざるを得ない。すでに、ロケットエンジン燃焼器をターゲットとしたLESがいくつか行われ始めてはいるが<sup>(1-3,5)</sup>、火炎のモデリングや、実験との比較によるシミュレーション結果の検証など、まだまだ解決すべき問題は多い。

著者らも、ロケットエンジン燃焼器内部の基本的な火炎構造を把握することを目指して、基礎的な燃焼シミュレー-

ションを開始している。本報では、ロケットエンジン燃焼器の基本要素である、同軸型噴射エレメントについて燃焼シミュレーションを行った結果について報告する。最終的には火炎モデルを用いたLESを視野に入れているが、今回の計算では、火炎モデルと乱流モデルは用いずに、高解像度の計算格子を用いて詳細な素反応機構を解くことによって火炎を直接模擬した。

### 2. 解析対象

解析対象は図1に示す同軸型噴射エレメントである。液体酸素(LOX)噴射ノズルの周りに円環状の気体水素(GH<sub>2</sub>)噴射ノズルが配置されており、気相-液相間の相互作用によって燃料と酸化剤の混合・拡散を促進し燃焼させるというのである。このような同軸型噴射エレメントは、多くの液酸／液水ロケットエンジンに採用されており、LE-7Aエンジンでは約300本用いられている。

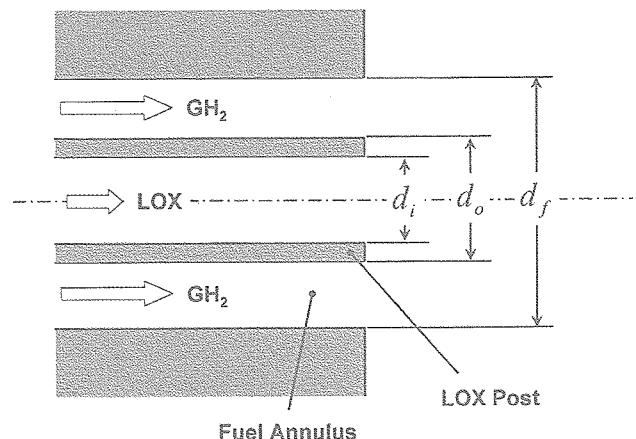


図1 同軸型噴射エレメント

計算条件は、MayerとTamuraによって行われた、超臨界圧力(10MPa)におけるLOX/GH<sub>2</sub>燃焼・可視化試験<sup>(6)</sup>を模擬したものである。この燃焼・可視化試験では、円筒形燃

焼器の端に単一の同軸型噴射エレメントが設置され、観測窓を通して計測が行われた。噴射ノズル・燃焼器の寸法、および、LOX/GH<sub>2</sub>の噴射条件を表1に示す。LOXの噴射温度は酸素の臨界温度(154K)よりも低いが、燃焼器内部の圧力は酸素の臨界圧力(5.04MPa)を大きく超えており、超臨界圧力下にある。このような条件下では、通常の気液二相流とは異なり、気相一液相間で不連続な相変化が生じず、相界面は不明確になる。実際の試験においても、そのような可視化結果が報告されている<sup>(6)</sup>。

表1 噴射ノズル・燃焼器寸法、LOX/GH<sub>2</sub>噴射条件

液体酸素噴射ノズル内径, $d_i$	1 mm
液体酸素噴射ノズル外径, $d_o$	1.6 mm
水素噴射ノズル直径, $d_f$	3.9 mm
液体酸素噴射速度	40 m/sec
液体酸素噴射温度	150 K
水素噴射速度	300 m/sec
水素噴射温度	300 K
燃焼器内圧力	10 MPa
燃焼器直径	40 mm
燃焼器全長	400 mm

### 3. 数値計算手法

#### 3. 1 支配方程式と離散化

支配方程式は軸対称を仮定した Navier-Stokes 方程式である。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} + H = \frac{\partial F_v}{\partial x_j} + H_v + H_c, \quad (1)$$

ここで、

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ E \\ \rho z_s \end{bmatrix},$$

$$F_j = \begin{bmatrix} \rho u_j \\ \rho u_1 u_j + p \delta_{1j} \\ \rho u_2 u_j + p \delta_{2j} \\ (E + p) u_j \\ \rho z_s u_j \end{bmatrix}, \quad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2j} \\ \tau_{jk} u_k - q_j \\ -\rho D_s \frac{\partial z_s}{\partial x_j} \end{bmatrix},$$

$$H = \frac{1}{x_2} \begin{bmatrix} \rho u_2 \\ \rho u_1 u_2 \\ \rho u_2 u_2 \\ (E + p) u_2 \\ \rho z_s u_2 \end{bmatrix}, \quad H_v = \frac{1}{x_2} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2\theta} \\ \tau_{2k} u_k - q_2 \\ -\rho D_s \frac{\partial z_s}{\partial x_2} \end{bmatrix},$$

$$H_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_s \end{bmatrix}.$$

$$E = e + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2), \quad (2)$$

$$e = \sum_s \rho z_s H_s - p, \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{u_2}{x_2} \right), \quad (4)$$

$$\tau_{2\theta} = 2\mu \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{u_2}{x_2} \right), \quad (5)$$

$$q_j = \kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} + \sum_s \rho D_s H_s \frac{\partial z_s}{\partial x_j}. \quad (6)$$

$z_s$ ,  $H_s$ ,  $w_s$  はそれぞれ、化学種  $s$  の、単位質量あたりのモル数、1モルあたりのエンタルピ、および、反応による生成項である。その他の記号は慣用に従う。

化学種として H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, OH, H<sub>2</sub>O, H, O, H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, HO<sub>2</sub> の 8 化学種を考慮し、化学反応モデルには Westbrook による 17 反応モデルを用いた<sup>(12)</sup>。通常、気相一液相間の界面では表面張力が働き、蒸発による不連続な密度変化が生じるため、界面をラグランジュ的に追跡して特別に扱う必要がある。しかし、本計算で対象としている超臨界圧力下では、気相一液相間の相変化には密度の不連続を伴わない。また、表面張力、蒸発潜熱も小さくなることから、LOX と GH<sub>2</sub> を単一相的に考え、オイラー的に取り扱っている。

支配方程式は有限体積的手法により離散化し、対流流束は空間 2 次精度の AUSM-DV スキーム<sup>(13)</sup>により求める。粘性流束は中心差分的手法により求め、化学種の質量保存を保つように修正を施している<sup>(14)</sup>。時間積分には Euler 法による完全陽解法を用いる。今回の計算では、計算格子幅が非常に小さいことによって時間刻みが制限されるため、反応による化学種の生成項に対して特別な取り扱いを行わない。また、今回は、乱流モデルは用いず計算を行っている。乱流の取り扱いに関しては今後の課題であると考えている。

#### 3. 2 状態方程式、熱力学諸量、輸送係数

本計算では、10MPa という高い燃焼器圧力に加え、LOX の噴射温度は 150K と非常に低い温度のため、実在気体効果が無視できなくなる。そこで、状態方程式として以下の van der Waals (vdW) 状態方程式を用いる<sup>(15)</sup>。

$$p = \frac{R_u T}{V - b_m} - \frac{a_m}{V^2}, \quad (7)$$

ここで、 $R_u$  は一般気体定数、 $V$  はモル体積を表す。また、混合気体の van der Waals 係数  $a_m$ ,  $b_m$  は以下のように求められる。

$$a_m = \sum_i \sum_j X_i X_j (a_i a_j)^{1/2}, \quad a_i = \frac{27}{64} \frac{R_u^2 T_{c,i}^2}{P_{c,i}}, \quad (8)$$

$$b_m = \sum_i X_i b_i, \quad b_i = \frac{1}{8} \frac{R_u T_{c,i}}{P_{c,i}}. \quad (9)$$

$X_i, P_{c,i}, T_{c,i}$  はそれぞれ化学種  $i$  のモル分率、臨界圧力、臨界温度である。

音速は vdW 状態方程式に基づいて導出した。また、エンタルピ、モル比熱といった物性値は、departure function を用いて常圧での状態からのずれを評価した<sup>(15)</sup>。輸送係数についても、高圧力による効果を評価する必要があるが<sup>(16)</sup>、今回は通常の Lennard-Jones ポテンシャルに基づいた手法によって求めた<sup>(17)</sup>。

### 3.3 計算格子

図 2 に、噴射ノズル出口近傍の計算格子を示す。計算領域は、LOX/GH<sub>2</sub> 噴射ノズル部と燃焼器部に分かれており、LOX 噴射ノズル内部に  $70 \times 60$  セル、GH<sub>2</sub> 噴射ノズル内部に  $70 \times 120$  セル、燃焼器部について  $910 \times 300$  セルを配置している。今回の計算では、噴射ノズル出口付近に形成される薄い火炎を捉え、基本的な構造を把握する。そのため、LOX 噴射ノズルポスト近傍の領域 ( $0 < x < 3.0\text{mm}$ ,  $0.3 < y < 1.1\text{mm}$ ) を  $5\mu\text{m}$  の等間隔格子幅で解像する（合計で  $630 \times 160$  セル）。ただし、LOX ポスト壁面での最小格子幅は  $1\mu\text{m}$  としている。計算は領域分割に基づいて並列化し、並列計算を宇宙航空研究開発機構 (JAXA) 総合技術研究本部 (ISTA) に設置されている中央 NS システム (CeNSS) 上で 68CPU を用いて行った。並列計算の実効性能は約 30Gflops を達成している。

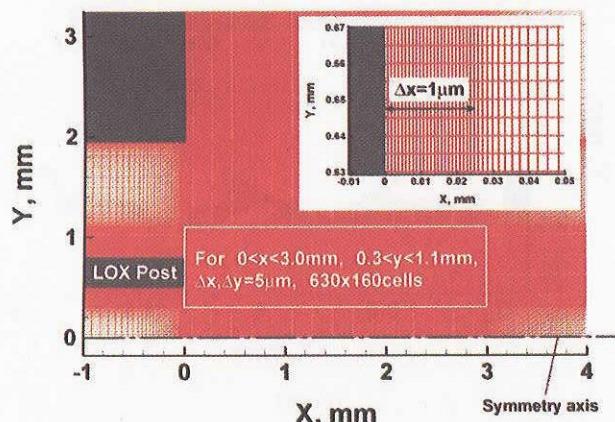


図 2 噴射ノズル出口近傍の計算格子

### 3.4 境界条件

境界条件は、以下の通りである：LOX/GH<sub>2</sub> の流入条件は完全に層流を仮定し、人工的な擾乱などは加えない。壁面ではすべりなしで 300K の等温壁、非触媒性条件を仮定した。流出境界では無反射条件を用いた<sup>(18)</sup>。

## 4. 計算結果

### 4.1 燃焼流れ場の概要

今回の計算では、実時間にして約 0.8 msec に相当するシミュレーションを実行し、その間、非定常な火炎をとらえることに成功した。図 3 に  $t=0.3\text{msec}$  における LOX ポスト近傍の流れ場の様子を示す。図中、黒実線は当量比 1 の等

値線を示している（拡散火炎の場合、当量比 1 の等値線附近で火炎が形成される）。図 3(a)に温度分布を示す。最大火炎温度は断熱火炎温度に近い 3800K 弱に達している。GH<sub>2</sub> 噴流側では LOX ポスト上端から渦が間欠的に発生していることがわかる。ここから発生した渦は下流に流れていくに従って、隣接する渦と合体しながら発達していく。下流では、渦の運動とともに火炎形状は大きく変形するが、局所的な消炎によって分断されることなく、非定常に運動しながらも安定して火炎が維持された。

図 3(b)に LOX ポスト近傍の瞬間流線を示す。LOX ポスト近傍には反時計回りの循環領域が存在しており、この循環によって未燃の H<sub>2</sub> が常に LOX 噴流側へ供給され、燃焼が維持されている。高い温度分布からもわかるように（後で、発熱率、化学種の分布によっても示す）、ポスト下端で GH<sub>2</sub> 噴流と LOX 噴流が合流するこの部分から燃焼が始まっている。

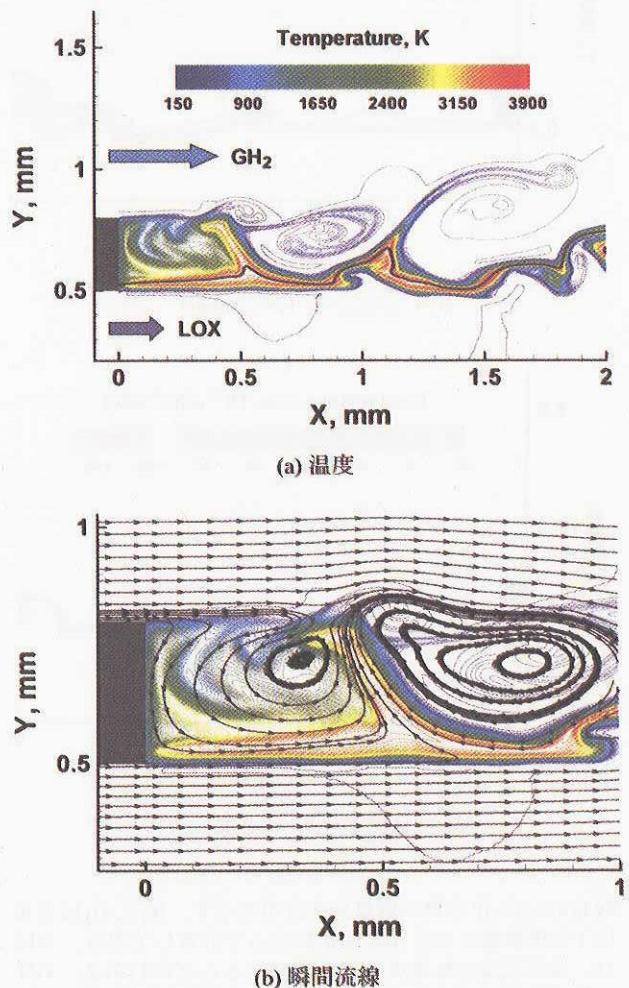


図 3 LOX ポスト近傍の流れ場 ( $t=0.3\text{msec}$ )

図 4 に同時刻における密度分布を示す。LOX 噴流はノズル出口直後では乱れずにそのまま下流へ流れる、その後、せん断層の不安定性によって、噴流表面が徐々に乱れていく様子がわかる。低温の LOX 噴流と高温の燃焼ガスとの間の密度差は 200 倍近くに達しており、LOX 噴流と燃焼ガスが接する領域では非常に大きな密度勾配が生じている。

図5に発熱率の分布を示す。発熱層（火炎面に相当する）は、当量比1の等価線に沿って存在している。発熱層の厚さはほぼ全域で0.1mm弱であることがわかる。また、火炎の端はLOXポストの下端に付着しており、ほぼ完全な拡散火炎になっている。図3で示した温度分布と同様に、発達した渦によって下流では火炎面が大きく変形しているが、局所的な消炎によって分断されることではなく、非定常に運動しながら安定して燃焼が保たれる。これらの結果から、高解像度の計算格子と素反応機構を用いた今回の計算が、超臨界圧力下における非常に薄い火炎をとらえていることがわかる。

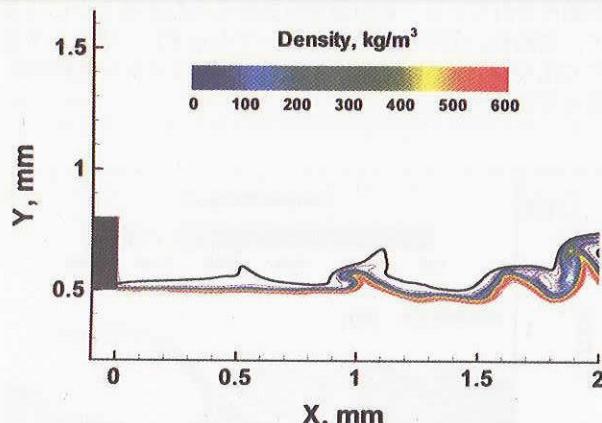
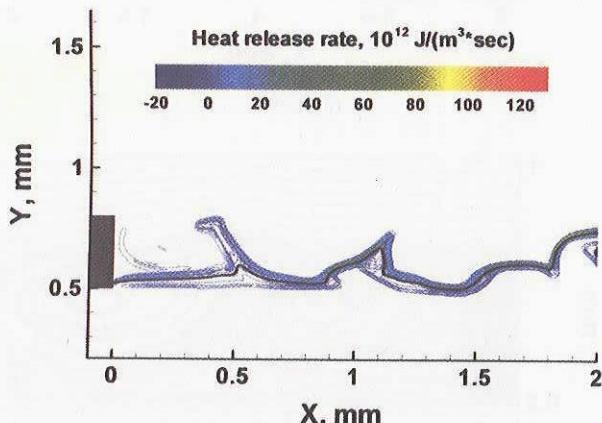
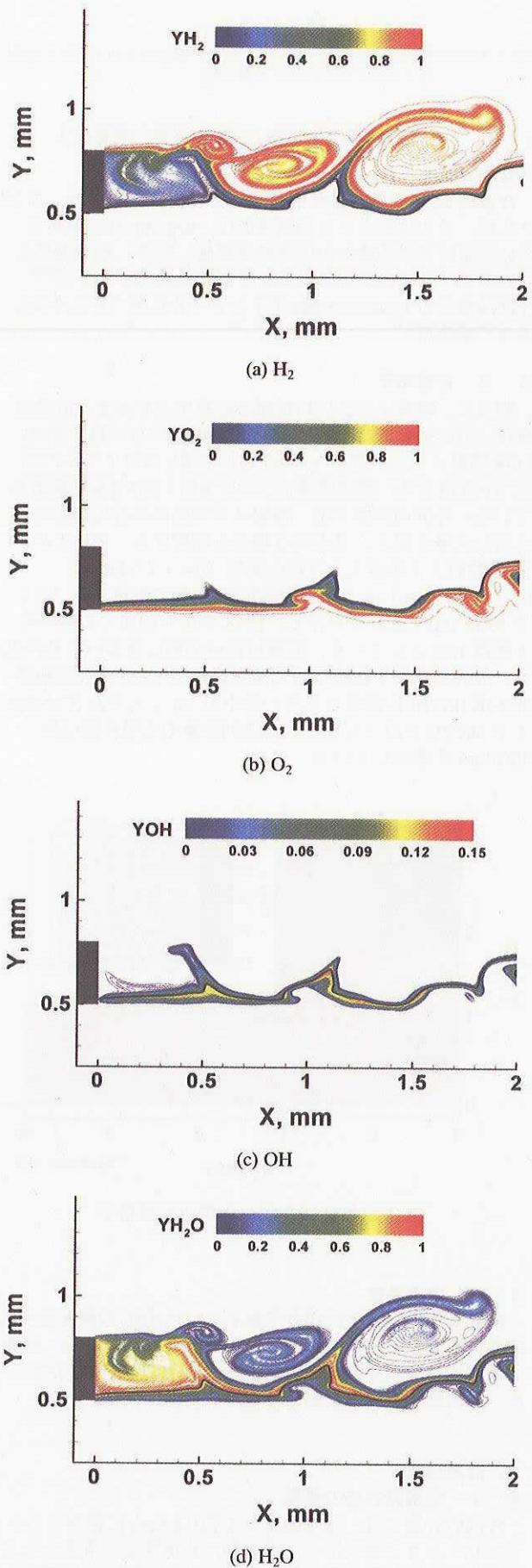
図4 密度分布 ( $t=0.3\text{msec}$ )図5 発熱率分布 ( $t=0.3\text{msec}$ )

図6(a)-(d)に化学種の質量分率分布を示す。H<sub>2</sub>とO<sub>2</sub>は当量比1の等価線をはさんで向かい合って分布しており、やはり、ほぼ完全な拡散火炎の形態であることがわかる。OHの分布は発熱層の分布とほぼ重なりあう位置に存在している。H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub>間の燃焼生成物であるH<sub>2</sub>Oは、GH<sub>2</sub>噴流側で渦の運動によってH<sub>2</sub>と混合しながら下流へ流れしていく。その一方で、LOX噴流側ではO<sub>2</sub>はH<sub>2</sub>Oとほとんど混合することなく流れしていく。また、LOXポスト近傍の循環領域では、H<sub>2</sub>はH<sub>2</sub>Oと混合しながらLOX噴流側へ合流する。OHの分布がLOXポスト下端に位置していることからも、燃料と酸化剤が合流するLOXポスト下端から拡散燃焼が始まっていることがわかる。

図6 化学種の質量分率分布 ( $t=0.3\text{msec}$ )

#### 4. 2 火炎の局所構造

以下では、 $x = 0.7\text{mm}$  の位置について、火炎の局所構造を調べる。図 7 に  $x = 0.7\text{mm}$  における諸量の  $y$  方向分布を示す。この位置での火炎の最高温度は約 3700K、発熱率の分布からは反応帯の厚さが 0.1mm 以下であることがわかる。今回の計算では格子幅を  $5\mu\text{m}$  としているので約 20 セルで反応帯がとらえられることになる。今回の計算のように、高解像度の計算格子と素反応機構によって超臨界圧力下での薄い火炎をとらえるためには、少なくとも  $10\mu\text{m}$  以下の格子解像度が必要であると考えられる。低温の LOX 噴流と高温の燃焼ガスとの間の大きな密度差から、両者が隣接する領域で密度勾配が非常に大きくなっている、狭い領域で密度が 2 柄以上変化していることがわかる。化学種の質量分率分布からも、火炎構造は拡散火炎のものであることがわかる。 $\text{GH}_2$  噴流側では、 $\text{H}_2$  と  $\text{H}_2\text{O}$  が渦によって混合されているが、基本的には  $\text{H}_2 - \text{O}_2$  間で形成される拡散火炎と同様の構造になっている。

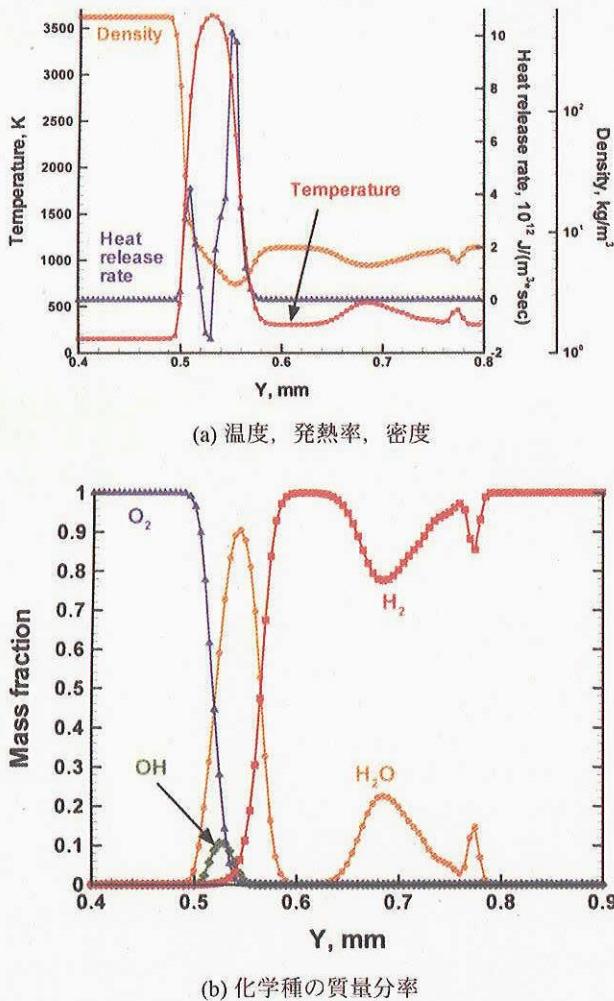


図 7  $x = 0.7\text{mm}$  における諸量の  $y$  方向分布

現在、LESなどのシミュレーションでは、主に Laminar Flamelet の概念に基づいた火炎モデルが用いられている。Laminar Flamelet の概念では、乱流火炎の瞬間的な局所構造は層流火炎で模擬することが可能であり、乱流火炎はそのような層流火炎片の集合体であると考える。通常、火炎モ

デルを用いた計算では、一次元的な層流拡散火炎の構造を、混合分率 (Mixture fraction) とスカラーディSSIPATION RATE (Scalar dissipation rate) を変数としてテーブル化し、燃焼シミュレーション中ではそれを参照することで、化学反応計算をシミュレーションから切り離すことができる。

今回のシミュレーションで得られた火炎の局所構造について、そのような火炎モデルが適用できかどうかを、一次元対向流拡散火炎<sup>(19)</sup>による計算結果と比較することで検討してみることにする。具体的には、シミュレーション結果から、火炎面（当量比 1 の等価線を火炎面と定義）のスカラーディSSIPATION RATE が  $500\text{sec}^{-1}$  となる箇所について火炎に垂直方向の温度分布をサンプリングし、一次元対向流拡散火炎による同じ条件での計算結果と比較する。図 8 に、両者の温度分布を混合分率についてプロットした結果を示す。シンボルは、今回のシミュレーションからサンプリングした結果、実線は一次元対向流拡散火炎による計算結果を示す。両者の比較からは、一次元対向流拡散火炎による計算結果が、今回のシミュレーションによって得られた火炎の局所構造を比較的良好に再現することがわかる。

流れ場の乱れが弱く、火炎厚さが乱流のスケールよりも十分に小さい場合、Flamelet の概念は非常に有効である。しかし、乱流のスケールが火炎厚さのスケールよりも小さくなるような場合、火炎の内部構造は乱流の影響を受けて Flamelet の仮定が成り立たなくなる<sup>(10)</sup>。今回の計算では高解像度の計算格子を用いているものの、軸対称を仮定しているため微細な乱流構造が捉えられているかどうかは疑問が残る。ロケットエンジン燃焼器内部で生じる火炎について Flamelet の仮定が成り立つかどうかは、今後も検討が必要であると思われる。

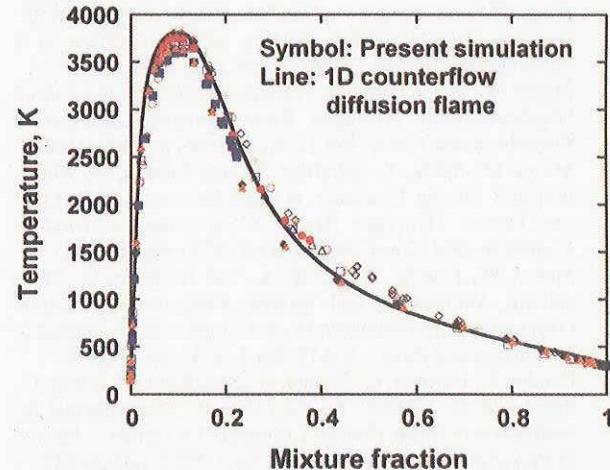


図 8 局所火炎構造と一次元対向流拡散火炎との比較  
(スカラーディSSIPATION RATE =  $500\text{sec}^{-1}$ )

#### 5. まとめ

ロケットエンジン燃焼器の基本要素である同軸型噴射器を模擬して、超臨界圧力下での LOX/GH<sub>2</sub> の燃焼シミュレーションを行った。今回の計算では、火炎モデルは用いず、高解像度の計算格子を用いて詳細素反応機構を解くことにより火炎を直接とらえることに成功した。シミュレーションの結果から以下のようないかがわしい火炎の様子が明らかになった。

- (1) LOX ポスト上端から間欠的に渦が発生し、  $\text{GH}_2$  噴流側で発達しながら下流へ流れしていく。火炎は非定常に運動しながらも安定的に存在する。
- (2) LOX ポスト近傍では循環領域が存在しており、未燃の  $\text{H}_2$  が常に LOX 噴流側へ供給されることにより、燃焼が維持される。
- (3) 火炎の端は LOX ポストの下端に付着しており、火炎形態はほぼ完全な拡散火炎である。火炎厚さは 0.1mm 以下である。局所的な消炎による火炎の分断は観測されなかった。
- (4) 火炎の局所構造は、一次元対向流拡散火炎によって比較的良好に再現することができた。しかしながら、今回の計算における乱流の取り扱いが十分ではないことから、乱流による火炎内部構造への影響は今後も検討の必要がある。

#### 参考文献

- 1) Oefelein, J. C., and Yang, V., "Modeling High-Pressure Mixing and Combustion Processes in Liquid Rocket Engines," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.14, No.5, 1998, pp.843-857.
- 2) Oefelein, J. C., "LES of Supercritical LOX- $\text{H}_2$  Injection and Combustion in a Shear-Coaxial Uni-Element Rocket," AIAA Paper 2003-0479.
- 3) Oefelein, J. C., "Thermophysical Characteristics of Shear-Coaxial LOX- $\text{H}_2$  Flames at Supercritical Pressure," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol.30, 2002, pp.2929-2937.
- 4) Zong, N., Meng, H., Shih-Yang, H., and Yang, V., "A Numerical Study of Cryogenic Fluid Injection and mixing Under Supercritical Conditions," *Physics of Fluids*, Vol.16, No.12, 2004, pp.4248-4261.
- 5) Zong, N., and Yang, V., "A Numerical Study of High-Pressure Oxygen/Methane Mixing and Combustion of a Shear Coaxial Injector," AIAA Paper 2005-0152.
- 6) Mayer, W., and Tamura, H., "Propellant Injection in a Liquid Oxygen/Gaseous Hydrogen Rocket Engine," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.12, No.6, 1996, pp.1137-1147.
- 7) Mayer, M., Schik, A., Schaffler, M., and Tamura, H., "Injection and Mixing Processes in High-Pressure Liquid Oxygen/Gaseous Hydrogen Rocket Combustors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.16, No.5, 2000, pp.823-828.
- 8) Mayer, W., Ivancic, B., Schik, A., and Hornung, U., "Propellant Atomization and Ignition Phenomena in Liquid Oxygen/Gaseous Hydrogen Rocket Combustors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.17, No.4, 2001, pp.794-799.
- 9) Candel, S., Herding, G., Synder, R., Scouflaire, P., Rolon, C., Stepowski, D., Cessou, A., and Colin, P., "Experimental Investigation of Shear Coaxial Cryogenic Jet Flames," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.14, No.5, 1998, pp.826-834.
- 10) Mizobuchi, Y., Tachibana, S., Shinjo, J., Ogawa, S., and Takeno, T., "A Numerical Analysis of the Structure of a Turbulent Hydrogen Jet Lifted Flame," *Proceeding of the Combustion Institute*, Vol.29, 2002, pp.2009-2015.
- 11) Mizobuchi, Y., Shinjo, J., Ogawa, S., and Takeno, T., "A Numerical Study on the Formation of Diffusion Flame Island in a Turbulent Hydrogen Jet Lifted Flame," *Proceeding of the Combustion Institute*, Vol.30, 2005, pp.611-619.
- 12) Westbrook, C. K., *Combustion Science and Technology*, Vol.29, 1982, pp.67-81.
- 13) Wada, Y. and Liou, M. S., "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities," NASA TM-106452, 1994; also AIAA Paper 94-0083, 1994.
- 14) Mizobuchi, Y., and Ogawa, S., "Numerical analysis of fractal feature of hydrogen-air jet flame," AIAA Paper 2000-0184, 2000.
- 15) Polling, B. E., and Prausnitz, J. M., and O'Connell, J. P., *The Properties of Gases and Liquids*, McGraw-Hill, 5th ed., 2001.
- 16) Yang, V., "Modeling of Supercritical Vaporization, Mixing, and Combustion Processes in Liquid-Fueled Propulsion Systems," *Proceeding of the Combustion Institute*, Vol.28, 2000, pp.925-942.
- 17) Kee, R. J., Dixon-Lewis, G., Warnatz, J., Coltrin, M. E., Miller, J. A., "A Fortran Computer Code Package for the Evaluation of Gas-Phase, Multicomponent Transport Properties," Sandia National Laboratories Report SAND 86-8246, 1986.
- 18) Poinsot, T. J., and Lele, S. K., "Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol.101, 1992, pp.104-129.
- 19) Lutz, A. E., Kee, R. J., Grcar, J. F., and Rupley, F.M., "OPPDIF: A Fortran Program for Computing Opposed-Flow Diffusion Flames," Sandia National Laboratories Report SAND 96-8243, 1996.