

曲げ・振り梁構造モデルと非構造 CFD による三次元翼フラッタ解析

町田健太郎(横浜国大院), 宮路幸二(横浜国大)

3D Wing Flutter Analysis by Bending-Torsion Beam Model and Unstructured CFD

by

Kentaro Machida, Koji Miyaji (Yokohama National Univ.)

ABSTRACT

A 3D flutter of a sweptback wing is numerically investigated by coupling inviscid flow simulations with a bending-torsion beam structure model. The beam model of a 3D wing is a natural extension of a widely used 2D 2-degree-of-freedom structure model and it considerably simplifies the structure analysis. Finite-volume unstructured CFD is used with the aim of applying various configurations in the future. The grid is dynamically deformed in accordance with the wing motion. A truss-analogy is applied to determine the new positions of interior points when the displacements of boundary points are specified. A well-known experiment using the AGARD standard aeroelastic configuration called 445.6 wing is selected for the validation. The developed methods successfully simulated the experimental flutter boundary.

1. はじめに

航空機の軽量化, 薄翼化に伴い, 空力弾性に対する特性も厳しくなっているが, 航空機の翼のフラッタは機体に決定的な損害を引き起こすため, 開発段階においても実飛行と同等の条件下での高精度な解析が望まれる。しかし, 特に遷音速域における空力弾性現象の実験は大規模な設備を必要とし, また実機体形状に対する理論的なアプローチも困難である。CFD による空力解析と有限要素構造解析を組み合わせた連成解析は, このような飛行条件も扱うことが出来, またその条件をさまざまに変えられることから, フラッタの有力な解析手法となりつつある。今後の機体設計に積極的に活用して行くために, 非常問題の精度の検証と, 解析手法の更なる高度化が望まれる。

筆者らは過去の研究¹⁾において, 2次元空力弾性問題に対する非構造格子CFDの有効性と注意点を, 格子の解像度, セル形状, 格子移動変形手法のそれぞれについて調べた。本研究では同手法を3次元問題に拡張することを目的として, オイラー方程式を用いた非構造格子CFDによる空力解析と, 翼構造に曲げ・振り梁モデルを用いた有限要素解析による連成手法を開発し, その精度を確認する。空力解析においては, 変形する格子を伴う時間精度のある解法の開発が主要な課題である。一方, 構造解析については過去の多くのフラッタ計算で用いられている3次元翼の薄板近似モデルを用いたモード解析と異なり, より単純化した曲げ・振り梁構造モデルを用いた。これは2次元フラッタ解析の2自由度構造モデルをスパン方向に直接拡張したものである。スパン方向の翼の曲げ剛性・振り剛性の分布がわかれば翼の厚みを考慮して計算できること, コード開発が容易であること, また, 一次元要素分割であるため計算負荷が少なく, モード法を用いずとも直接連成計算に組み込めるといった利点を持つ。翼固有振動数の実験との一致が得られればフラッタ境界付近での翼微小振動の安定/不安定の判定には問題はなく, 翼まわりの流れ場を精度良く捉えることが特に重要であると考えられる。

本稿では多くの検証計算が行われているクリーンな翼²⁾を取り扱うが, 本手法の精度が確認できれば, 今後たとえばエンジン付き形状, 舵面フラッタなどのより複雑な形状, あるいはヘリコプターのローターブレードに対しても容易に適用可能である。

2. 数値計算法

2.1 流体計算法

流体解析は計算格子の移動変形を伴う3次元圧縮性 Euler 方程式を非構造格子有限体積法で解く。積分形で式を記述すると以下ようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} Q dV + \oint_{\partial\Omega(t)} F_n dS = 0 \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \quad F_n = \begin{bmatrix} \rho U' \\ \rho u U' + p n_x \\ \rho v U' + p n_y \\ \rho w U' + p n_z \\ e U' + p U \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \quad (3)$$

$$U = u n_x + v n_y + w n_z \quad (4)$$

$$U' = (u - u_g) n_x + (v - v_g) n_y + (w - w_g) n_z \quad (5)$$

ここで (u, v, w) は流速ベクトル, (n_x, n_y, n_z) は境界面 $\partial\Omega$ での外向き法線ベクトル, また (u_g, v_g, w_g) は格子の移動速度を表す。

時間積分は Matrix-Free Gauss Seidel と Newton 反復を組み合わせた2次精度陰解法³⁾を用いた。また対流項の離散化には Roe の FDS を使い, 線形再構築により空間2次精度化している。リミターは Venkatakrishnan⁴⁾によるものを用いた。

2.2 構造計算法

本研究では, 翼を弾性軸のまわりに曲げおよび振り作用する片持梁とみなして解析を行う⁵⁾。たわみ w と振り角 θ に対する運動方程式は以下のように表される。

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m x_\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = F \quad (6)$$

$$m x_\theta \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + I_\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial y} \left(GJ \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = M \quad (7)$$

ここで EI および GJ はそれぞれ翼断面における曲げ剛性, ねじり剛性を表す。また m は単位長当たりの翼質量, x_θ は各断面での重心と剪断中心との距離, I_θ は弾性軸周りの単位長当たりの慣性モーメント, F は単位長当たりの外力, M は

弾性軸周りの外力のモーメントである。(6), (7)式はIsogai⁶⁾の計算などで用いられている2次元2自由度フラッタモデルを直接的に3次元へ拡張したものになっている。これらの式から分かるように、 x_θ が曲げと振りの連成振動をひきおこす。文献²⁾に示されている弾性軸位置と翼型から独自に算出したところ、本翼では翼根で $x_\theta=0.053$ (翼弦長 c で無次元化した値)となった。解析対象は異なるが文献²⁾の翼の場合と比較して、適正な値と考えられる。 x_θ は微小な値であるため構造的な曲げと振りの連成の影響は小さいと考えられ、CFDと連成した非定常計算では $x_\theta=0$ の場合のみを行い、固有振動数に関して x_θ の値の影響を調べた。

(6), (7)式を Galerkin FEMにより離散化して解く。翼をスパン方向(y 軸)に分割して、各要素での解を次のように書く。

$$w(y, t) = \sum_{i=1}^4 \phi_i(y) w_i(t) \quad (8)$$

$$\theta(y, t) = \sum_{i=1}^2 \psi_i(y) \theta_i(t) \quad (9)$$

ここで ϕ_i と ψ_i はそれぞれ要素の境界条件を満たす曲げおよび振りの形状関数、また w_i と θ_i はそれぞれ曲げおよび振りの一般化座標である。(8), (9)式を(6), (7)式に代入して Galerkin法を適用すると、各要素についての運動方程式が以下のように行列形で得られる。

$$[M]\ddot{q} + [K]q = [F] \quad (10)$$

$$q = (w_1 \quad w_2 \quad \theta_1 \quad w_3 \quad w_4 \quad \theta_2)^T \quad (11)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 156A_i & 22I_i A_i & 21C_i & 54A_i & -13I_i A_i & 9C_i \\ 22I_i A_i & 4I_i^2 A_i & 3C_i & 13I_i A_i & -3I_i^2 A_i & 2C_i \\ 21C_i & 3C_i & 2S_i & 9C_i & -2C_i & S_i \\ 54A_i & 13I_i A_i & 9C_i & 156A_i & -22I_i A_i & 21C_i \\ -13I_i A_i & -3I_i^2 A_i & -2C_i & -22I_i A_i & 4I_i^2 A_i & -3C_i \\ 9C_i & 2C_i & S_i & 21C_i & -3C_i & 2S_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 12B_i & 6I_i B_i & 0 & -12B_i & 6I_i B_i & 0 \\ 6I_i B_i & 4I_i^2 B_i & 0 & -6I_i B_i & 2I_i^2 B_i & 0 \\ 0 & 0 & T_i & 0 & 0 & -T_i \\ -12B_i & -6I_i B_i & 0 & 12B_i & -6I_i B_i & 0 \\ 6I_i B_i & 2I_i^2 B_i & 0 & -6I_i B_i & 4I_i^2 B_i & 0 \\ 0 & 0 & -T_i & 0 & 0 & T_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[F] = \begin{bmatrix} \int \phi_1 F dy & \int \phi_2 F dy & \int \psi_1 M dy \\ \int \phi_3 F dy & \int \phi_4 F dy & \int \psi_2 M dy \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

ここで

$$A_i = \frac{ml}{420}, \quad B_i = \frac{EI}{l^3}, \quad C_i = \frac{mx_\theta l}{60}, \quad S_i = \frac{I_\theta l}{6}, \quad T_i = \frac{GJ}{l}$$

(10)-(14)式の要素方程式をスパン方向に重ね合わせて、構造全体の方程式を得る。(10)式の時間積分にはCrank-Nicolson法を用いた。この方法では $[q, \dot{q}]^{n+1}$ を求める際に未知の空気力 $[F]^{n+1}$ が必要になるので、これを前2つの時間ステップの値から外挿して与えている。FEM要素分割とCFDの計算格子点は一般に一致しないので、FEMの節点間の変位は、(8), (9)式の形状関数そのものを用いて求めた。

2.3 格子移動変形法

振動する物体まわりの流れ場を解析するため、流体計算に用いる格子も合わせて変形させる必要がある。本研究では非構造格子にも汎用的に用いることが可能なトラス模擬の格子変形法を用いた。各時間ステップにおいて翼の運動

にあわせて翼面上の格子点に変位し、トラスとみなした格子線の平衡条件から全体をなめらかに再分布させる。各トラスのばね定数はMurayama⁷⁾らにより提案されているように各辺の長さや面と面の狭角などを考慮して与え、大変形時でも計算格子の質を維持できるようにした。

各格子点の静的な平衡条件は巨大な連立1次方程式となるため、これを解くには大きな計算負荷がかかる。本研究ではこの平衡方程式を解く際に非定常反復解法の一つである残差切除法 (Residual Cutting Method : RCM)⁸⁾を用いて計算した。RCMおよびJacobi反復法を用いて、翼端に0.005[deg]のねじり角を与えて格子変形させた時の残差の収束履歴をFig.1に示す。RCMの方が1ステップの演算量が多いため、CPU時間に対して劇的な改善は無いが、2倍程度は速いこと、またJacobi法ではある程度の反復でそれ以上残差が落ちなくなってしまうのに対しRCMではマシンゼロ近くまで残差が落ちることが分かる。これらのことから、Jacobi法よりRCMの方が効率よく格子変形を行うことができると考えられる。またRCMの適用以前に、Gauss-Seidelを試みたが、ベクトル化のためのオーバーヘッドが大きくなり、ほとんど利点は無かった。

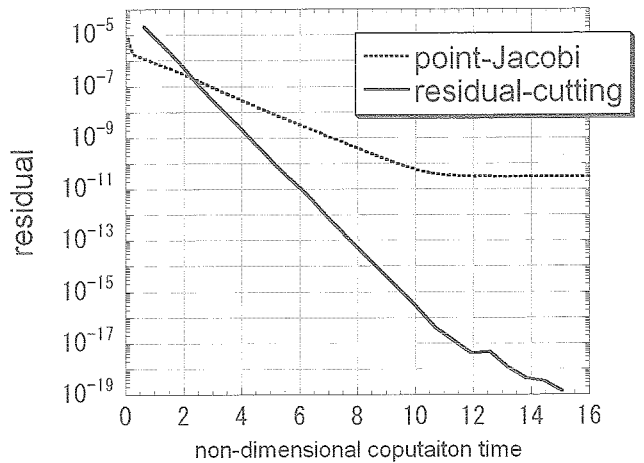


Fig.1 RCMおよびJacobi法の残差収束特性

3. 計算条件

フラッタ風洞試験はしばしば模型の破壊を伴うため、フラッタ境界の正確な計測は困難であるが、AGARD 445.6標準空力弾性模型を用いたNASAのフラッタ試験²⁾が数値計算の検証データとして広く用いられており、本研究でもこれを参照する。

本模型はアスペクト比 1.65、テーパー比 0.66、25%翼弦線の後退角 45°、NACA 65A004 翼型を持つ薄い後退翼である。材質はマホガニー材であり、曲げ剛性 EI と振り剛性 GJ のスパン方向の分布が実験によって測定されている。Fig.2に EI, GJ の測定値およびその近似曲線を示す。

実験によって得られたフラッタ境界を Fig.3 に示す。横軸は一樣流マッハ数 M 、縦軸は次式で定義される無次元の速度インデックス V^* をとっている。

$$V^* = U_\infty / \omega_\alpha b \sqrt{\mu}$$

ここで ω_α は振りの固有振動数、 b は半翼弦長、 $\mu = m / \rho_\infty b^2$ は流体と構造の質量比である。マッハ数を固定して V^* が10%増加するという事は、(翼の質量や剛性は保たれるとして) ほぼ一樣流の静圧が20%増加することに相当する。本研究ではマッハ数を $M=0.96$ に固定し、 $V^*=0.25, 0.3076, 0.35$ の3ケースについてフラッタ計算を行った。

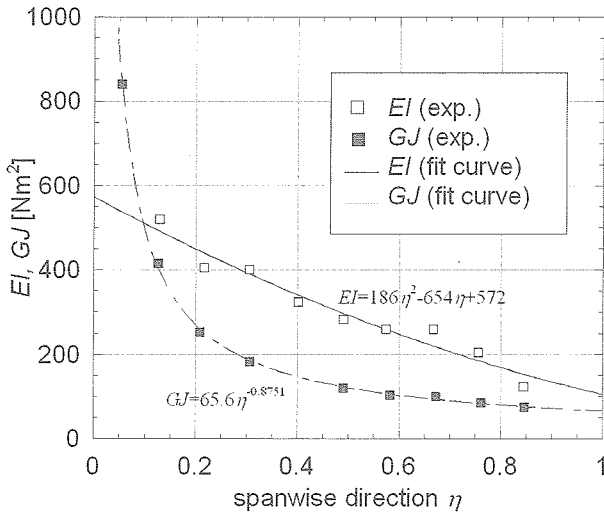


Fig.2 EI, GJのスパン方向分布²⁾

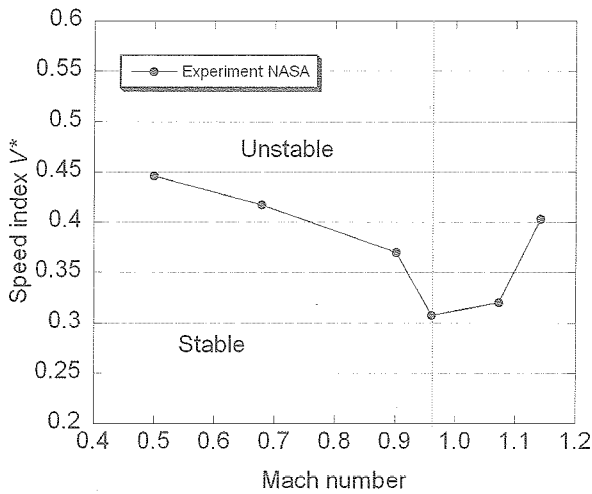


Fig.3 実験によって得られたフラッタ境界²⁾

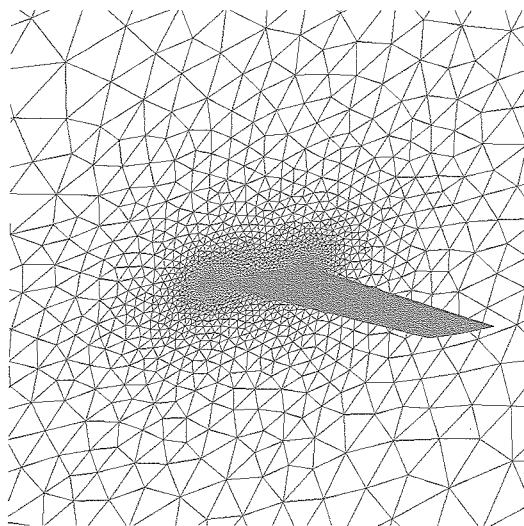


Fig.4 CFD 計算格子

計算格子を Fig.4 に示す. CFD 総格子点数は約 6 万点, 四面体総セル数は約 31 万である. また, 構造計算においては翼をスパン方向等間隔に 20 の要素に分割している.

4. 結果と考察

4.1 翼の固有振動数

得られた質量マトリクス[M]および剛性マトリクス[K]から固有値問題を解いて翼の固有振動数を求めた. 低次の 4 つの振動数を Table.1 に示す. ここで(12)式中の要素の質量 m および慣性モーメント I_θ について, case-1 は翼の形状や密度から得られた m と I_θ をそのまま用いて固有値の計算をしているのに対し, case-2 および case-3 においては弾性軸の後退角 A の影響を考慮して評価している. すなわち, case-1 で用いた m と I_θ にそれぞれ $\cos^2 A$, $\cos^4 A$ を乗じて計算している. また, 構造的な曲げと振りの連成の影響を調べるため, case-2 では $x_\theta=0.053$, case-3 では $x_\theta=0$ としている.

Table.1 翼の固有振動数

	f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	f_3 [Hz]	f_4 [Hz]
Exp.	9.6	38.1	50.7	98.5
Calc. case-1 (ordinary m, I_θ)	14.4	27.2	64.6	74.5
Calc. case-2 ($x_\theta=0.053$)	10.5	37.1	50.9	94.4
Calc. case-3 ($x_\theta=0$)	10.5	37.1	51.2	94.0

Table.1 の結果より case-2, 3 のみが実験値と合致し, case-1 は合致していない. これは梁理論において, 「断面は弾性軸に垂直にとる必要がある」ということから理解できる. いいかえると, このような後退翼について片持ち梁のモデルを適用する場合には, 有効な翼弦長を主流方向ではなく, 弾性軸に垂直な方向にとらなければならない, ということがわかった.

一方, x_θ による曲げと振りの連成の影響は, 3 次・4 次の固有振動数においては多少実験値に近い値が得られるものの, 全体としてはそれほど大きなものではない. これは本計算対象の x_θ があまり大きくなく, 固有振動数に多大な影響を与えるほどではないためであるが, 翼型によっては注意が必要と考えられる.

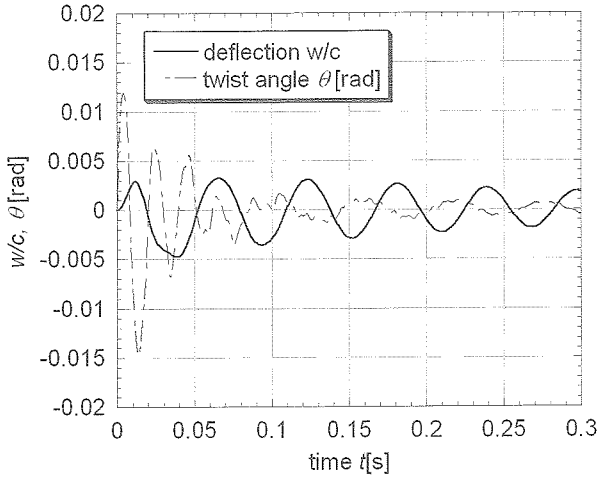
以上より, 上に述べたような注意のもとで, 曲げ・振り梁構造モデルにおいても実験と同様の固有振動数が得られ, モデルの有用性が示された.

4.2 フラッタ計算

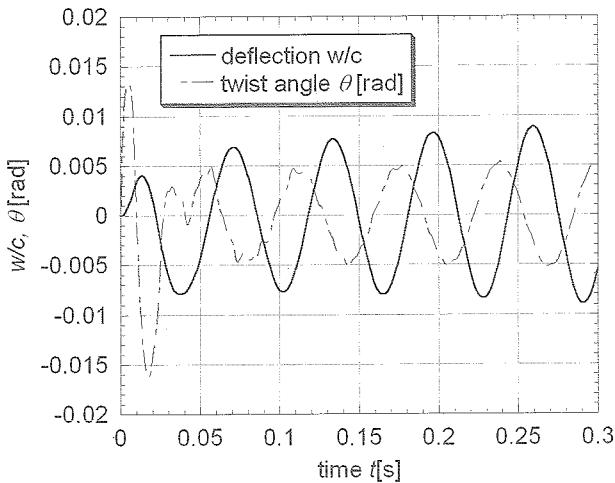
流体解析と梁モデルによる構造計算を連成させてフラッタ解析を行った. 初期擾乱として翼端で ± 4 [deg] の振り角の変化を強制振動として 1 周期分与え, その後自由運動として振動の様子を確認している.

Fig.5 に 3 つの速度インデックス ($V^*=0.25, 0.3076, 0.35$) における翼端でのたわみ w , 振り角 θ の振動履歴を示す. 実験結果では $V^*=0.3076$ がフラッタ境界であったが, 本計算では $V^*=0.25$ で安定, $V^*=0.3076$ でほぼ中立 (僅かに発散), $V^*=0.35$ で発散と, 実験結果に一致するフラッタ境界を捉えることができた (Fig.8).

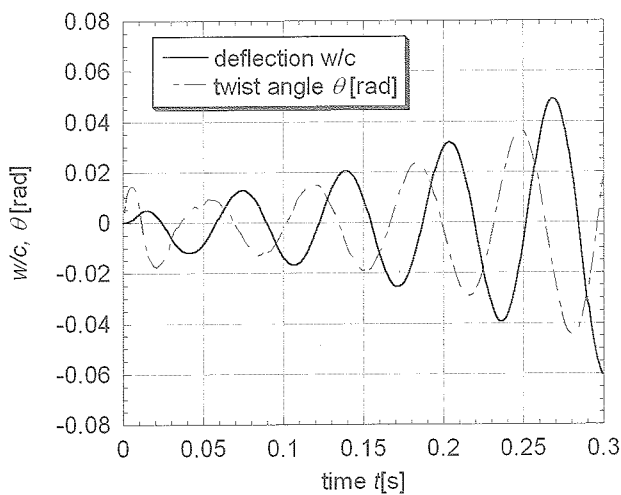
振動が発散した $V^*=0.35$ における 1 周期分のたわみ及び振り角のスパン方向分布を Fig.7 に示す. ただしここでの



(a) $V^*=0.25$



(b) $V^*=0.3076$



(c) $V^*=0.35$

Fig.5 翼端におけるたわみと振り角の振動履歴

振り角は弾性軸に垂直な方向な断面での角度であり、主流に対しての迎角とは一致しない。これより曲げ、振りとも翼端に向かって単調に増加し、1次のモードが支配的であることが分かる。次にこの各状態における流れ場を観察していく。Fig.7(a)-(f)に翼面上および翼端での圧力等高線を示す。Fig.7(a)はたわみがほぼ0になった状態、Fig.7(b)はたわみが極大になった状態の圧力等高線図であるが、(b)では翼上面の衝撃波が前縁に移動するとともに、下面に新しい衝撃波が発生していることがわかる。この下面の衝撃波が翼の後縁付近の圧力を上昇させ前縁下げのモーメントをもたらすので、Fig.7(c)では下方にたわみつつも迎角はさらに増加している。このとき空気力は下向き、すなわち翼の運動方向と同じ向きに働くから、翼は気流から運動エネルギーを受け取ったことになる。(d)以降でも同様にたわみが極大となるあたりで新しい衝撃波が発生し、曲げおよび振り振動の位相差から翼の運動を助長させる向きの力がもたらされている。この繰り返しで $V^*=0.35$ では翼の振幅が増大していると考えられる。これに対し、振動が収束する $V^*=0.25$ の場合はこのような翼端における衝撃波が発生していない。

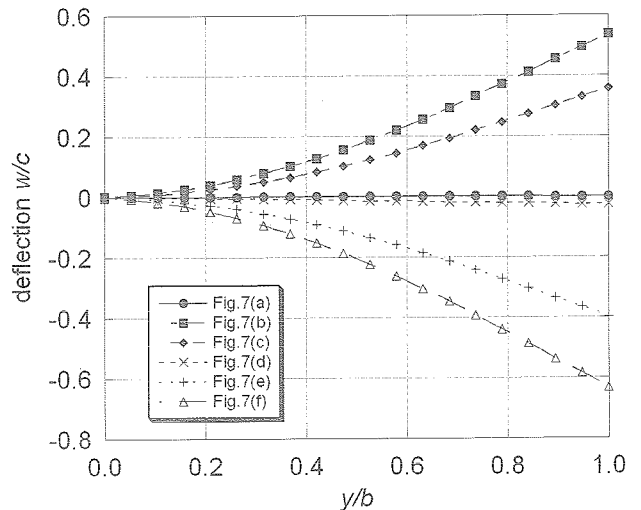


Fig.6 (a) たわみ w のスパン方向分布

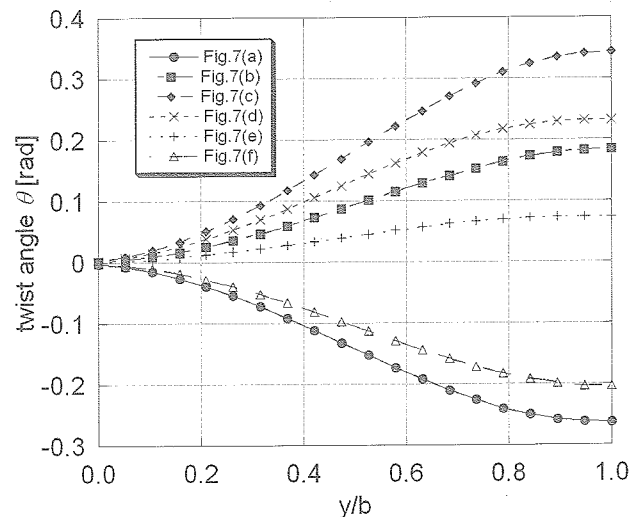


Fig.6 (b) 振り角 θ のスパン方向分布

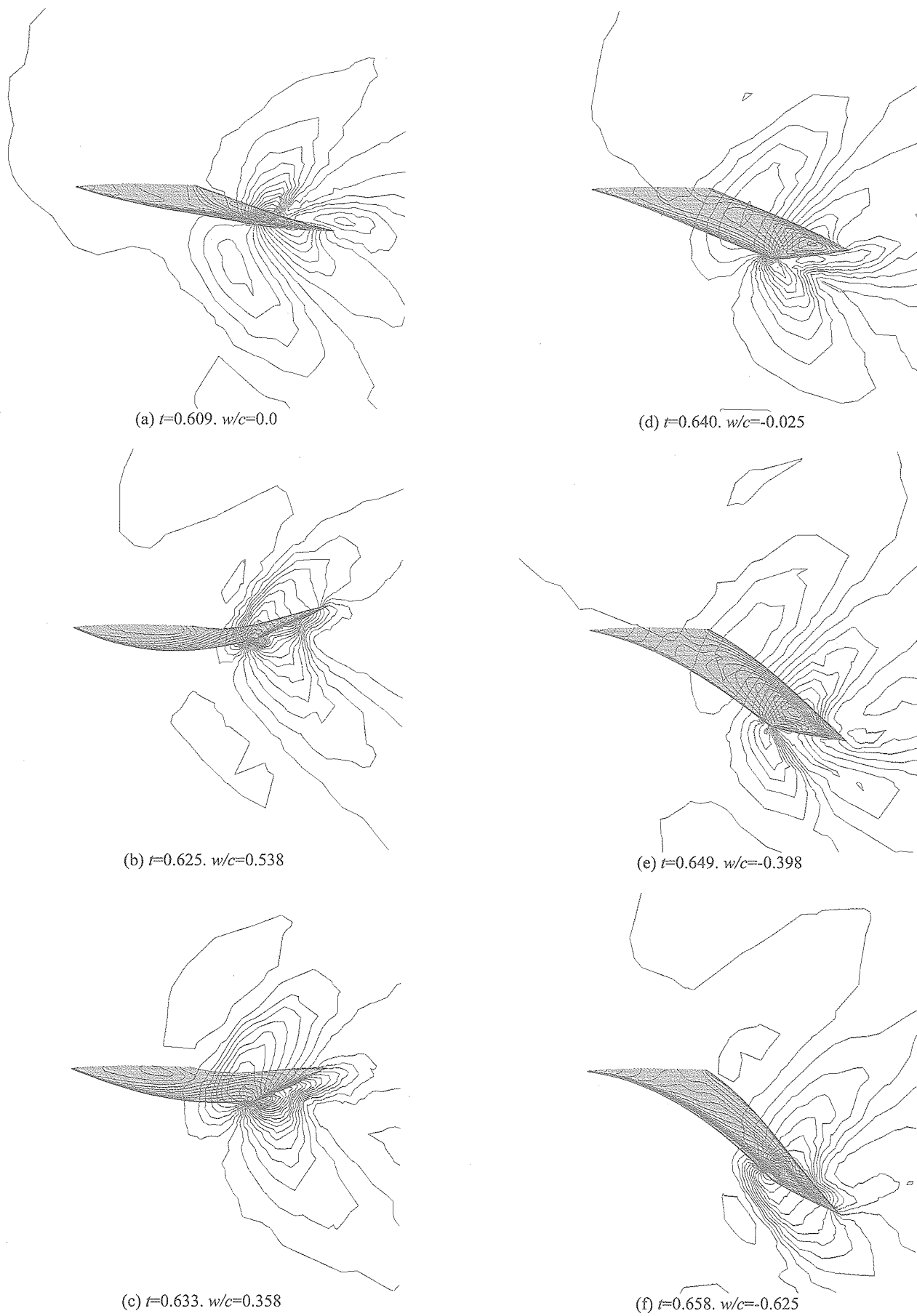


Fig.7 翼面上, および翼端での圧力等高線

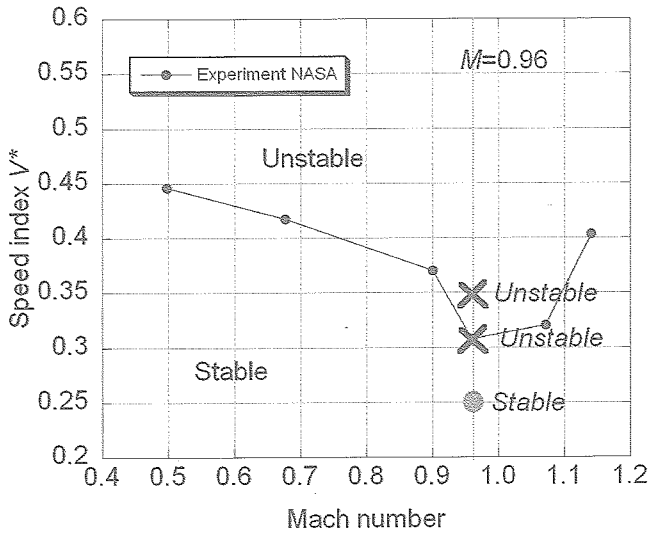


Fig.8 本計算によるフラッタ境界

固有振動数を得られることを示した。以上の手法を組み合わせ、AGARD 445.6 空力弾性模型のフラッタ境界を適切に捉えることができた。

参考文献

- 1) K. Miyaji, H. Tsukada, and A. Tsurumaki, "On Accuracy of Prediction of Flutter Boundaries on Unstructured Grids," *Transaction of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 47, No. 157, 2004.
- 2) E. C. Yates. Jr., "AGARD Standard Aeroelastic Configuration for Dynamic Response," *NASA TM 100492*, 1988.
- 3) V. Venkatakrishnan, and D. J. Marvriplis. "Implicit Method for the Computation of Unsteady Flows on Unstructured Grids", *ICASE Report No. 95-60*, 1995.
- 4) V. Venkatakrishnan, "Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters," *Journal of Computational Physics*, No. 118, pp. 120-130, 1995.
- 5) O. A. Kandil, and E. F. Sheta, "Coupled and Uncoupled Bending-Torsion Responses of Twin-Tail Buffet," *Journal of Fluids and Structures*, No. 12, pp 677-701, 1998
- 6) K. Isogai, "On the Transonic-Dip Mechanism of Flutter of a Sweepback Wing," *AIAA Journal* vol. 17, 1979
- 7) M. Murayama, K. Nakahashi, and K. Matsushima, "Unstructured Dynamic Mesh for Large Movement and Deformation," *AIAA Paper 2002-0122*, 2002.
- 8) A. Tamura, K. Kikuchi, and T. Takahashi, "Residual Cutting Method for Elliptic Boundary Value Problems," *Journal of Computational Physics*, No. 137, pp. 247-264, 1997.

5. まとめ

三次元格子の移動変形を伴う時間高精度の空力解析手法を開発し、遷音速域のフラッタ解析を行った。格子点の移動量を決定する際に現れる連立方程式を残差切除法(RCM)を用いて解き、計算時間の短縮を図った。構造解析には3次元翼を曲げと振りが作用する片持ち梁と見なす簡略化モデルを用いたが、前縁の後退角の扱いに注意すれば正確な

補遺

格子変形の際には各時間ステップにおいて次式で表される格子点の平衡方程式を解く。

$$\begin{bmatrix}
 \sum_{j \in I} k_{ij} \cdot a_{ij}^2 & \sum_{j \in I} k_{ij} \cdot a_{ij} b_{ij} & \sum_{j \in I} k_{ij} \cdot a_{ij} c_{ij} & \dots & -k_{ij} \cdot a_{ij}^2 & -k_{ij} \cdot a_{ij} b_{ij} & -k_{ij} \cdot a_{ij} c_{ij} \\
 \sum_{j \in I} k_{ij} \cdot a_{ij} b_{ij} & \sum_{j \in I} k_{ij} \cdot b_{ij}^2 & \sum_{j \in I} k_{ij} \cdot b_{ij} c_{ij} & \dots & -k_{ij} \cdot a_{ij} b_{ij} & -k_{ij} \cdot b_{ij}^2 & -k_{ij} \cdot b_{ij} c_{ij} \\
 \sum_{j \in I} k_{ij} \cdot a_{ij} c_{ij} & \sum_{j \in I} k_{ij} \cdot b_{ij} c_{ij} & \sum_{j \in I} k_{ij} \cdot c_{ij}^2 & \dots & -k_{ij} \cdot a_{ij} c_{ij} & -k_{ij} \cdot b_{ij} c_{ij} & -k_{ij} \cdot c_{ij}^2 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 -k_{ji} \cdot a_{ji}^2 & -k_{ji} \cdot a_{ji} b_{ji} & -k_{ji} \cdot a_{ji} c_{ji} & \dots & \sum_{i \in J} k_{ji} \cdot a_{ji}^2 & \sum_{i \in J} k_{ji} \cdot a_{ji} b_{ji} & \sum_{i \in J} k_{ji} \cdot a_{ji} c_{ji} \\
 -k_{ji} \cdot a_{ji} b_{ji} & -k_{ji} \cdot b_{ji}^2 & -k_{ji} \cdot b_{ji} c_{ji} & \dots & \sum_{i \in J} k_{ji} \cdot a_{ji} b_{ji} & \sum_{i \in J} k_{ji} \cdot b_{ji}^2 & \sum_{i \in J} k_{ji} \cdot b_{ji} c_{ji} \\
 -k_{ji} \cdot a_{ji} c_{ji} & -k_{ji} \cdot b_{ji} c_{ji} & -k_{ji} \cdot c_{ji}^2 & \dots & \sum_{i \in J} k_{ji} \cdot a_{ji} c_{ji} & \sum_{i \in J} k_{ji} \cdot b_{ji} c_{ji} & \sum_{i \in J} k_{ji} \cdot c_{ji}^2 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \Delta x_i \\
 \Delta y_i \\
 \Delta z_i \\
 \vdots \\
 \Delta x_j \\
 \Delta y_j \\
 \Delta z_j \\
 \vdots
 \end{bmatrix}
 = \theta$$

ここで

$$a_{ij} = \frac{x_j - x_i}{l_{ij}}, b_{ij} = \frac{y_j - y_i}{l_{ij}}, c_{ij} = \frac{z_j - z_i}{l_{ij}}, l_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$$

また k_{ij} は各格子線の持つバネ定数を表す。この連立方程式をRCMを用いて解き、点 i の移動量 $(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i)$ を求める。なお、上式中翼面上にある格子点は構造側方程式から得られた翼変位を入力するものとする。