

# 慣性飛行時の軸対称物体の流体解析

西川進栄 (千葉大学工学部)、  
海田一哉、孫 娟 (千葉大学大学院)  
石出忠輝 (木更津高専)

## Study of Numerical Simulation of Flow over an Axisymmetric body in Free Flight

by

N. Nishikawa, K. Kaita, J. Sun (Chiba Univ.), T. Ishide(Kisarazu Nat.Coll.Tech)

### Abstract

Three-dimensional flow around the slender body, such as aircraft body or rocket cause drastic variation of flow with high angle of attack and have considerable influence on the aerodynamic characteristics. Here the projectile in the inertia flight, after thrust of the body has been stopped, is studied numerically by a finite difference scheme. This study aims at clarifying the mechanism of free flight, which is affected by the pitching and gravity on body. The initial condition is the flow at steady 'flight' which develops just after the power of engine is shutdown and the vehicle starts free flight with inertia. It has been predicted that in the lower Reynolds number < 100000 the flow is symmetric. Therefore, in this numerical study, the flow over a paraboloidal-nose cylinder at pitching rotation in 'free flight' is considered for Reynolds numbers lower than 100000. The coordinate system fixed on the body, which yields additional terms in Navier Stokes equation. The dual-time pseudo compressibility code is applied for incompressible case, instead PC-TVD scheme for Mach = 0.3 case. The Newton's 2nd law is used with the balance of aerodynamic force and gravity together with angular momentum equation. The aerodynamic coefficients  $C_d$ ,  $C_l$ ,  $C_m$  are discussed, as well as the trajectory of body.

### 1. 緒言

回転物体、加速移動物体の数値例としては Lugt&Ohring [1]の楕円柱についてのものが代表的であろう。そこでは座標は楕円柱に固定され回転するが、加速なし、すなわち並進運動についての移動格子を用いていない。当然、このような回転体固定の座標系はヘリコプタやタービンなどの回転翼の数値解に多くの応用がなされてきた。また、鈴木[2]はコーニング、すなわち、ある迎角の物体が主流を対称軸として半頂角が迎角に等しい円錐面を物体軸が描く運動をする場合の数値計算を行なっている。物体軸が円板を描くのがフラットスピンのみならずが実験を主に多くの(安部、雛田[3]、久保田[4])研究例がある。また吉永[5]は動力学解析を示している。一方、加速円柱について移動格子を用いた例として 森下[6]、西川[7]らがある。圧縮性流れについて高倉[8]は物体固定=移動格子上での諸量で表し、オイラー方程式に応用した。一方、角速度変化をとり入れ NS 方程式を梶島ら[9]が提案し2次元流に用いている。

近年、発表者らの研究室では主に軸対称物体(フェアリング形状+円柱)の非圧縮計算を行ってきた[10]。ここではこの物体の自由飛行、すなわち慣性諸方程式とナビエストークスの式の連成問題を扱う。Fig.1 に表面と子午断面格子を示す物体の慣性飛行、すなわち、一定速度で飛行していたものが推力ゼロになった後の軌跡と姿勢変化を  $Re$  数 < 10 万で扱う。多くの問題、例えばスカイダイビングでパラシュート未使用だとターミナル速度は 80 m/s 程度であり、圧縮性計算も有用かつ必要でもある。圧縮性流れについては PCTVDスキームによった。非圧縮流れについては擬似圧縮性法の Dual-Time Scheme で同一の格子により行い流れ場の構造および加速や物体姿勢の変化の様子を調べる。

### 2. 基礎方程式

ナビエストークスの方程式を解くが、物理空間 ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) から計算空間 ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ) へ変換する。計算格子は Fig. 1 の二次元格子を対称軸 Z 軸まわりに回転させることで作成される三次元格子を使用する。

速度変換: 回転し並進する物体に固定した座標での諸量を静止座標での諸量を \* つきで表すと次式となる梶島[8]。ただし  $T$ : 移動座標の並進位置変化であり、 $T$  のドットつきが時間微分で格子移動速度、 $R$ : 回転行列、 $RS = dR/dt$

$$u_i = \dot{T}_i + R_{ij}(u_j^* + S_{jk}x_k^*) \quad (1)$$

結局、移動座標での速度についての NS 方程式は下式となる。

$$\frac{Du_i^*}{Dt} = -\nabla_i^* P^* + \frac{1}{Re} \Delta^* u_i^* - R_{ij}^{-1} \ddot{T}_j - (S_{ij}^{*2} + \dot{S}_{ij}^*)x_j^* - 2S_{ij}^* u_j^* \quad (2)$$

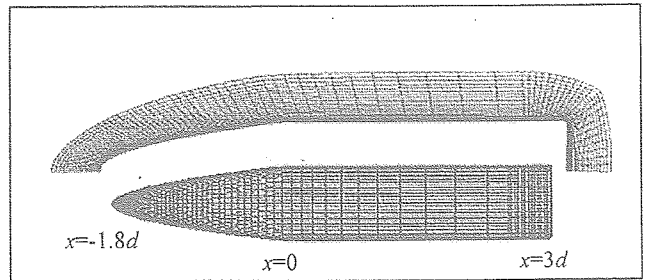


Fig.1 Body-Model and Grid on azimuth plane

著者らが得た固定格子の解[10]を考察するかがり左右非対称は 40 度程度の迎角レイノルズ数 < 6 万ではあらわされていない。なかば仮定であるが左右対称流れとするとモーメントはピッチングモーメント;  $N$  のみを考えれば良く、迎え角  $\theta$ 、 $\Omega = d\theta/dt$  として下式を得る。

$$I\dot{\Omega} = N \quad (3)$$

また、慣性方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \dot{U} + \Omega W &= -D / \rho - G \sin \theta \\ \dot{V} &= G \cos \theta \sin \varphi \\ \dot{W} - \Omega U &= L / \rho + G \cos \theta \cos \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

これ以後、初期速度  $U^*$ 、円筒部直径  $d = 7.5 \text{ cm}$  で無次元化した式を用いる。ここで  $D$  は抗力、 $L$  は揚力であり、横力のみはゼロとここで  $\phi$  はロール角 (長手  $x$  軸まわりの回転角) であるが本報告ではゼロ;  $\phi = 0$  とする。式 (3、4) の数値積分はそれぞれ機体速度と姿勢を決める。ここで、 $G = 9.8d/U^*$ 、 $\rho = \rho_{\text{body}} / \rho_{\text{fluid}}$  (機体 : 流体密度比)。

### 3 数値計算

3.1 BFC 座標 方程式 (2) を曲線座標系の保存系表示にすると次のようになる。圧縮性計算での未知数ベクトルは  $Q = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e]^T$  であり非圧縮計算では  $Q = [0, u, v, w]^T$  となり、添え字  $v$  は粘性応力成分を示す。PCTVD法は minimod 関数による古典的なものである。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(E - E_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial \zeta} + \frac{\partial H}{\partial \tau} = K \quad (5)$$

ただし、各要素は次のようになる。まず移動座標による付加項を含む右辺  $K = [0, 0, Ky, Kz]^T$  の成分は式 (2) の粘性項以降の3項で各方向の移動加速度と  $R^{-1}$ 、固定格子速度と  $S_{ij}$ 、さらに  $(x, z)$  と  $dR/dt$  の積から得られる。

$$E = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} U \\ Uu + \xi_x p \\ Uv + \xi_y p \\ Uw + \xi_z p \end{bmatrix} \quad H = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p/\beta \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

$$E_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ g^{11}u_\xi + g^{12}u_\eta + g^{13}u_\zeta \\ g^{11}v_\xi + g^{12}v_\eta + g^{13}v_\zeta \\ g^{11}w_\xi + g^{12}w_\eta + g^{13}w_\zeta \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 $U$  は並進速度と同じ記号であるが曲線座標系での反変成分であり、次のようになる。

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w$$

### 3.2 Beam and Warming 法

計算スキームとして Beam and Warming 法を用いる。これはシステム方程式の陰的時間発展法の一つでありシステム方程式の左辺を因子分解することにより計算を容易にする交互方向 (Alternating Direction Implicit, ADI) 解法である。

$H$  の擬似時間積分に対して台形法を適用するが、それとともに次の A,B,CD が線形化を行なう際に現れる。

$$A^n = \partial E^n / \partial H^n$$

$$A = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \xi_\tau & \xi_x \beta & \xi_y \beta & \xi_z \beta \\ \xi_x & U + \xi_x u & \xi_y u & \xi_z u \\ \xi_y & \xi_x v & U + \xi_y v & \xi_z v \\ \xi_z & \xi_x w & \xi_y w & U + \xi_z w \end{bmatrix} \quad (7)$$

$B, C$  も同様であり  $D = [0, 1, 1, 1]^T / J \Delta t$  で、 $\Delta t$  は時間刻みである。陰的近似因子化法 (Implicit Approximate Factorization method) を用いて左辺を次のように近似する。RHS は近似因子化法で生じた項で表されるものであり

$$L_\xi L_\eta L_\zeta \Delta H^{n+1} = RHS \quad (8)$$

$$\text{ここで} \quad \Delta H^{n+1} = H^{n+1} - H^n$$

は、上の手順、すなわち交互方向陰解法 (Alternating Direction Implicit, ADI) によって求められる。圧縮性計算での TVD 項は以下の古典的なもので  $R, \Phi$  はそれぞれ A,B などの対角化、数値的散逸である。肩つき (2) はコレクター計算後の値を示す。

$$\begin{aligned} Q_{i,j,k}^{n+1} &= Q_{i,j,k}^{(2)} + (R_{i+1/2}^{(2)} \Phi_{i+1/2}^{(2)} - R_{i-1/2}^{(2)} \Phi_{i-1/2}^{(2)}) \\ &\quad + (R_{j+1/2}^{(2)} \Phi_{j+1/2}^{(2)} - R_{j-1/2}^{(2)} \Phi_{j-1/2}^{(2)}) \\ &\quad + (R_{k+1/2}^{(2)} \Phi_{k+1/2}^{(2)} - R_{k-1/2}^{(2)} \Phi_{k-1/2}^{(2)}) \end{aligned}$$

### 3.3 境界条件

流出境界では速度、圧力とも一格子外側へ0次外挿する。球面:直径  $20d$  に選んだ遠方境界での条件は機体の姿勢で流入流出領域が移動するが式 (4) の解から合成される静止座標速度成分  $U_{fix} W_{fix}$  を用い次式 (1) の変形) が流入境界速度を与える。

$$\begin{aligned} u &= -U_{fix} + \Omega z \\ w &= W_{fix} - \Omega x \end{aligned}$$

### 3.4 計算条件

初期速度  $U^*$ 、代表長:円筒部直径  $d = 7.5 \text{ cm}$   
非圧縮性流れ  $Re = 4 \text{ 万} 8 \text{ 千}$  (主流速  $U^* = 10 \text{ m/s}$ ) 重力バ  
ラメタ  $G = 9.8 * 0.075 / 10 * 2 * \rho$  密度比 = 3500, 800, 30, 20, .5,  
物理時間刻み  $\Delta t = 0.1$  擬似時間刻み  $\Delta \tau = 0.01$   
圧縮性流れ; マッハ数、 $M = 0.3$   $Re = 10 \text{ 万}$ ,  $\rho G$  効かない

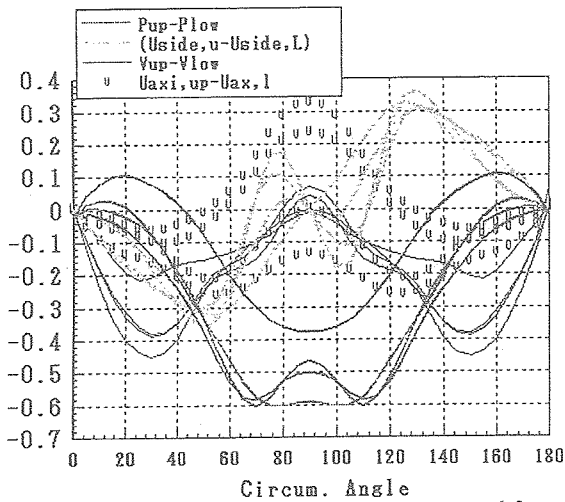


Fig.2 Difference of Flow variables as for upper & Lower surface

4. 解析結果

ここで扱われるのは以下の数値例である。

- I 非圧縮流れで 迎角変化のみ、相当する  $\Omega = \pi/9$
- II 非圧縮流れ 連成解 密度比 > 5 の物体、初期状態が水平飛行と 40 度斜方上昇
- III マッハ数 0.3、回転についてのみ物体固定 座標  $\Omega = \pi/10$

4.1 非圧縮流れで静止座標で迎角変化；非連成解

流入境界で  $u = \cos \theta$   $w = \sin \theta$  として  $d\theta/dt = \pi/9$ 。とした計算で式(1)～(4)は用いない例である。Fig.2に4つの流体変数  $P, U(Uaxi), V, W(Uside)$  の同一スパン位置での背側と腹側の値の差を示す。速度成分は壁面隣接格子点での値である。瞬時迎角：-2.9度と-5.3度でノーズ部分  $x = -1.2$  と後端  $x = 3$  での分布である。-5.3度（俯角が大=大迎角）になるとともに 腹側対称線付近へ「速く集合して ( $Uside$  のピーク部) 後、後端方向かつ外へ遠ざかる速度 ( $Uaxi$  と  $V$ ; 細い実線) が腹側で速くなる。物体が下向くほどまた後端ほど背側と腹側の差が大きくなり、

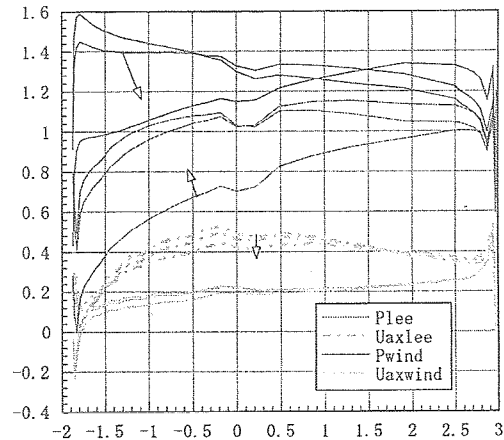


Fig.3 Profiles along Windw. & Leaside Symmetry Line Varying Angle of Attack 12deg → 0deg → -12deg

静圧については背後うずに対応した逆圧部が背後対称線の両側 45 度より外側に発生している。

模型前方からみて水平=スパン方向速度 ( $Uside$ ) 分布は奇関数であり原点对称になっていることが確認できる。これ以外の速度成分と静圧は物体長手軸を通る対称面について対称な偶関数になっている。以上各変量の対称性が確認できる。これ以降の分布図は対称面内が主である。

Fig.3にはFig.2に現れたうち、 $P$ と $U(Uaxi)$ を背後およびそれにつながる腹側対称線に沿って描いた。図中矢印は迎角の  $\theta = 12 \text{ deg}$  から  $\theta = -12 \text{ deg}$  へのピッチング回転にともなって各カーブがシフトしたことを示す。球頭ノーズ側； $x < 0$ の部分で  $\theta = 12 \text{ deg}$  で流体が背後部に回って出来た、サクシオンピークは、 $\theta = -12 \text{ deg}$  になると平底端側； $x = 3$ あたりに移ってしまうのが現れている。 $\theta = 0$ では静圧は背腹側とも軸方向に静圧がほぼフラットな分布になり背面と腹側対称線の  $P$ の分布が近い分布をもつ、この迎角付近で Drag；空力抵抗が小さくなる事が予想できる。しかし破線で示した壁面隣接速度=せん断力はあまり影響を受けていなくて圧縮性解との比較も含め検討の必要がある。

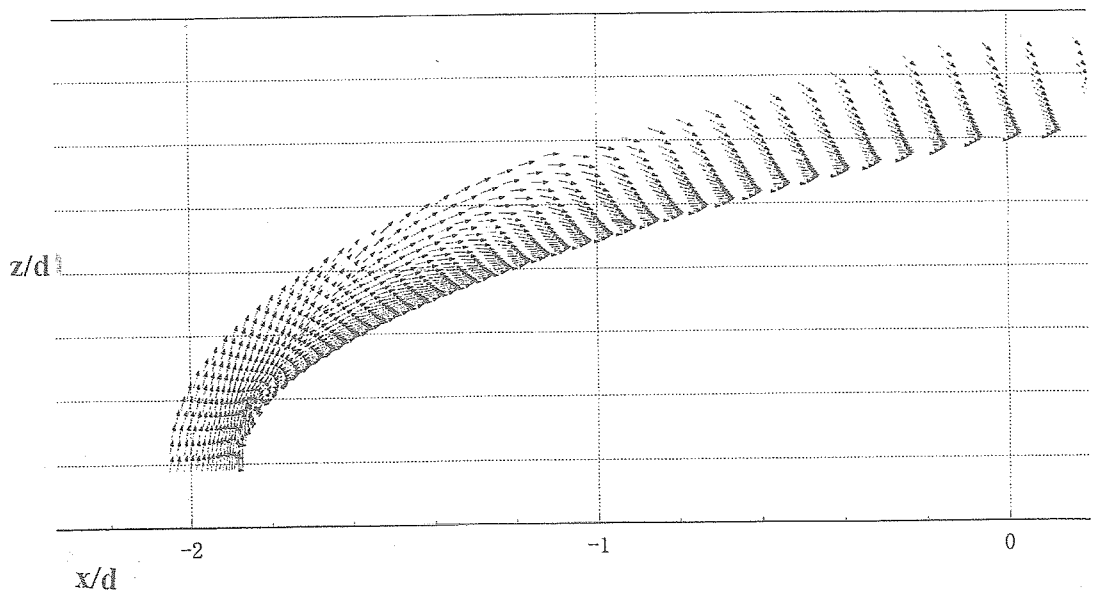


Fig.4 Initial Velocity Vctor at Lee.Symmet.Plane  $\theta = 40$

4. 2 非圧縮流れ連成解

ここでは、機体迎角40度で、水平方向からの一様流が来るすなわち水平飛行で推力ゼロ（この時点をと  $t=0$  と定義）からスタートした場合を扱う。式(1)～(4)も用い Fig. 4 に示されている迎角40度の解を初期値とした。

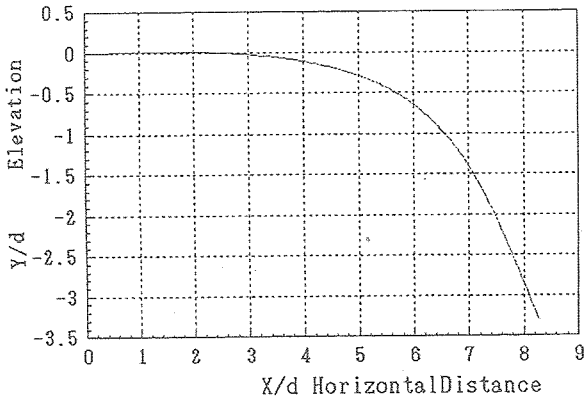


Fig.5 Trajectory of Body Density ratio 50

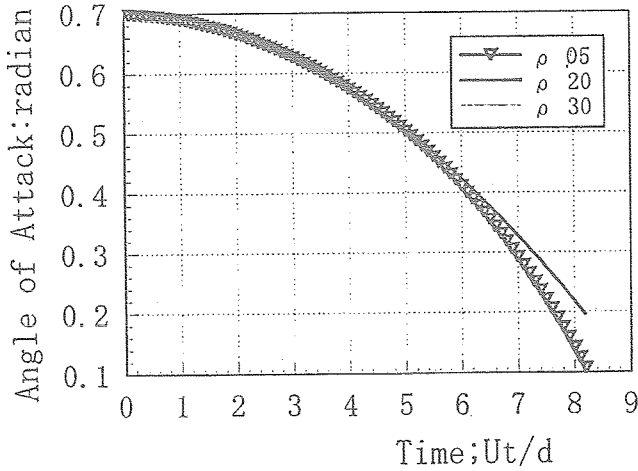


Fig.6 History of Incidence angle for some Density Ratio

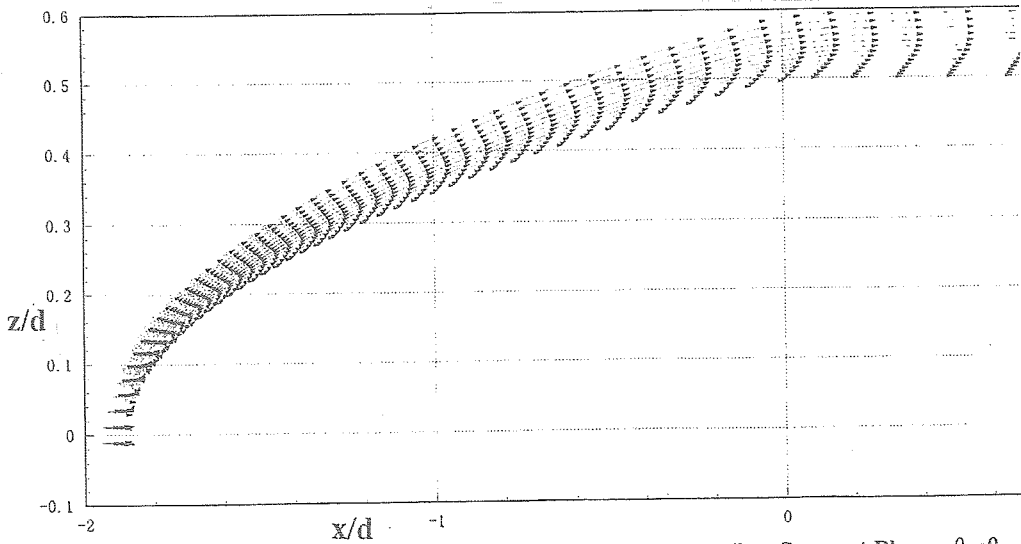


Fig.7 Initial Velocity Vector at Lee.Symmet.Plane  $\theta = 0$

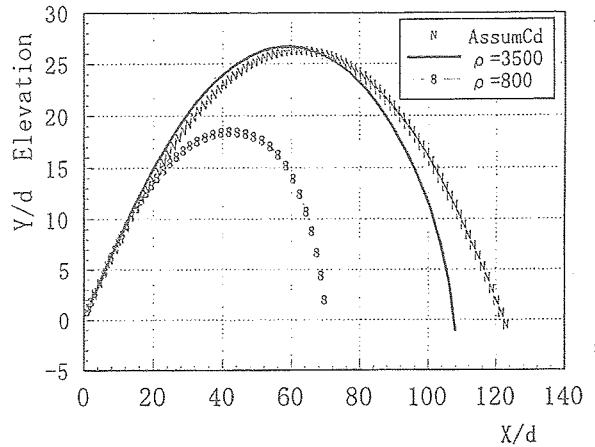


Fig.8 Trajectory for Some Density ratios & only by Second Law

Fig. 4には背後対称面の速度ベクトルが示されているが、ノーズ後半部分以後はベクトルが斜め下を向いて吹き下し成分があることがわかる。機体の軌跡を Fig.5 に示す。密度比50では水平距離8.2d 落下距離3.3dに到達している。Fig. 6に迎角の時間変化を各密度比について示した。密度比小ほどピッチング角変化も早い。しかし、非常にスケールの小さい飛行になっているので次節では、密度比  $\rho$  を大きくして流体力からの連成を小さくして遠方まで到達させ、質点力学でいう斜方投射との比較を行なう。

4. 3 非圧縮流れ連成解 II

ここでは静止座標の水平軸との開き角  $\alpha$ （重力方向とは  $\alpha$  の余角）の方向に上昇中に推力ゼロになる例を示す。すなわち  $\alpha$  方向から一様流が来る場合でゼロ迎角の解が初期値である。Fig. 7 に示されている迎角0度の解を初期値とした。Re 数は4. 2節の例と同一すなわち初期飛行速が上述の水平速度と同一ということである。いずれも飛行して定速度の状態から、推力ゼロになって揚抗力、モーメントにより軌道と迎角が変化して行く。

4. 2節の末尾の考察に述べたように当然、式(3)の密度比 $\rho$ が大ほど揚抗力の影響はなく連成問題でなくなっていく。連成無しの抗力係数 $Cd = 1.75$ とした式(4)のみ用いた、すなわち質点力学の解とともに飛行軌跡をFig.8に示す。最高位置は一致しているが到達距離は質点力学の解のほうが、やや遠い。これは、本解析では迎角が変化し、角速度が寄与するためと推測できる。

4. 4 圧縮性流れ 定速一定角速度での解

回転についてのみ物体固定座標を用いている。マッハ数0.3でピッチ角は $\theta = \pi t/10$ と置いた、したがってこの例も連成解ではない。左からの一様流にノーズ部が向き合う姿勢を初期状態として反時計まわりの回転をさせた。

回転ピッチ迎角 $\theta$ を横軸( $\theta = \pi t/10$ により時間 $t$ にも置き換えられるが)に $Cd, CL, Cm$ をプロットしたものがFig.9である。Lugtの楕円柱の非圧縮計算[1]の $Cd$ をこの図ではスケールを倍にして比較している。

図中の矢は機体の向きである。流体力が、物体迎え角の周期変化を位相遅れなく反映し、また空力係数 $Cd, CL, Cm$ がほぼ振幅減衰ゼロで再現されることが観察できる。Lugtの $Cd$ 分布が時間経過とともに振幅変化しているのはロスビー数 $\Omega d/U=2$ という大きな回転角速度[1]で誤差が多少蓄積している可能性がある。 $Cd$ があるプラスの値を中心に繰り返して変動するが負にはならないことは共通である。ただ $Cda =$ 時間平均が、Lugtの $Cda = 3$ に対して $Ma = 0.3$ では $Cd = 1.3$ 付近が平均値である。これらはいずれも一般に知られているそれぞれに似た形状の物体の定常 $Cd$ の約2倍という点でも共通点がある。本数値解の $Cd, CL$ には楕円柱;Ellip.Cylにはない程みが見れている。これは単純に言えば一様直径でないため、流れを垂直にさえぎる場合でも球頭部分の先端へ向けての流れが $Cd$ や $CL$ の小さくぼみを生む原因になったと思われる。

Fig.10 および11に瞬時迎角 $= 120$ と $60$ 度での静圧を各 $x$ 断面で示す。各 $x$ での横腹の静圧との差を100倍してある。マイナス値であっても、横腹の静圧との差であるのに注意する必要がある。時系列的にはFig.10が先であるが、Fig.11の方はもう60度回転後に2回転完了で始動初期位置に戻る状態にある。いずれも平底端では正值だが機体が後ろに寝ている120度のほうがかなり平底端の値が大であり、円柱部が上流(左)寄りなので平底端以外の各断面が似通った分布である。Fig.11では $x = -1.37$ ;全長の1/6付近にあたる先端近くで背面負圧が大きい。これは一般的なリーディングエッジサクションと合致している。 $x = -0.7$ では同じ大小関係であるが、先端寄りの $x = -1.8$ では逆に背後側が絶対値小のカーブになる。おおむね、Fig.10とくらべ背側を覆う負圧部分が大きい。Fig.12に対称線上の代表位置での圧力履歴を示した。

5. 結言

1. 非圧縮計算において広範囲の機体密度比について流れ場および飛行軌跡を得ることができ、通常機体については軌跡は質点力学との定性的一致を得ることが出来た。

2. 一様流中での同一の形状の物体の回転において、 $Cd$ や $CL$ の時間変化曲線には小さくぼみが見れた。これは球頭部分の先端へ向けての流れが原因になったと思われる。

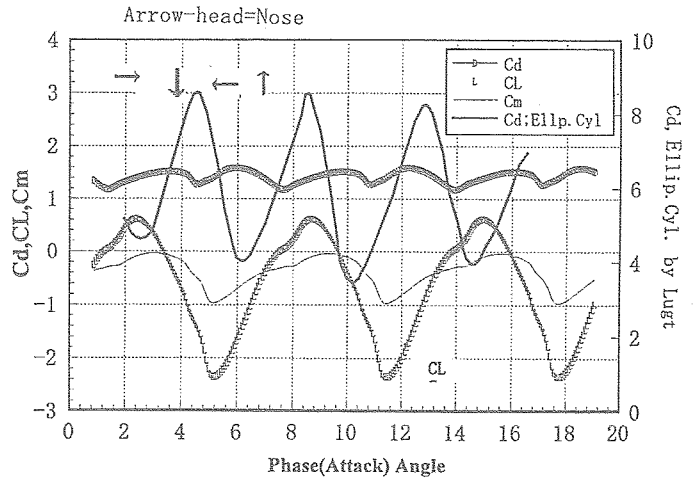


Fig.9 Cd,CL,Cm for Rotation in Constant Translat. Velo. M=0.3

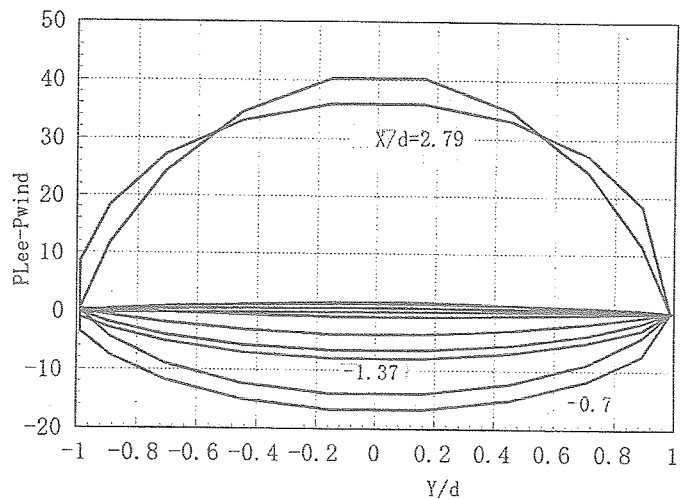


Fig.10 Pressure Profile at 120deg Incidence

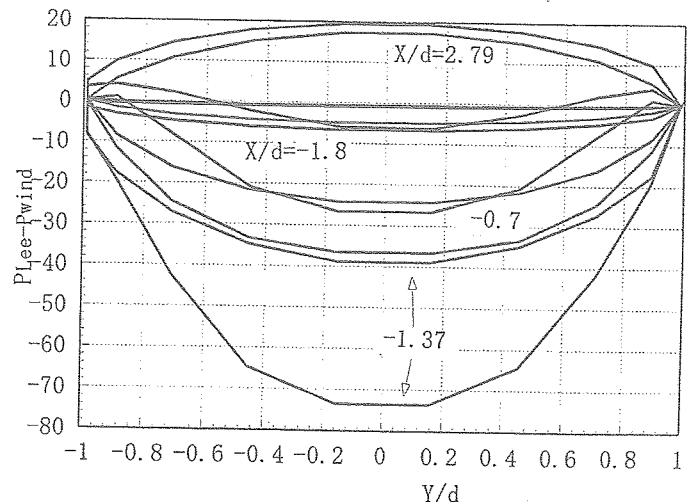


Fig.11 Pressure Profile at 60deg Incidence

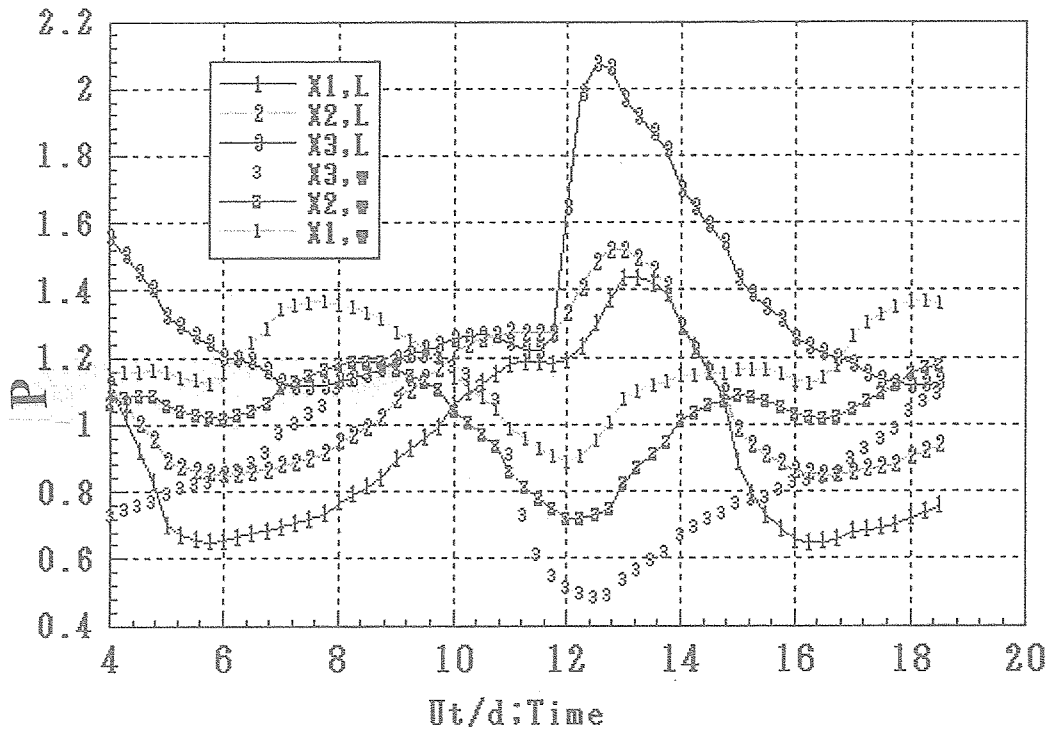


Fig.12 History of P, surface at Some X's on Leeside & Wind. Symmetry Lines;  $X1=-0.49, X2=0.49, X3=2.61$

#### 参考文献

- [1]Lugt, H.J. and Ohring, S, J.Fluid Mech, Vol.79,pp127-136,1977.
- [2] 鈴木宏次郎: 大迎角円錐円柱体まわりの非圧縮性三次元剥離流れ場の位相数学的研究,, 東京大学博士論文,1990.
- [3] 安部隆士、船曳勝之 雛田元紀、航空宇宙学会 15 周年会講演集、p118, 1984, または航空宇宙学会誌、第 33 巻、p 374, 1985
- [4]Kubota,H. Arai, I and Matsuzaka, M. J. Spacecrafts and Rockets, Vol.20, pp108-114, 1983., Suzuki, K and Kubota, H Proc. ISCFD,Nagoya · p317-322(1989)pp119-192,1994
- [5]Yoshinaga, T, Tate, A, Inoue K.AIAA Paper 81-1899,1981
- [6]清水、森下 非定常運動する円柱まわりの流 第24回流体力学講演会 p p 49-52 (1992)
- [7] 西川進栄, 三神史彦: 日本機械学会論文集 (B編), Vol.68, No.669, pp.1407-1414, 2002.
- [8]高倉 1 2 回数値流体力学シンポ講演要旨集,pp271-272 1998.
- [9]山崎、竹内、梶島、2004年機械学会関西支部総会講演集、pp12-27-12-28,2004.
- [10] Nishikawa N. et al CFD Journal Vol. 11, No2, pp242-251, 2002.