

ストローハル数遷移領域における円柱後方の縦渦構造のシミュレーション

黒滝卓司、住隆博

宇宙航空研究開発機構/総合技術研究本部

松山淳

(株) 三向ソフトウェア開発

Numerical Simulation of Vortex Structures in the Cylindrical Wake

by

Takuji Kurotaki, Takahiro Sumi and Jun Hiyama

ABSTRACT

Three dimensional vortex structures in the wake region behind two dimensional cylinder in the laminar flow are analyzed. In the wake-transition regime of Reynolds number between about 190 and 260, experiments show discontinuous changes of Strouhal number and the existence of two modes; Mode A and Mode B whose span wise characteristic wave length are about $4D$ (D : diameter of cylinder) and D respectively. The compressible Navier-Stokes equations are solved with the finite difference method. 4th order penta-diagonal compact scheme with 4th order Runge-Kutta time integration scheme are used for high accuracy and resolution. NSCBC which is generalized into the body fitted grid system is applied to the boundary condition. Numerical results show good agreements with experimental data of Strouhal number for both Mode A and B in the wake-transition regime. Span wise characteristic wave lengths for both modes are captured clearly. These results show the validity of effectiveness of highly accurate and resolution methods used here for the analysis of complex flow structures.

1. はじめに

最近のCFD研究の成果の一つとして、コンパクトスキーム等の高精度・高解像度差分法による非定常計算法の発展が挙げられる。もともと、これらの高精度の解析法は、直接シミュレーション(DNS)の発展とともに発達してきたと考えられるが、現在では、LESへの応用も広く行なわれており、特に乱流を含む、比較的大きなレイノルズ数領域での複雑な流れの解析に、新しい分野を開拓しつつある。これらの流れは、一般的に非定常性の強い流れであり、必然的に、このような流れの現象を研究対象として扱う場合には、非定常な解析を行うことが必要となる。

航空宇宙分野をはじめとする、流体と密接な関係のある諸分野において、これらの流れの様子を、数値解析によって深く理解することにより、従来の解析手法のアプローチではなかなか立ち入ることが困難であった多くの応用分野まで、研究領域を広げることが可能となることが期待される。例えば、翼の設計という観点からは、失速特性の問題や効率の良い高揚力装置の設計の問題があり、また、特に騒音軽減をはじめとする音響問題への応用は、ようやく実用化に向けて研究が始まったばかりであるが、CAA (Computational aeroacoustics) という新しい領域に発展しつつある。

筆者らは、これらの将来的課題に取り組むことを目的として、圧縮性ナビエ-ストークス方程式を用いて、乱流領域を含む複雑形状周りの流れを扱う手法を開発している。ここでは、その過程の一環として、層流流れにおいて興味ある問題である、ストローハル数遷移領域における2次元円柱後方の渦構造に関するシミュレーションを行なったので報告する。

2. 研究の背景

低レイノルズ数領域における2次元円柱後方の流れの構造が明らかにされたのは、研究の歴史が長いにもかかわらず、比較的近いことである(その主な理由は、円柱両端から発生する流れの3次元性を除くことが困難であったためである)、3次元後流の渦構造に応じて、いくつかの

領域に分類できることが、最近の実験の結果から明らかになっている¹⁾。

直径 D を基準長とした Re 数が約190を超えない領域は、Laminar Vortex Sheddingと呼ばれ、 Re 数が約50以下の場合のように、極端に小さくない限りは、2次元的なカルマン渦列が観察される。この場合は、流れは2次元として扱うことができる。 Re 数が約190を超えると、2次元円柱後方で3次元縦渦構造が生じ、流れはもはや2次元として扱うことはできず、3次元的となる。 $Re=190-260$ の範囲は、特にWake-Transition Regimeと呼ばれ、後述するように、ストローハル数が遷移する領域である。さらに Re 数が増加し、 $Re=260-1,000$ の範囲では、細かいスケールの3次元渦による乱れが増大し、それ以上の Re 数領域、 $Re=1,000-200,000$ の範囲は、Shear-Layer Transition Regimeと呼ばれ、後流において、層流から乱流への遷移が起こる。さらに Re 数が増加すると、遷移点は、後流の上流側へ移動し、いわゆる臨界 Re 数付近で、円柱上で遷移が起こるようになり、円柱の抵抗が急激に上昇する。

$Re=190-260$ のWake-Transition Regimeの範囲では、いわゆるMode Aと呼ばれるスパン方向モード長が約 $4D$ の縦渦構造とMode Bと呼ばれる同モード長が約 D の縦渦構造がヒステリシスを伴って現れることが実験的に知られている。これらのモードは、ストローハル数の不連続な遷移に関係している¹⁾。図2.1に、ストローハル数と Re 数の関係(文献 1)より引用)を示す。 Re 数180-190の領域で、2次元的な流れとMode Aの縦渦構造が、また、 Re 数240付近の領域で、Mode AとMode Bの縦渦構造がヒステリシスを持って現れることがわかる。図2.2に、後流渦構造の2種類のモードを可視化した実験結果を示す(文献 1)より引用)。写真の下方に見えているのが、円柱部分であり、流れは下方から上方へ向かっている。

これらの流れのシミュレーションは、Zhangらによって行なわれ、モードの異なる渦構造がCFDによって初めて捕えられた²⁾。その後、数例の報告がなされているが、それらはいずれも非圧縮のナビエ-ストークス方程式を解いたものであり、本研究のように、圧縮性ナビエ-ストークス方程式で解かれた例は、筆者の調べた限りでは、まだ無いと思われる。

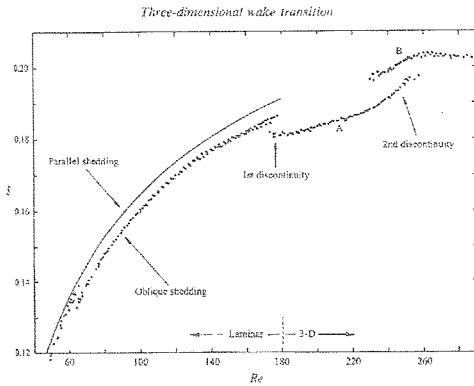


図2.1 ストローハル数とRe数の関係 (文献 1) より引用)

3. 解法の概要

上述した Wake-Transition Regime の範囲では、後流部分も含めて、流れは層流であるとしてよいので、特に LES 的なモデリングは用いていない。

支配方程式には、3次元圧縮性ナビエ-ストークス方程式を用い、構造格子により有限差分法的に離散化を行なう。対流項と粘性項の差分には、最適化された5重対角型の4次精度 Pade 型コンパクトスキーム³⁾、時間積分には、最適化された低容量型 5-6stage 4次精度 Runge-Kutta スキーム⁴⁾を用いる。この Runge-Kutta スキームでは、通常の Runge-Kutta スキームと異なり、CFL = 1 までの範囲で、時間精度を落とさずに解析できることが確かめられている⁴⁾。

さらに、Gaitonde らによって提案されている8次精度 Pade 型のコンパクトフィルタリングスキームを用いて、高周波の数値振動成分の除去を行なっている⁵⁾。この際、できるだけ不必要に除去し過ぎるのを避けるため、カットオフ周波数に関連したパラメータ α は 0.495-0.498 の範囲で計算を行なっている。

解析ケースは、全部で4ケースで、 $Re=200, 250$ (Mode A)、 $Re=250, 400$ (Mode B) のように、それぞれのモードに対し、2ケースずつ行なう。解析に用いた円柱のスパン方向の長さは、Mode A で 16D、Mode B で 4D である。また、計算に用いた CFL 数は 1.0、一様流マッハ数は 0.3 である。

流入、流出境界条件は、一般座標系に拡張された NSCBC (Navie-Stokes Characteristic Boundary Condition)^{6), 7)}に、外側境界での反射を避けるため、バッファゾーンを設ける。また、壁面における境界条件は、一般座標系に拡張された NSCBC を用いる。スパン方向両端における境界条件は、当初周期境界を与えたが、後流における3次元渦構造を捕獲できなかったため、これも一般座標系に拡張されたすべり条件に対する NSCBC にバッファゾーンを設ける⁸⁾という手法をとった。

格子は O 型で、格子点数は、周方向に 201 点、半径方向に 141 点 (そのうち、バッファ 40 点)、スパン方向に 91 点 (そのうち、両端にバッファ 20 点ずつ) であり、半径方向の最小格子幅は、直径基準で 0.005D である。本研究における Re 数領域では、この格子幅により、境界

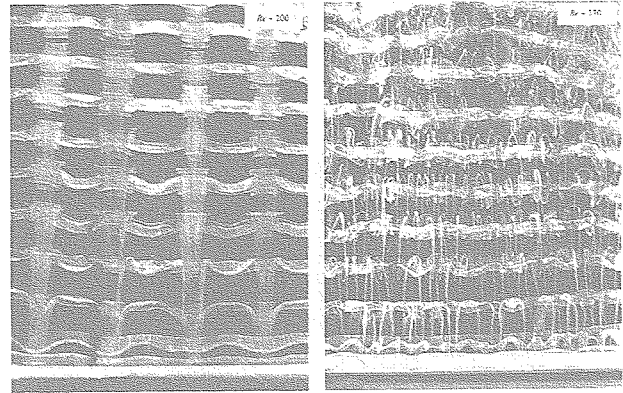


FIGURE 2. Mode A and B three dimensional instabilities. (a) Mode A instability, associated with the inception of streamwise vortex loops. A typical example for $Re=200$, corresponds to a spanwise wavelength $\lambda/D=4.61$, which is remarkably close to the maximum growth rate from Floquet analysis, Barkley & Huerfano (1994). (b) Mode B instability, associated with the formation of finer-scale streamwise vortex pairs. $\lambda/D \approx 1.9$, $Re=250$. Note that both photographs are to the same scale, and flow is upwards.

(a) Mode A

(b) Mode B

図2.2 後流渦構造の2種類のモード (文献 1) より引用)

層内に 20 点近くの十分な数の格子点を確保することができ。なお、半径方向のバッファ部分を除いた解析領域は、20D とした。

図 3.1 及び図 3.2 にそれぞれ上方、側方より見たグリッドの全体図、図 3.3 及び図 3.4 にそれぞれ図 3.1 及び図 3.2 の拡大図を示す。図中濃い部分がバッファ部分以外の解析領域である。半径方向のバッファ部分は、格子幅を約 1.3 倍ずつ増加させて生成したが、NSCBC とこのバッファ部分を設けることにより、外側境界での反射を、ほぼ完全に除くことができる。スパン方向両端におけるバッファ領域は、格子点数の制約から、片側 20 点ずつとやや少なく、格子幅を指数的に増加させて生成した。十分なバッファ生成とは言えないものの、解析結果を見る限りでは、十分に機能していると考えられる。

4. 結果および考察

解析は、まずスパン方向の格子点を 10 点程度にした 2次元解析を行い、それを初期条件として、3次元解析に移行した。円柱の後流部分直後において、2次元状態から徐々に3次元性が現れてくる。そして、それが後方に伝播して行く。一方、これらの3次元性は、わずかながら前方にも伝わって行き、最終的には、円柱前方も完全な2次元ではなく、3次元性を有する流れとなった。円柱後流部分で十分な3次元性を得るためには、かなり多くの計算を必要とし、直径と一様流速度を基準とした無次元時間で、最低でも 10 のオーダーが必要であった。

図 4.1 及び図 4.2 に、それぞれ、 $Re=200, 250$ における Mode A のケースの渦度分布を示す。図中 (a) は横渦であり、 z 方向渦度 ω_z を示す。図中 (b) は縦渦であり、 y 方向渦度 ω_y を示す。円柱長さは 16D であることを考えると、両ケースとも、ほぼ 4 波長分の縦渦構造を捕獲しており、1 波長は約 4D である。

図 4.3 及び図 4.4 には、それぞれ、 $Re=250, 400$ における Mode B のケースの渦度分布を示す。図 4.1 及び図 4.2 と同様に、(a) は横渦 ω_z 、図中 (b) は縦渦 ω_y を示す。これらの場合にも、解析結果は、ほぼ 4 波長分の縦渦構造を捕獲しており、円柱長さは 4D であるので、1 波長は約 D の長さに相当する。

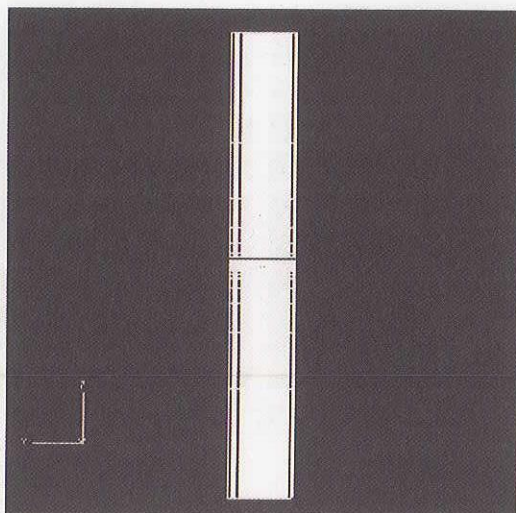


図 3.1 グリッド全体図（上方より見る）

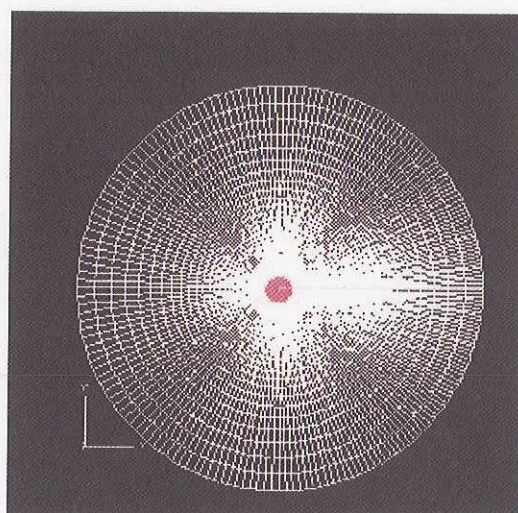


図 3.2 グリッド全体図（側方より見る）

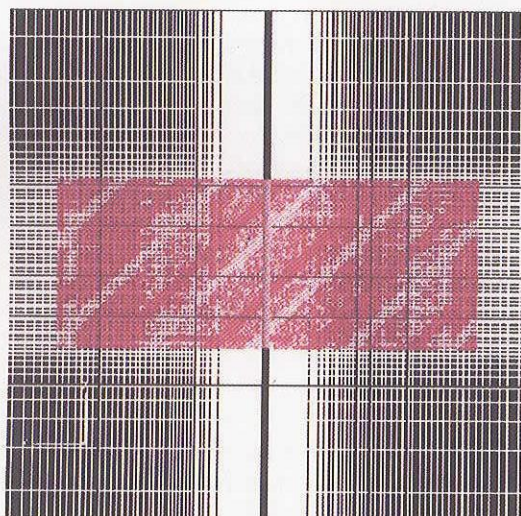


図 3.3 グリッド拡大図（上方より見る）

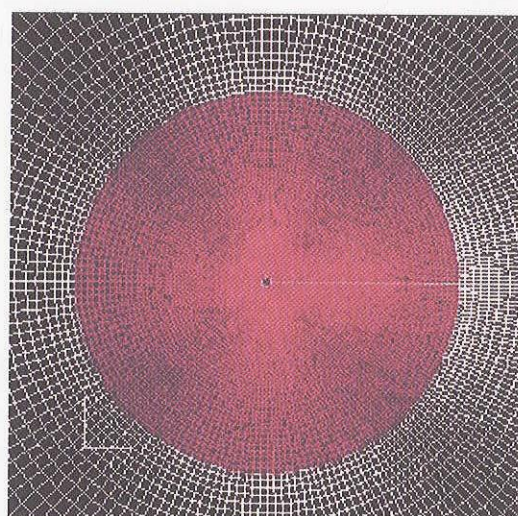


図 3.4 グリッド拡大図（側方より見る）

図 4.1 及び図 4.2 の Mode A のケースでは、渦度分布にそれほど顕著な違いは見られない。一方、Mode B のケースでは、図 4.3 の $Re=250$ の場合には、ほぼ規則的な渦構造を有しているのに対し、図 4.4 の $Re=400$ の場合の方は、やや乱れが大きくなっていることが観察される。第 2 章で述べたように、 $Re=1,000$ 程度までは、細かいスケールの 3 次元渦による乱れが増大していくことが実験的に示されているが、その変化の様子を捕えているものと考えられる。

図 4.5 に、ストローハル数と Re 数の関係に関して、実験と今回の解析結果の比較を示す。ストローハル数は、直径と一様流速度を基準に取った。図中には、 $Re=200$ 及び 400 における 2 次元解析の結果も併記した。

縦渦構造が存在すると、ストローハル数は、2 次元を仮定した場合よりも若干減少する。図からわかるように、2 次元を仮定したストローハル数の結果は、実験から得られた曲線の延長上にあり、今回の解析に用いた格子間隔やスキーム、時間積分法等の基本的手法の妥当性を裏付けられる

のである。3 次元渦構造を有する、Mode A 及び B の違いによる、ストローハル数の不連続的な変化が、解析では良好に捕えられており、実験との比較においても、ストローハル数の遷移の様子がほぼ定量的に再現されていると考えられる。

文献 9) では、Mode A 及び Mode B の生成機構が考察されている。Mode B の場合には、3 次元渦構造ができ始める際に、まずペアの縦渦の組ができ、それらが先に放出された primary shedding vortex と位置が近づいた際にお互いに干渉しあい、結果として、比較的強い渦構造となることが知られている。それに対し、Mode A の場合には、2 次元的に発生している primary shedding vortex が何らかの擾乱を受けて波状になり、それらが近づいた際に干渉しあって発生する。そのようにして発生した縦渦は、構造が非常に不安定で、実験においても、長時間持続して観測することはできないことが知られている。

本研究における解析においても、Mode B の場合には、後流部分に3次元性が生じると、形成された縦渦構造が比較的長時間持続するが、Mode A の場合には、規則的な縦渦構造の捕獲がより困難で、形成した後も不安定であり、比較的短時間で消滅してしまう現象が観察された。

この点を理解するために、図4.6及び図4.7に、それぞれ $Re=200$ 、 250 に対応する Mode A 形成後の C_L 及び C_D の時間履歴を示す。横軸は、解析時の Iteration number であり、図中上側が C_D 、下側が C_L の履歴を表す。モードが形成されてから、数周期ほどで、規則的なサイクルが維持されなくなる様子が示されている。それに対し、図4.8及び図4.9に示された、それぞれ $Re=250$ 、 400 に対応する Mode B 形成時の C_L 及び C_D の時間履歴からわかるように、Mode B の場合には、規則的なサイクルが比較的長時間持続する。

これらの違いの原因は、前述したような本質的な縦渦構造の形成要因の他に、マッハ数の影響や、解析精度、特にフィルタリングの違い等の要因も複合されている可能性があり、今後の検討課題である。

また、本研究では、3次元圧縮性ナビエ-ストークス方程式を基本方程式として用いているため、圧力の微小変動、

すなわちエオルス音を捕えることができる。図4.10に $Re=400$ の場合の圧力分布を示す。図中、圧力は、一様流圧力 p_∞ で無次元化し、 $p/p_\infty=0.9935-0.9965$ の範囲で示している。

5. 結論

圧縮性 Navier-Stokes 方程式による2次元円柱の高精度非定常層流解析を行い、複雑な3次元縦渦構造を捕えと共に、遷移ストローハル数を定量的に評価することに成功した。

スパン方向に異なる特性長を持つ Mode A、Mode B を捕獲し得たという点で、本研究で用いた高精度スキーム及び格子生成手法の妥当性が検証された。

また、両モードの捕獲のしやすさの違いの原因等、いくつかの今後の課題を抽出した。

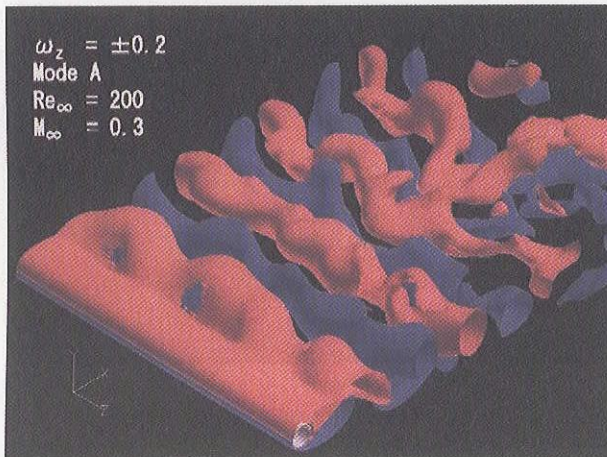


図 4.1 (a) Vorticity ω_z , $Re_\infty=200$, Mode A

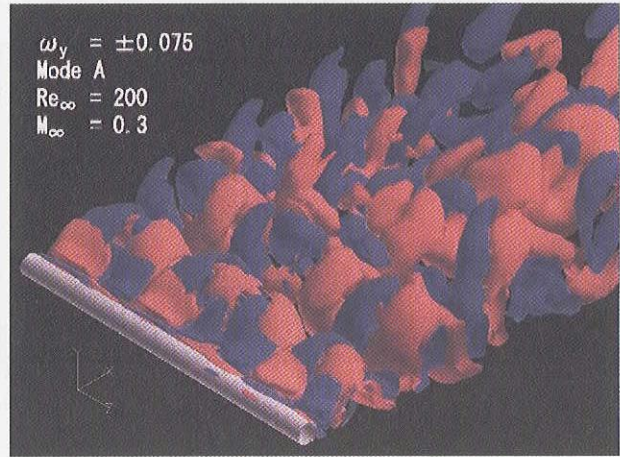


図 4.1 (b) Vorticity ω_y , $Re_\infty=200$, Mode A

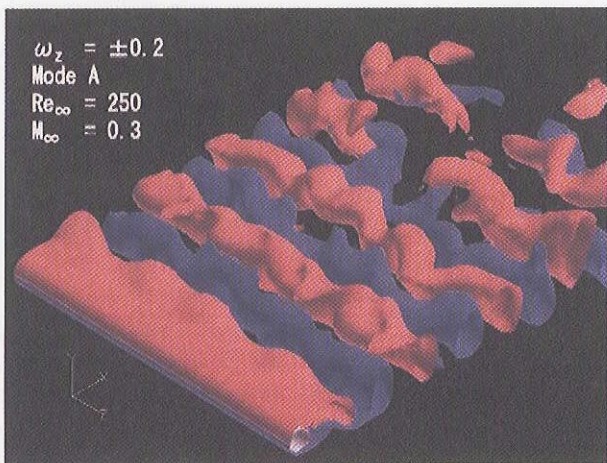


図 4.2 (a) Vorticity ω_z , $Re_\infty=250$, Mode A

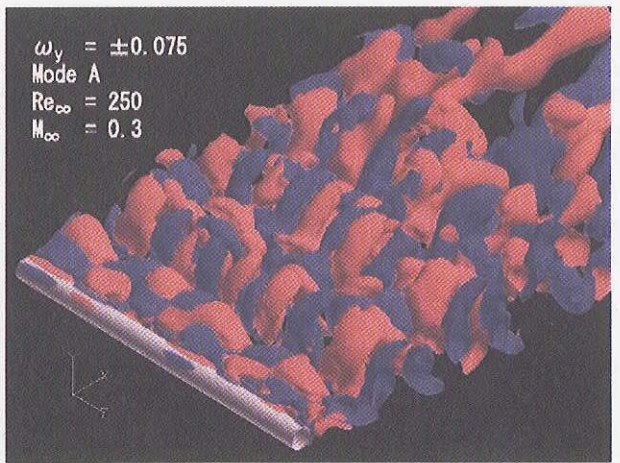
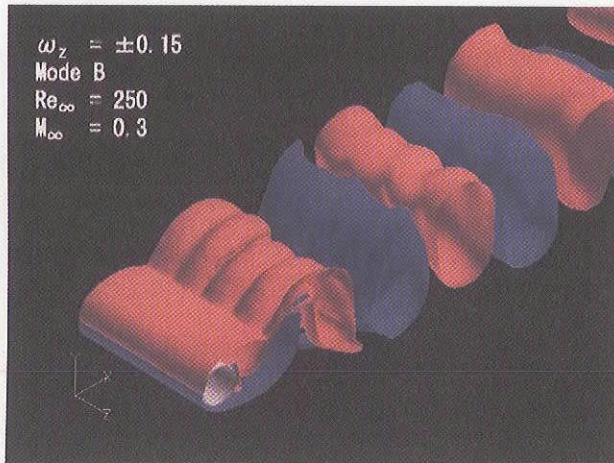
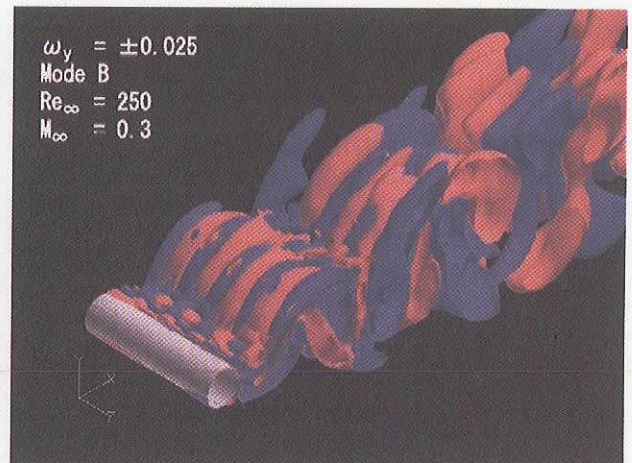
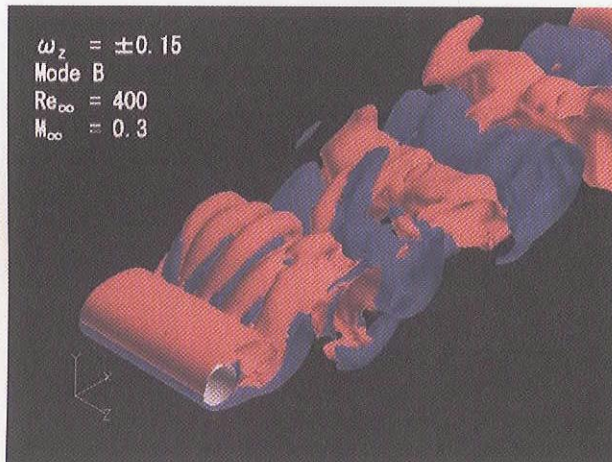
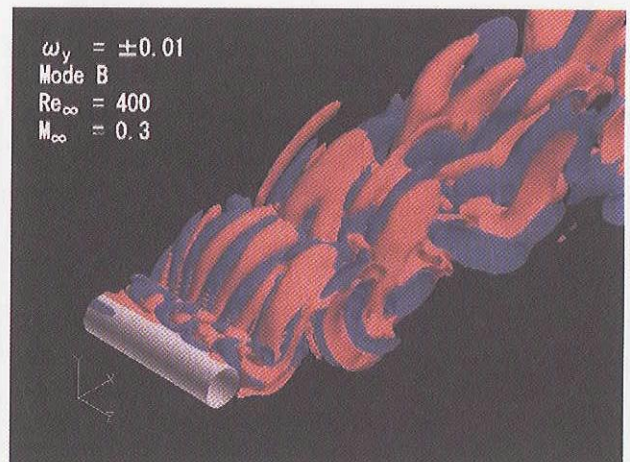


図 4.2 (b) Vorticity ω_y , $Re_\infty=250$, Mode A

図 4.3 (a) Vorticity ω_z , $Re_\infty=250$, Mode B図 4.3 (b) Vorticity ω_y , $Re_\infty=250$, Mode B図 4.4 (a) Vorticity ω_z , $Re_\infty=400$, Mode B図 4.4 (b) Vorticity ω_y , $Re_\infty=400$, Mode B

参考文献

- 1) Williamson, C. H. K., Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 28, pp.477-539, 1996.
- 2) Zhang H, et.al., Phys. Fluids, Vol. 7, pp.1, 1995.
- 3) J. Kim and D. Lee, AIAA J., Vol. 34, pp.887-893, 1996.
- 4) D. Stanescu and W. Habashi, J. Comput. Phys., Vol. 143, pp.674-681, 1998.
- 5) Gaitonde, D. V. and Visbal, M. R., AIAA J., Vol. 38, pp.2103-2112, 2000.
- 6) T. Poinso and S. Lele, J. Comput. Phys., Vol. 101, pp.104-129, 1992.
- 7) J. Kim and D. Lee, AIAA J., Vol. 38, pp.2040-2049, 2000.
- 8) J. Kim and D. Lee, AIAA J., Vol. 42, pp.47-55, 2000.
- 9) Williamson, C. H. K., J. Fluid Mech., Vol. 328, pp.345-407, 1996.

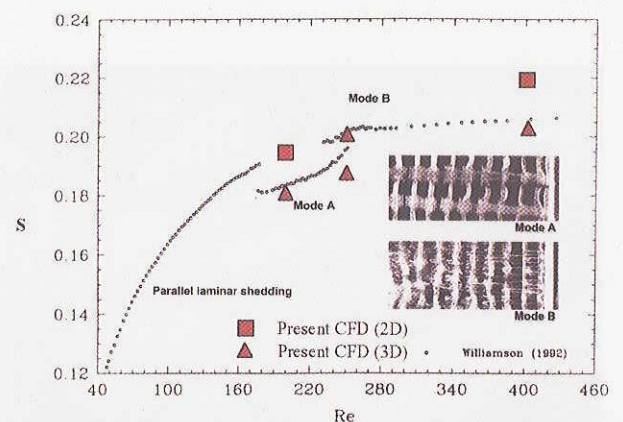
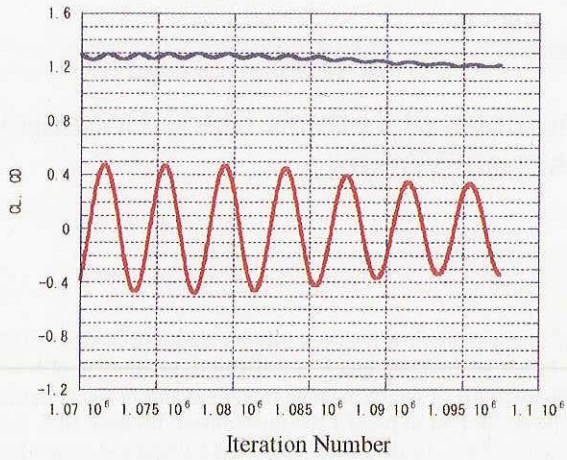
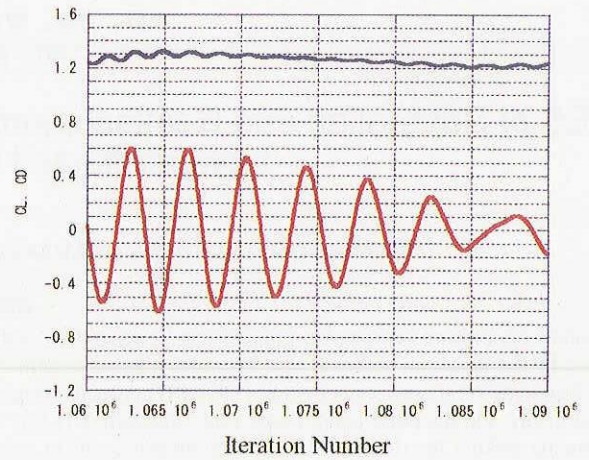
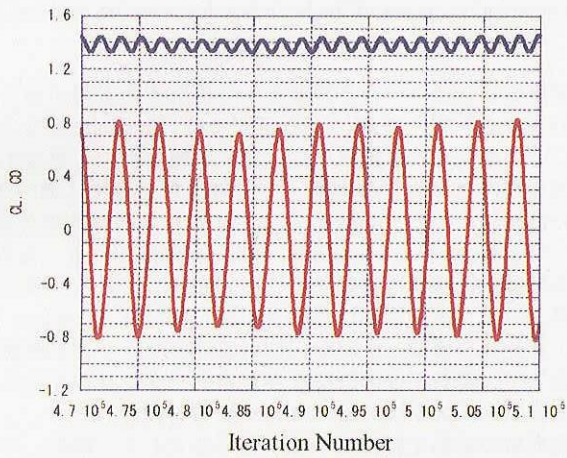
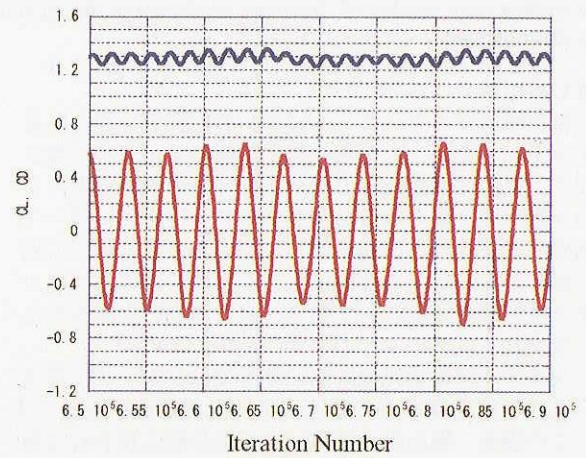
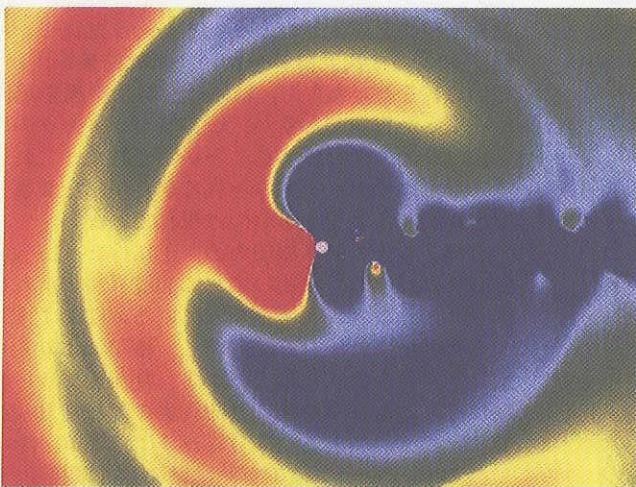


図 4.5 ストローハル数 - Re 数関係の実験結果との比較

図 4.6 C_L , C_D 履歴 (Mode A, $Re=200$)図 4.7 C_L , C_D 履歴 (Mode A, $Re=250$)図 4.8 C_L , C_D 履歴 (Mode B, $Re=250$)図 4.9 C_L , C_D 履歴 (Mode B, $Re=400$)図 4.10 微小圧力波 ($Re=400$, $p/p_\infty=0.9935-0.9965$)