

圧縮性境界層の遷移に伴う音波発生機構の研究

渡辺大輔* 前川博* 松尾裕一**

* 広島大学 大学院工学研究科

** JAXA

Study of sound wave generation mechanism in a compressible transitional boundary layer

by

Daisuke WATANABE*, Hiroshi MAEKAWA* and Yuichi MATSUO**

ABSTRACT

Spatial direct numerical simulations are used to study the formation and development of three-dimensional structures in a compressible flat plate boundary layer, where the freestream Mach number is 0.5 and the Reynolds number at the inlet based on the displacement thickness 1000. A pair of stable oblique modes and a two-dimensional unstable T-S wave are superimposed on the laminar profile at the inlet plane of the boundary layer computational box. The magnitudes of the disturbances are chosen to be 1% of the freestream value. Oblique modes with the TS wave produces peak-valley splitting downstream and later hairpin vortices (hairpin packet) on the low speed streak are observed. So-called subharmonic transition appears downstream in the boundary layer. DNS results show that the forming hairpin packet is responsible for sound waves emission.

1. はじめに

圧縮性境界層の遷移予測は次世代輸送機の設計にとってキーテクノロジーの一つと考えられてきた。線形理論で予測される初期条件から発達する遷移機構と線形領域をバイパスするいわゆるバイパス遷移現象があることがこれまで知られているが、その遷移機構の詳細な内容は直接シミュレーション (DNS) を使って解明されることが期待されている。これまでも DNS によって研究が進められてきたが、通常的时间発展 DNS¹⁾ では境界層の非平行性の影響が理解されにくい欠点があり²⁾、空間発展 DNS はその欠点をカバーし、より実験に近い流れ場を作ることができることから、遷移機構の解明が進むことが期待されている³⁾。一方、圧縮性境界層においては、遷移に伴い音波が発生し、この音波が周囲に伝播することによって遷移へ影響を及ぼすことが考えられる。また、航空機などにおいて壁面近傍で発生する音波は壁面を揺らすことにより機体内部への不快な騒音源となることが知られているが、その発生機構は明らかにされておらず、DNS 等によりその発生機構等を詳細に調べる必要がある。しかし、音源となる遷移構造は複雑であり、発生する音波の振幅は極めて小さいため、これらの発生機構を捕らえるには十分な格子解像度が必要となる。

このような背景から本研究では、高解像度空間差分⁴⁾による空間発展 DNS を使って、上流から与えた TS 波と斜行波の線形発展領域から非線形領域への発達の段階における渦構造ならびにその周囲における音響場に着目し、遷移段階での音波発生機構について調べた。主流マッハ数は 0.5 である。

2. 計算方法

2.1. 支配方程式

直接シミュレーションにおいて支配方程式はデカルト座標系で記述された圧縮性ナビエ・ストークス方程式であり、無次元化されたニュートン流体に対する質量保存、運動量保存およびエネルギー保存の乱流モデルを用いない方程式は、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\partial (E_T u_j)}{\partial x_j} = \\ -\frac{\partial (p u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial (u_i \tau_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3)$$

である。ここで、流れの全エネルギー E_T は、流れの内部エネルギー及び運動エネルギーの和であり、

$$E_T = \frac{p}{(\gamma - 1)} + \frac{\rho u_i u_i}{2}, \quad (4)$$

と与えられる。熱流束ベクトルは、Prandtl 数を $Pr = 1$ とし C_p が一定であることを仮定することにより、熱伝導率 k は μ に比例し、

$$q_j = -\frac{\mu}{(\gamma - 1)M^2 Re Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad (5)$$

となる。運動量及びエネルギー方程式に現れる粘性応力の成分 τ_{ij} は、

$$\tau_{ij} = \frac{\mu}{Re} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right], \quad (6)$$

である。また、粘性係数は温度 T の指数法則に従うとして、

$$\mu = T^{2/3}, \quad (7)$$

と表される。理想気体の状態方程式は、

$$T = \frac{\gamma M^2 p}{\rho}, \quad (8)$$

である。ただし、支配方程式を境界層の主流速度 u_∞ 、排除厚さ δ 、主流密度 ρ_∞ および粘性係数 μ_∞ によって無次元化した。

2.2. 流入攪乱

また、DNS における流入攪乱として、時間発展問題に対する線形安定解析から得られる不安定波の固有関数を用いる。線形攪乱は平面波とし、

$$\mathbf{d}(x, y, z) = \text{Real}[\hat{\mathbf{d}}(y) \exp\{i(\alpha x + \beta z - \omega t)\}] \quad (9)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{d} = (\rho, u_1, u_2, u_3, T)$ である。また、 α, β はそれぞれ主流方向波数、スパン方向波数であり、 ω の実部 (ω_r) は角振動数、虚部 (ω_i) は線形成長率を表す。 $\hat{\mathbf{d}}(y)$ は固有値 (α, β, ω) に対応する固有関数である。境界層の層流速度分布は境界層方程式を解き与えた。また、温度分布はプラントル数 $Pr=1$ として Crocco-Busemann の関係式を用いた。

$$\begin{aligned} \bar{T}(y) = M_\infty^2 \frac{\gamma - 1}{2} (u_\infty \bar{u}(y) - \bar{u}(y)^2) \\ + \frac{\bar{T}_w(\bar{u}_\infty - \bar{u}(y))}{\bar{u}_\infty} + \frac{\bar{T}_\infty \bar{u}(y)}{\bar{u}_\infty}. \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $M_\infty = u_\infty/c_\infty$ であり、 c_∞ は主流音速である。また、本研究では壁面温度 $T_w = 1$ の等温壁を仮定した。この速度分布と温度分布を線形攪乱方程式に代入し一様ディリクレ条件を境界条件としスペクトル法により固有値及び固有関数を計算する。

2.3. 空間の離散化

本計算では空間の離散化に、Lele⁵⁾ による中心コンパクトスキーム (CCS) を基にした Deng, Maekawa & Shen⁴⁾ による数値散逸を含む 5 次精度散逸コンパクトスキーム (Dissipative Compact Schemes; DCS5) を用いた。5 次精度散逸コンパクトスキームは以下のように与えられる

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}(1 - \alpha_D)u'_{j-1} + u'_j + \frac{1}{3}(1 + \alpha_D)u'_{j+1} \\ &= \frac{1}{36h}(u_{j+2} - u_{j-2}) + \frac{7}{9h}(u_{j+1} - u_{j-1}) \\ & \quad + \frac{1}{18h}\alpha_D(u_{j+2} - 2u_j + u_{j-2}) \\ & \quad + \frac{4}{9h}\alpha_D(u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}). \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、係数 α_D は散逸誤差と分散誤差を変化させる定数であり、 $\alpha_D = 0$ とすると散逸誤差を含まない CCS6 となる。また α_D の正負により分散誤差の正負が変わる。本研究の三次元時間発展 DNS では $\alpha_D = \pm 0.25$ とした。

また、このスキームの非線形系への適用に際し Lax-Friedrichs 流速分割を用いた。Lax-Friedrichs 流速分割は次式で与えられる

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_1} = 0, \quad (12)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^+ + \mathbf{F}^-. \quad (13)$$

ここで、 \mathbf{F}^+ および \mathbf{F}^- は次式で与える

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^+ &= \frac{1}{2}(\mathbf{F} + \lambda \mathbf{Q}), \\ \mathbf{F}^- &= \frac{1}{2}(\mathbf{F} - \lambda \mathbf{Q}), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}^+}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{F}^-}{\partial x_1} = 0, \quad (15)$$

ここで \mathbf{Q}, \mathbf{F} は例えば一次元のオイラー方程式において、

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ E_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u u + p \\ (E_t + p)u \end{pmatrix}, \quad (16)$$

である。また、 F^+ および F^- の計算にはそれぞれ α_D が負および正とした DCS5 を用いる。式 (14) 中の λ により、散逸の大きさを変化させることが出来る。ここでは $\lambda = 1$ を用いた。

時間進行には、4 次精度 4 段階 Runge-Kutta 法を用いた。時間刻み dt は、計算安定性より $dt = 0.01$ とした。また、計算領域は図 1 に示すように、 $x_{\text{in}}(x = 0)$ における排除厚さ δ に対し、主流方向に $0 \leq x \leq 312\delta$ 、主流垂直方向に $0 \leq y \leq 40\delta$ 、スパン方向に $0 \leq z \leq 2\pi/\beta \delta$ とした。ここで $2\pi/\beta \delta$ は斜行波のスパン方向 1 波長の長さである。計算に用いた格子数は $N_x \times N_y \times N_z = 1201 \times 201 \times 200$ であり、主流および主流垂直方向に格子伸長を行っている。流出境界には特性波解析に基づく NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Condition)⁶⁾ を適用した。

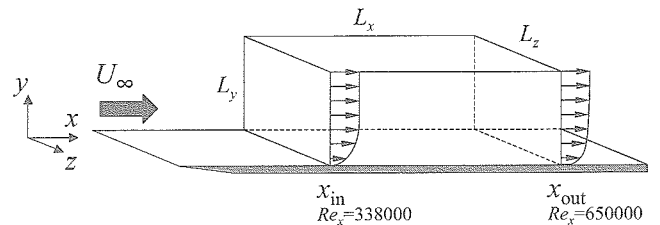


Fig. 1: computational box

3. 流入攪乱

流入攪乱として線形安定解析より求めた二種類の不安定波固有関数を与えた。一つは $M = 0.5, Re_\delta = 1000$ に

において最も不安定となる波数付近の二次元 TS 波 (波長: $\lambda_{TS} = 2\pi/\alpha = 29\delta$, 波数: $\alpha = 0.22$). もう一つはこれまでの研究^{7,8)} から比較的早く遷移することが確認されている, 二次元 TS 波に対し主流方向波数が 1/2 となる一組の斜行波 (主流方向波長: $\lambda_{3Dx} = 2\pi/(1/2\alpha)$, スパン方向波長: $\lambda_{3Dz} = 2\pi/\beta$) である. また, 斜行波の二次元 TS 波との成す角度 θ は, 最も不安定となる波数付近の二次元 TS 波の波数 α に対して, 斜行波が中立安定となる付近 $\beta = 0.29$ の $\theta = \pm 69^\circ$ とした (図 3). このとき $\lambda_{3Dx} = 57\delta$, $\lambda_{3Dz} = 22\delta$ である. TS 波と斜行波の位置関係を図 2 に示す.

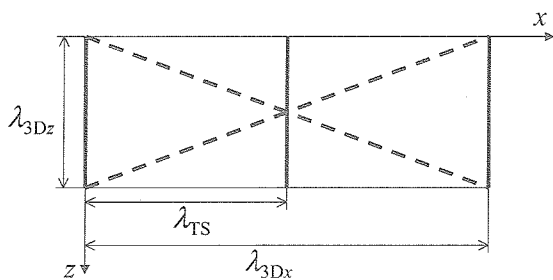


Fig. 2: Relative positions of the unstable modes.

流入部の物理量 $d(0, y, z, t)$ は, 境界層流速分布 $\bar{d}(y)$ に流入攪乱を重ね合わせ,

$$d(0, y, z, t) = \bar{d}(y) + A_{TS} \text{Real}[\hat{d}_{TS}(y) \exp\{i(-\omega_r t)\}] + A_{3-D} \text{Real}[\hat{d}_{3-D}(y) \exp\{i(\pm\beta z - \omega_r t)\}], \quad (17)$$

と表わされる. ここで, \hat{d}_{TS} と \hat{d}_{3-D} はそれぞれ TS 波と斜行波の固有関数である. また, A_{TS} および A_{3-D} はそれぞれ TS 波と斜行波の振幅であり, 両者とも主流速度の 1% とした. 二次元 TS 波と斜行波の主流方向成分に対する固有関数を図 4 に示す.

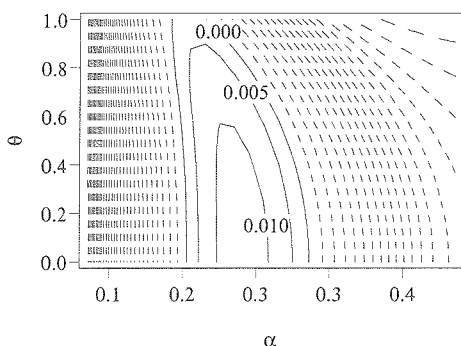


Fig. 3: Linear growthrate for $M = 0.5$, $Re_\delta = 1000$.

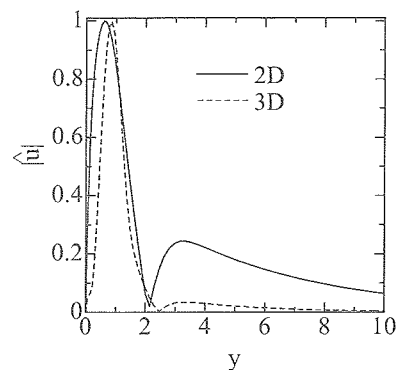


Fig. 4: Eigenfunction's profiles of streamwise component for $M = 0.5$, $Re_\delta = 1000$.

4. 計算結果および考察

図 5 に $t = 560$ から $t = 680$ までの渦構造の下流への発達を示す. 渦構造の可視化には速度勾配テンソルの第二不変量 Q の等値面を用いた. 図に示した時刻は, 流入部において攪乱を加え始めた時刻を $t = 0$ としている. 流入部付近 ($x = 0$) では, スパン方向に軸を持つ渦構造が形成される. ただし, 流入部で与えた二次元 TS 波と斜行波の振幅が等しいことから, 緩やかな三次元性が現れている. その下流, $x < 100\delta$ 付近までは, 二次元 TS 波が線形増幅することにより, スパン方向に横断する二次元的な構造が現れる. この領域では, 斜行波は線形安定性解析の結果と同様に振る舞い (中立安定), 振幅の増加は見られない. $100\delta < x < 200\delta$ では, 二次元 TS 波が増幅し続け比較的大きな振幅となる. この領域では, 斜行波の急速な増幅が認められる. また, このことに伴い渦構造は二次元的な渦構造から一組の斜め渦が組み合わせられた Λ 状の構造を示すようになる. この Λ 状の構造は, 下流側の渦構造が閉じた領域が開いている上流側に比べ壁面より離れた位置にあり, $x-y$ 断面上でも斜めの構造となっている. さらに下流の $150\delta < x < 300\delta$ の領域では, 二次元的な構造は完全に消失し, 斜行波による Λ 状構造が支配的となる. 先に述べたように, この構造は $x-y$ 断面上でも斜めの構造を持つことから, 境界層上下の速度差により下流方向に引き伸ばされる様子が観察され, 鋭角な Λ 状構造へと変形する. この時, 渦構造の閉じた領域は, 自身の誘導速度により, 壁面から持ち上がり起き上がったヘアピン渦となる. さらに, Λ 状構造の上部は大きく流れ方向に引き伸ばされ, 一組の平行な縦渦構造となる (図 6 上段参照). この平行な縦渦構造を形成する一組の渦対の間には強い垂直方向速度成分 ($v > 0$) が起こっていることが確認され, この領域では, 壁面近傍の低速流体が壁面から上部に輸送され, 低速ストリークが生じている. また, 同時に Λ 状渦構造の周りに新たな縦渦が生じており, この様な Λ 状の構造が存在する領域から急速に三次元化が進み乱流へと発達していく様子が確認された.

図 6(a-c) は, 時刻 $t = 640 \sim t = 700$ のヘアピン渦が形成された領域付近の Q 等値面で表わされる渦構造 (上段, 中段) および $z = L_z/2$ 断面での速度発散 $\text{div } \mathbf{u}$ の等高線 (中段, 下段) である. $t = 640$ は, Λ 状構造が引き伸ばさ

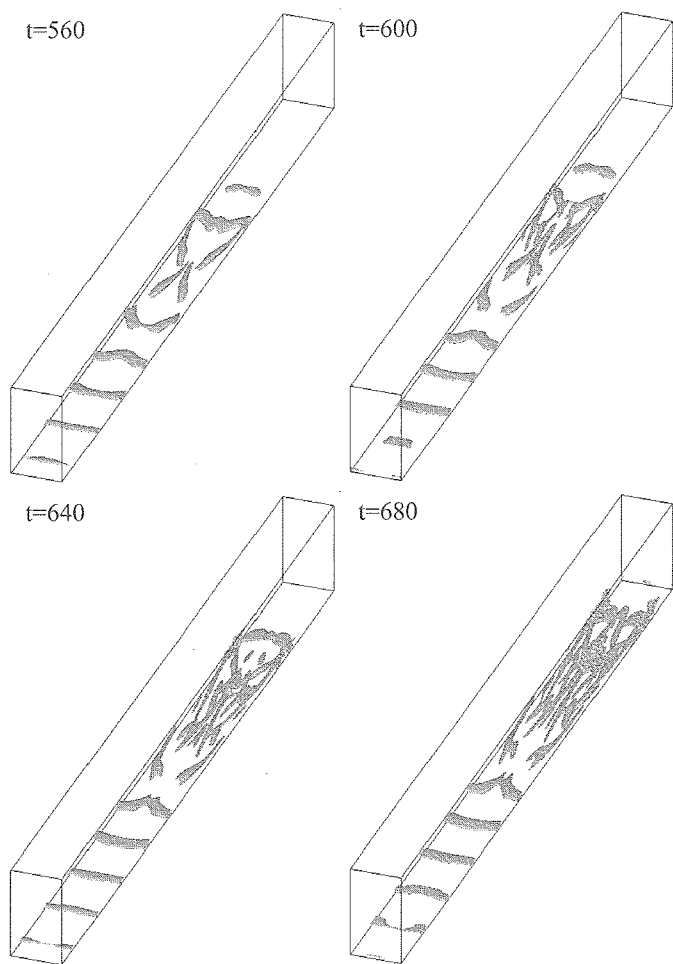


Fig. 5: Time development of second invariant $Q(=0.0002)$ structure.

れ、ヘアピン渦が形成された時刻付近である。図 6(a) 下段を見ると、ヘアピン渦頂部の速度発散 $\text{div } \mathbf{u}$ は四重極特性を持つ分布を形成していることがわかる。また、このヘアピン渦は下流に流されるにつれ、最初に形成されたヘアピン渦頂部の上流側(平行な縦渦対の間に形成された低速ストリーク領域)に新たにヘアピン渦をいくつか生じ続ける(図 6(b))。これらの新たに発生した渦は、発生した位置が近い場合、渦同士が合体する(図 6(c))。また、スパン方向にも新たな縦渦を生じ、より複雑な三次元構造を形成していく様子が確認できる $t=680$ 。

音響場では、新たに生じたヘアピン渦頂部にも四重極特性を持つ分布が確認できる。 $t=700$ では、渦構造はより複雑化し、ヘアピン渦頂部は壁面から離れていく様子が観察できる(図 6(c))。 $t=680$ と $t=700$ の音響場を比較すると、 $t=700$ では壁面近傍に比較的大きい divu の分布が生じていることが判る。時間経過を観察すると、ヘアピン渦が形成された初期段階では、壁面近傍の divu は、ヘアピン渦に伴う四重極特性を示す領域のほぼ真下に生じ、ほぼ同じ速度で下流へと流されているが、比較的大きな値になると、この壁面近傍の divu と上方のヘアピン渦付近に形成される divu では移流する速度が異なることが確認された。

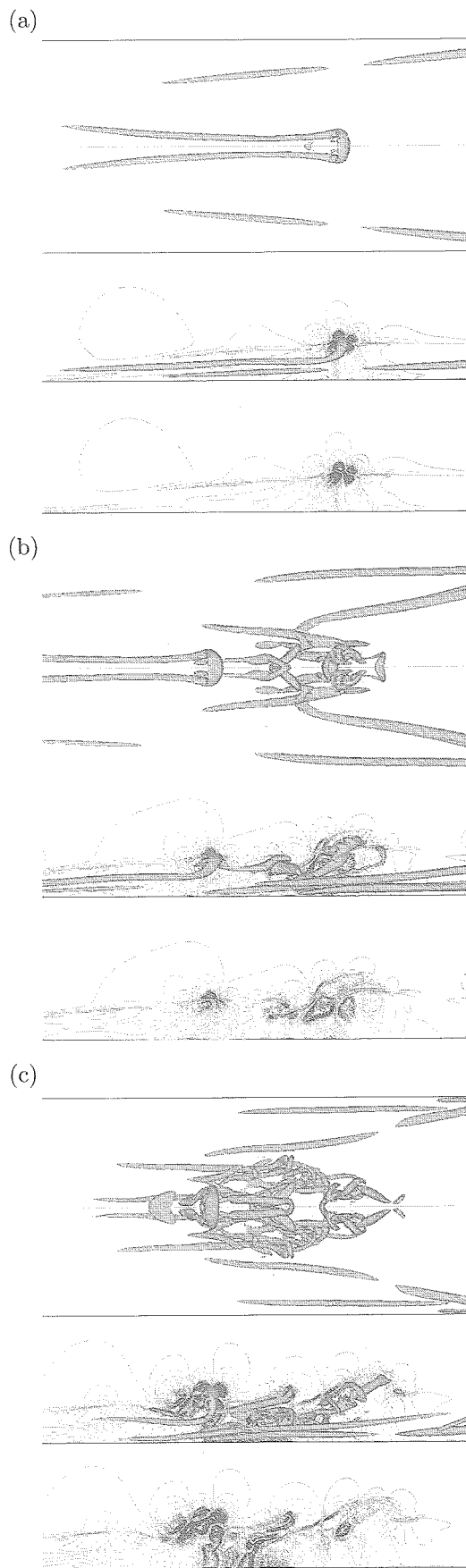


Fig. 6: Iso-surfaces of second invariant $Q(=0.01)$ structure and contourplots of dilatation divu at (a): $t=640$, (b): $t=680$ and (c): $t=700$.

図7は、壁面近傍に比較的大きい $\text{div} \mathbf{u}$ が生じた時刻 ($t = 700$) 以降の音響場 ($\text{div} \mathbf{u}$) の発達を示している。等高線は $z = L_z/2$ 断面での値である。図の右側領域より、等高線が密となっている領域を中心とし、時間経過と共に圧縮波面と膨張波面が半円状に広がっている様子が観察できる。このことから、この $\text{div} \mathbf{u}$ が強く現れた領域より比較強い音波が発生し境界層外側に伝播していると考えられる。観察された半円状の圧縮・膨張波において上流側四分円の方が大きな値を示していることは、音源の移動速度が周囲の音速よりも遅いためと考えられる。

図8は図7と同時刻の渦構造の発達の様子である。上記音波波面の位置から音波発生時刻と位置を推定すると、ヘアピン渦の複雑化し壁面近傍の $\text{div} \mathbf{u}$ が強く現われる $t = 700$ 付近であり位置も壁面近傍の $\text{div} \mathbf{u}$ が強められた領域であった。一方、先に述べたヘアピン渦頂部に形成されたいくつかの四重極性を示す領域からは明確な音波の発生が見られなかった。(ただし、おそらく微弱には発生していると思われる。) これらのことから、放出された音波は壁面近傍の渦構造と上部のヘアピン渦との干渉により発生したと考えられる。

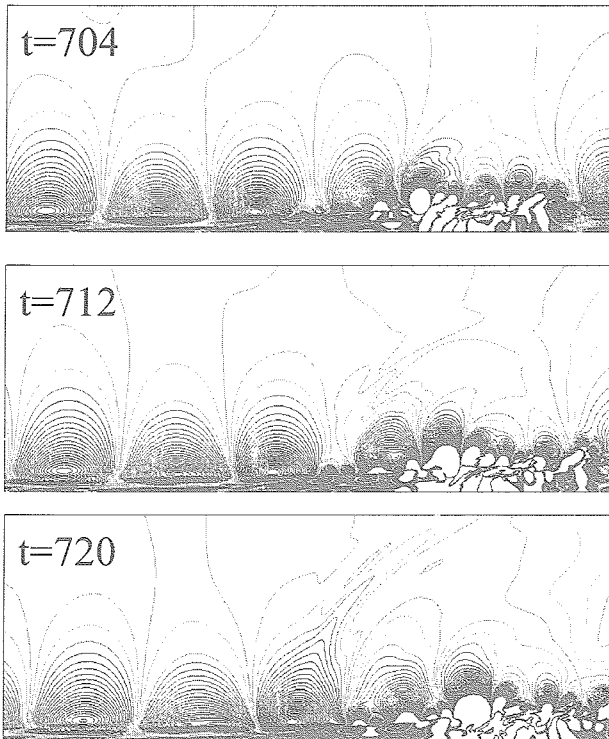


Fig. 7: Time development of dilatation $\text{div} \mathbf{u}$.

5. まとめ

$M = 0.5$, $Re_\delta = 1000$ の圧縮性境界層空間発展 DNS を実行し以下のことを確認した。

- (1) 斜行波の増幅によって形成されるヘアピン渦頂部に四重極性を示す $\text{div} \mathbf{u}$ が生じる。

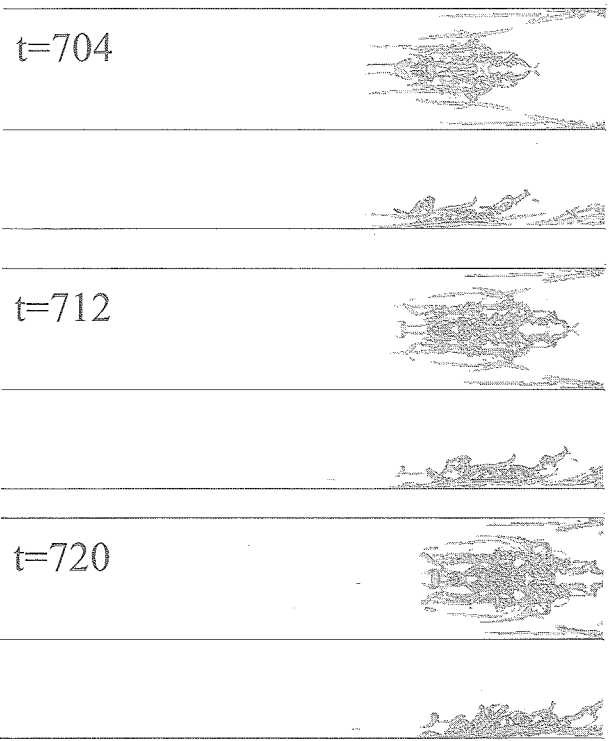


Fig. 8: Time development of second invariant Q ($= 0.02$) structure; upper: topview and bottom: sideview.

- (2) ヘアピン渦発達に伴いヘアピン渦下方の壁面近傍に $\text{div} \mathbf{u}$ の値の大きな領域が形成される。
- (3) hairpin packet を中心に音波が生じる。

参考文献

- 1) Guarini, S., Moser, R., Sharif, K. and Wray, A., *J. Fluid Mech.* **414**, (2000), 1-33.
- 2) Adams N. A., and Kleiser L., *J. J. Fluid Mech.*, **317**, (1996), 301-335.
- 3) Guo Y., Kleiser L. and Adams N. A., *AIAA J.*, **34**, (1996), 683-690.
- 4) Deng, X., Maekawa, H. and Shen, C., *AIAA Paper*, 96-1972(1996).
- 5) Lele, S. K., *J. Comput. Phys.* **103**, (1992) pp.16-42.
- 6) Poinso, T. J. and Lele, S. K., *J. Comput. Phys.*, **101** (1992), p.104.
- 7) 渡辺大輔, 前川 博 & 河野 憲二, 日本流体力学学会年会 2004 講演会論文集, (2004), pp.148-149.
- 8) 前川 博 & 渡辺大輔, *ながれ* **23**, 5, (2004), pp.365-374.