

壁近傍乱流における秩序構造の再生メカニズム

河原源太（京大工）

Regeneration mechanisms of coherent structures in near-wall turbulence

Genta Kawahara*

*Dept. of Aeronautics and Astronautics, Kyoto University

ABSTRACT

A recently found time-periodic solution to the incompressible three-dimensional Navier-Stokes equation for plane Couette flow is reviewed to discuss how near-wall turbulence self-sustains. This solution represents the periodic motion which consists of the cyclic formation and breakdown of streamwise vortices and low-velocity streaks. Since the solution is unstable, the periodic motion is not attained in reality. In phase space, however, a turbulent state wanders around the corresponding periodic orbit for most of the time except for occasional escapes from it. When the turbulent state approaches the periodic orbit, coherent structures appear in physical space to exhibit recurrent behaviour, i.e. the regeneration cycle, which is characterized in terms of the present solution.

1. はじめに

境界層乱流に代表される壁乱流がどのようなメカニズムにより乱れを再生・持続しているのかは、境界層の乱流力学やその亜臨界乱流遷移に関連した興味深い問題である。本稿では、この問題に対して力学系的観点から示唆される結果¹⁾を簡単に紹介させていただく。

発達した乱流は時空間におけるその複雑でカオス的な振舞いによって特徴づけられるが、他方では乱流中に存在する秩序が実験や数値シミュレーションで観測され注目を集めている。特に、境界層乱流の壁近傍には縦渦とストリーケーといった際立った秩序構造が存在し、これらは乱流の再生・持続において中心的な役割を果たすものと考えられている。秩序構造は乱流それ自身よりもはるかに単純な振舞いを示すので、それらを通して壁乱流の再生メカニズムが理解できるのではないかと期待される。だが、不規則性を有する乱流場においては完全な「秩序」など存在し得ないため、まずは乱流中の秩序をどう捉えるかが課題となる。

2. 壁近傍の秩序構造と再生サイクル

Jiménez & Moin²⁾は、平面ボアズイユ乱流の直接数値シミュレーションにおいて、流れ方向とスパン方向の周期箱寸法を乱流が持続する限界にまで最小化して乱流中の大スケールの不規則性を取り除き、きわめて単純化された乱流場を実現した。Hamilton, Kim & Waleffe³⁾は、Jiménez & Moin と同一の手法を用い、かつ乱流が維持される下限までレイノルズ数を下げることで、より規則性の高い平面クエット乱流をつくり出した。これらの単純化された乱流場は明瞭な秩序構造を有するため、それらの時間発展を追跡することにより、乱流においていったい何が起きているのかを調べることができる。特に、定性的にではあるが Hamilton, Kim & Waleffe³⁾が空間的秩序構造の示す回帰的な再生サイクル（時間的秩序、時間周期性）を観測したことは、このアプローチの大きな成果であった。これは乱流現象とカオス力学系理論とを結びつける発見である。低自由度非線形力学系では、カオスアトラクターに埋め込まれた無数の不安定周期軌道群によってアトラクター自身の構造や動力学をうまく特徴づけられる場合がある⁴⁾。

Hamilton, Kim & Waleffe³⁾の発見は、壁近傍乱流の再生メカニズムの第ゼロ近似的な記述が1つの不安定周期軌道によって与えられる可能性を示唆している。そこで以下では、上記の平面クエット乱流³⁾に埋め込まれた周期軌道を実際に求め、この周期運動により再生メカニズムを理解することを目指す。

3. 不安定周期運動

まず、Hamilton, Kim & Waleffe³⁾と同一条件の平面クエット乱流の直接数値シミュレーションを行う。シミュレーションでは、非圧縮ナビエ・ストークス方程式をスペクトル法により数値的に解く。流れ(x)方向とスパン(z)方向には流れが周期的であると仮定してフーリエ展開を用い、壁垂直(y)方向にはチェビシェフ多項式展開を用いて壁面ですべりなし境界条件を課す。数値計算は8,448点(x, y, z 方向に $16 \times 33 \times 16$)の格子点上で行い、レイノルズ数を $Re = Uh/\nu = 400$ ($Re_\tau = u_\tau h/\nu = 34.1$)に設定する。ここに、 U は2平板の速度差の半分、 h は2平板間の距離の半分、 ν は流体の動粘性係数であり、 u_τ は乱流状態の平均摩擦速度を表す。流れ方向とスパン方向の周期箱寸法をそれぞれ $L_x = 1.755\pi h$ ($= 188\nu/u_\tau$)、 $L_z = 1.2\pi h$ ($= 128\nu/u_\tau$)に設定する。以上のシミュレーションには Toh により開発された計算コード (Itano & Toh⁵⁾ 参照) を用いる。

この数値計算における従属変数は、流れ方向とスパン方向の(平板に平行な面での)平均速度に対するそれぞれ31個のチェビシェフ係数、壁垂直方向速度に対する7,424 ($= 16 \times 29 \times 16$) 個のフーリエ・チェビシェフ・フーリエ係数、そして壁垂直方向渦度に対する7,936 ($= 16 \times 31 \times 16$) 個のフーリエ・チェビシェフ・フーリエ係数である。したがって、ここで考える力学系の自由度の総数 N は15,422となる。図1の細い灰色の曲線は、 N 次元相空間における時間 $10^4 h/U$ にわたる乱流軌道の2次元部分空間への射影である。部分空間は総エネルギー注入率 I と散逸率 D によって張られており、 I および D は対応する層流状態の値によって規格化されている。軌道はほとんど常に時計回りに回転する。破線上ではエネルギー注入と散逸とが等しい。軌道の変動は有限領域に限定されているが、その振舞いは周期的とはほど遠く、むしろカオス的である。

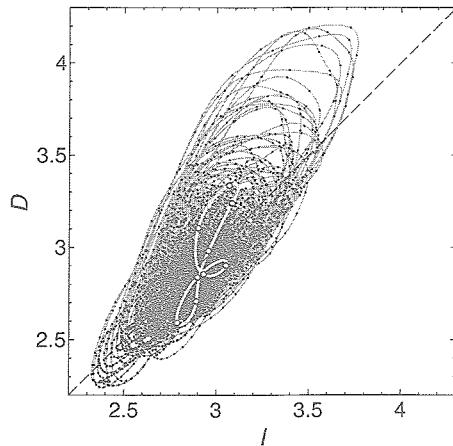


図 1 亂流軌道と周期軌道の 2 次元射影

ここでは、 N 次元相空間におけるポアンカレ断面 $I(\tilde{\omega}_{y,0,0,1}) = -0.1875U/h$ を連続して通過する 2 点間のユークリッドの距離を反復法により最小化することで周期軌道を求める。ここに、 $I(\tilde{\omega}_{y,0,0,1})$ は、流れ方向波数がゼロ、チェビシェフ多項式の次数がゼロ、スパン方向波数が $2\pi/L_z$ に対応する壁垂直方向渦度のフーリエ・チェビシェフ・フーリエ係数の虚数部を表す。反復計算の初期値としては、相空間で乱流軌道がおおよそ周期的に運動する状態を選ぶ。反復計算は、上述の相空間における連続した通過点間の距離が通過点と原点間の距離の 1% 以下になるまで行われる。図 1 に示す閉じた太い灰色の線は、以上のようにして求めた周期軌道を表す。周期軌道の時間周期は $64.7h/U$ ($= 188\nu/u_\tau^2$) である。乱流軌道上に一定時間間隔で付した黒丸が周期軌道の付近に密集していることから、乱流状態にある系は長時間にわたって周期軌道付近に滞在することがわかる。乱流軌道は頻繁にこの周期軌道に接近し、周期軌道をなぞるように振舞う。この乱流軌道の周期軌道への接近を (I, D) 面とは異なる射影面においても確認している。しかしながら、周期軌道への接近は不完全であり、乱流軌道は時として周期軌道付近から大きく離脱する。すなわち、この周期軌道は不安定なサドルである。

4. 周期解の時空間構造

次に周期解の時空間構造について見てみよう。図 2 の a から i は、図 1 の周期軌道上に白丸で示した 9 つの位相において時間周期流の空間構造を示したものである。図 2 a の位相は、最小のエネルギー注入と散逸に位置する白丸に対応している。圧力ラプラシアンの白色（あるいは黒色）の等価面で可視化された時計回り（あるいは反時計回り）の流れ (x) 方向渦（横断方向の流速ベクトルも参照）、および (y, z) 面での流れ方向速度の盛り上がりが等価線により表された低速ストリーケは、壁近傍乱流の秩序構造⁶⁾に酷似している。時間周期流の動力学は、次の 3 つの事象の回帰的循環によって特徴づけられる。

- (i) 図 2 a から d. 減衰する流れ方向渦が誘導する横断流によって流れ方向運動量が輸送され、その結果低速ストリーケが生成され、成長する。
- (ii) 図 2 e から g. ストリーケが流れ方向に沿って湾

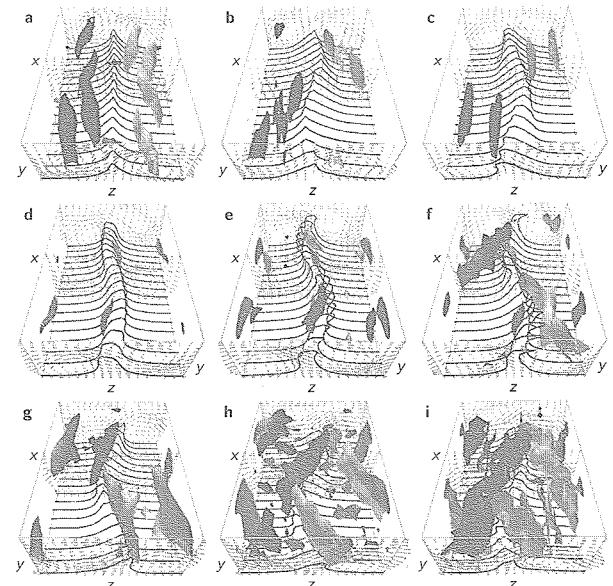


図 2 時間周期流の時空間構造

曲し、スパン (z) 方向に傾き、その結果流れ方向渦が再生成される。

- (iii) 図 2 h, i. ストリーケが消滅し、流れ方向渦が激しく成長する。

以上のサイクルは、従来から報告されている平面ケエット乱流中の秩序構造の再生サイクル³⁾と完全に一致する。つまり、壁近傍乱流の再生メカニズムの本質（ストリーケと縦渦の相互生成）を周期運動（数値的厳密解）によって表すことができる。

5. おわりに

本稿で紹介した不安定周期運動は、最小周期箱でしかも低レイノルズ数において観測される；ごく限られた数値乱流の再生メカニズムを記述するものである。はたして、乱流がもつ普遍的性質を反映した不安定周期解が存在するかどうか、に关心がもたれる。特に、種々の乱流において観測されている管状散逸構造、あるいは高レイノルズ数乱流で実現される Kolo gr ov スペクトルや対数速度分布といった普遍統計法則を周期解が表現し得るだろうか？現在我々は、これらの疑問に対する答えを得るために方乱流に埋め込まれた不安定周期運動の研究に取り組んでいる⁷⁾。進行中の研究結果によれば、どうやら乱流中の管状渦を再現し、Kolo gr ov スケーリングを示す周期運動が実際に存在しそうである。

本稿で紹介した結果は木田重雄教授との共同研究に基づいたものである。

参考文献

- 1) G. Kawahara, S. Kida: *J. Fluid Mech.*, **449** (2001), 291–300.
- 2) J. Jiménez, P. Moin: *J. Fluid Mech.*, **225** (1991), 213–240.
- 3) J. M. Hamilton, J. Kim, F. Waleffe: *J. Fluid Mech.*, **287** (1995), 317–348.
- 4) F. Christiansen, P. Cvitanović, V. Putkaradze: *Nonlinearity*, **10** (1997), 55–70.
- 5) T. Itano, S. Toh: *J. Phys. Soc. Jpn.* **70** (2001), 703–716.
- 6) J. Jeong, F. Hussain, W. Schoppa, J. Kim: *J. Fluid Mech.*, **332** (1997), 185–214.
- 7) L. van Veen, S. Kida & G. Kawahara: In preparation (2005).