

## 境界層と渦度モデル

小橋安次郎(北海道工業大学)、早川道雄(北海道大学大学院)

### Boundary Layer and Vorticity Model

Y. Kobashi\*, and M. Hayakawa\*\*

\*Hokkaido Institute of Technology, \*\*Dept of Eng. Hokkaido University

#### ABSTRACT

Based on the idea that the flow phenomena of the real fluids are governed by vorticity, the vorticity model is proposed. The model is found to be very effective to study the boundary layer structure both of laminar and turbulent type.

#### 序論

实在流体の流れが渦度によって支配されているという立場から、渦度モデルを提案し、境界層の構造解明を試みる。ただし、境界層は基本的に2次元であることを考慮して2次元問題として扱うこととし、関連する諸量を次の様に定義する。

渦度子(vorticle): 渦度をもつ流体分子を渦度子と呼び、速度勾配のある流れの基本素子である。

渦度束(vorticle-bunch or eddy): 渦度子が集団化し一団となった状態。渦度子には親和力と斥力の両面があり、渦度束がある大きさに達するまでは親和力、それを超えると斥力に変わると考えられる。渦度束自体は、粘性を生ずることによって速度勾配を支えるが、静的な釣り合状態にあり同じ構造を保ちながら流れに乗って移動する。この状態が層流である。

渦(vortex): 渦度束が回転し、周囲に循環流を作り出した状態で、回転するコアとコアを取り巻く循環流を総称して渦とよぶ。渦は循環流の働きで近隣の渦と干渉し相対運動を引き起こす

が、渦の数が大きくなると運動は複雑となり、従ってその誘導する速度場も一見乱雑なものとなる。渦度の立場からこれを乱流と呼ぶ。

乱流渦(turb-vortex): 渦相互間の干渉によってグループ化した渦の集団。

粘性(viscosity): 渦度によって発生する流れの特性量  $\mu$  で、渦度子の強さ  $\omega$  と、渦度束の面積  $S$  の積  $\mu = \rho S \omega$  (ただし  $\rho$  は密度) で表される。従来の定義には实在流体にもっとも肝要な渦度が含まれていない点を考慮してこのように定義し直すことにする。

#### 1 渦度と流れ(渦度モデル)

##### 1-1 粘性と渦度

实在流体では渦度  $\omega$  を持つ分子の集団(渦度束)が現れて渦度の層を作り、粘性応力

$$\tau = \mu du/dy \quad (1)$$

により速度勾配を支える。ただし粘性係数  $\mu$  は渦度束の有効半径を  $r$  とするとき

$$\mu = \rho S \omega = \rho \pi r^2 \omega \quad (2)$$

のように定義されるものとする。これは従来の粘

性係数の定義  $\mu = \rho \alpha l_m$  ( $\alpha$ :音速、 $l_m$ : 平均自由行路長) に比し渦度を含む点でより実際的であると云える。

### 1-2 遷移と渦

流れの速度が増すと、渦度束を構成する渦度子間の干渉作用が活発になるが、そのエネルギーが流れの摩擦エネルギーの大きさに達すると渦度束は回転を始め、同時に周囲の渦度子を引き込んで循環流を誘発する。

これが渦の発生で、この状態で流れは層流から乱流に遷移する。この意味で、遷移とは静的な釣合い状態にある渦度束が動的な釣合いを持った渦に変貌する現象であると言う事が出来る。

この場合、渦度束の大きさや渦度子の数は変わらないから、内部エネルギーの調整は渦度の変化

$$\omega_1 = \mu / \rho \pi r^2 = v / \pi r^2$$

$$\rightarrow \omega_1^2 = u_\tau^2 / \pi r^2 = u_\tau^2 \omega_1 / v \quad (3)$$

によって行われ、従って遷移の段階で速度分布は変化する。ただし、 $\omega_1, \omega_1$  は遷移前後の渦度、 $v, u_\tau$  は動粘性係数および摩擦速度である。

### 1-3 渦と乱流

渦は渦度束を形成する渦核と周囲に誘起された循環流の部分から構成されるが、循環流をつくることによって近隣の渦と干渉して次第に複雑な動きを示すようになり、これに伴って一見乱雑な速度場が現れる。これを乱流と定義することにする。

### 1-4 乱流渦と秩序運動

遷移直後の乱れは不規則ではあるが比較的穏やかである。しかし流れの速度が増して渦の粘性がさらに強くなると、干渉による渦間でのグループ化が始まり、乱流渦と呼ぶ渦の群落が周期的に現れるようになる。この群落はあたかも乱れを持つ流体塊が特別な構造を持って流れているように観測されるため、秩序運動とも呼ばれる。

## 2 境界層

境界層は物体表面に沿う流れにおいて表面の影響が渦度の形で伝えられる領域を言い、渦度の状態によって層流境界層と乱流境界層とに区別される。

### 2-1 層流境界層

層流境界層では壁面から外に向かって順次新たな渦度束の層が現れて速度勾配が形成される。渦度束には回転や循環のような動的運動を伴わないから、周囲の流体粒子との間で干渉をおこすことなく、同じ状態を保ちながら流れに乗って運ばれてゆく。

平板に沿う層流境界層では速度分布は Blasius 分布として知られているが、先の発表では渦度の層形成の経過から  $\omega$  に対して  $\pi r^2 \omega^2 = U_0^2 (1-U)^2$  と置くことによってかなり良い近似が成り立つことを見出したが、今回は

$$\pi r^2 \omega^2 = U_0^2 (1-U^2) \quad (4)$$

ただし  $U = u / U_0$

と置くことにより

$$-\omega = U_0^2 / v \{ 1 + \cos(c\pi Y) \} \quad (5)$$

したがって

$$u = U_0 \{ Y + 1/(c\pi) \sin(c\pi Y) \} \quad (6)$$

となり、さらに精度のよい近似を得た。ただし、 $Y = y/\delta$ 、 $c = 0.998$  で、 $\delta$  は境界層厚さである。

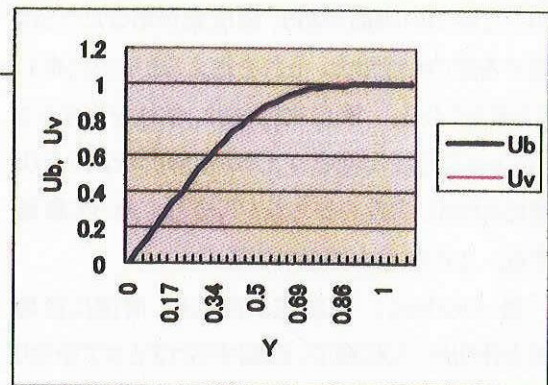


図1 層流境界層速度分布

## 2-2 乱流境界層

流れの Reynolds 数の増加に伴って層流境界層を構成する渦度束は壁面に近い層から順次限界値  $\tau_w = \rho u_\tau^2$  に達した状態で渦に変わり流れは乱流状態に遷移する。ただし  $\tau_w$  は壁面摩擦応力、 $u_\tau$  は摩擦速度で、いずれも Reynolds 数の関数である。

### (a) 内層速度分布

乱流境界層の壁に接した部分では渦の動きが制限されていて、層流に似た層（粘性底層）をなしており、乱流状態はその外側から始まる。ただ、此処でも渦はグループ化するほどの強い干渉作用を持たないため、比較的穏やかな乱れの壁乱流が形成される。この領域を内層と呼ぶが、此処では渦の径は壁からの距離に比例して増大して

$$r_{\omega} = y du/dy = u_\tau \quad (7)$$

が成り立ち、これから内層の対数速度分布が導かれる。ここで  $u_\tau$  は Reynolds 数の関数として一義的に与えられる。

### (b) 外層速度分布

内層の外側では渦径の増加に伴って渦間の干渉が活発で、壁面の影響よりも渦間の干渉のほうが卓越して乱流渦を含む自由せん断乱流型の外層が形成される。

外層の速度は乱流渦を構成する個々の渦の大きさや強さに差があるため、レイノルズ数によって分布形状が変わるが、我々はレイノルズ数の広い範囲に亘る実験結果から、Reynolds 数の関数を指数に持つ指数分布

$$U = Y^{Nw} \quad (9)$$

で表示出来ることを見出した。

ただし  $U = u/U_0$ ,  $Y = y/\delta$ , であり、 $Nw$  は  $1/4 \sim 1/7.5$  の範囲の定数で Reynolds 数の関数である。

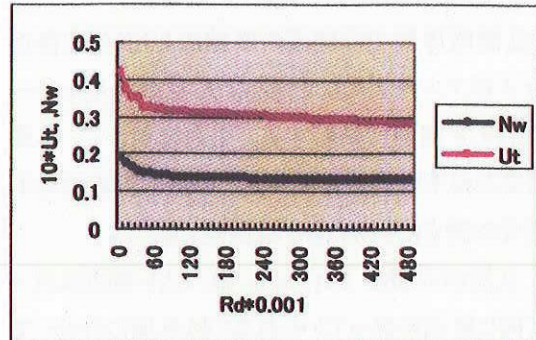


図2 乱流境界層パラメータ

## 3 乱流境界層の構造

### 3-1 乱流境界層の秩序構造

外層の乱れは均一ではなく、大きさや強さの異なる渦の集団で、時間的にも変化を繰り返している。これは乱流渦が下流に向かって移動する際、境界層内の速度差により引き伸ばされるため、同じ渦の群を保つことが出来ず幾つかの小グループに分裂して小さな乱流渦の群れとなって移動することになり、その途中で別の乱流渦から放出された渦群とスレちがうため、その際おたがいに干渉して合体し、分裂前と同様な乱流渦を作り出すためである。

このため外層の乱流は乱流渦の分裂と合体を繰り返すことにより、周期的な構造を示すようになる。いわゆる秩序構造である。なを  $T = U_0/\delta$  で定義される秩序構造の周期は 2.5 であることが実験的に知られている。

一方、内層の乱れは相互干渉が小さく整然としている筈であるが、外層の秩序構造に刺激されて周期的に攪乱され、いわゆるバースト構造が現れる。バースト構造は発生位置の流れに乗って移動するが、その速度は外層秩序構造の移動速度のほぼ半分で、これから得られる周期は  $T = 5$  である。

### 3-2 乱流境界層のエネルギーの変遷

乱流境界層では壁面の摩擦により渦度を得た分子がグループ化して渦となり、乱れエネルギーを絶えず内層に供給する。これに対して、外層の乱れはそれ自身エネルギーの発生源を持たず、活発な動きにも拘わらず減衰型である。

乱流境界層が Reynolds 数の広い範囲に亘って同じ構造を保っているのは外層にむかって内層からのエネルギー補給が行われているため、これには外層の秩序構造による内層の攪乱作用が重要な役割を果たしている。さきに述べた通り外層の乱流渦は引き伸ばされて小さな乱流渦群に分裂するが、この渦群は移動の間に別の渦群と合体して新しい乱流渦を作る。こうして生まれた乱流渦は合体の際に内層を刺激して流れを攪乱するとともに、これによって内層の乱れエネルギーを外層に運び出す働きをする。いわゆる Burst である。かくして乱流境界層の乱れエネルギーは内層から外層に運ばれ、ここで外層の乱流渦を勢い付けた後再び内層を攪乱してエネルギー補給を助けるというサイクルが作られ、これによってほぼ不変の乱流構造が保たれることになる。

## 4 結語

乱れを渦の誘導速度場として捉え、渦度モデルを提案し、その性質を利用して乱流境界層の構造を考えてきた。

乱れは多数の渦の集合による誘導速度場であるため、厳密な解析を行うことは出来ないが、ここに提案した渦度モデルは乱れや秩序構造の形成過程、更には本来穏やかであるはずの内層に現れるバースト構造の出現などを単なる random 現象として扱うのではなく、その因果関係を含めて物理的に追求しようとしている点で新たな手段を提供するもの考える。

渦度は流れの状態に応じて個々の流体分子に付与される物理量で、その持つ親和力のよって渦度束をつくり、实在流体としての特性量である粘性を作り出して速度勾配を支えている。

本論分で提唱された渦度モデルは 2 次元に限られているが、境界層を扱う上では基本的に十分で、流れに応じた渦度の形態や役割の変化を理解する上で極めて有効と考える。

实在流体の流れは層流と乱流とに区別されるが、前者は渦度束が整然と並んで移動するのに対し後者は渦度束が回転しその周りに循環流を持ついわゆる渦をつくり、それに伴って複雑な流れ場を発生したもので、循環流の大きさによって壁乱流のような比較的穏やかな乱れと、自由せん断乱流に見られるような大きさや強さの異なる渦集団により活発に揺らぐ乱れとがある。層流境界層や乱流境界層内層の速度分布が  $\omega, u_r$  によって一義的に決まるのに対し外層速度分布が実験的にしか得られないのは構成渦の不確定さによると思われる。

乱流境界層の秩序構造やエネルギー・バランスの問題については実験事実として明白であるにも拘わらず、その解明は十分とはいえない。筆者らは外層における乱流渦の分裂・合体が原因と考え、渦度モデルによる説明を試みたが、実験の結果と矛盾しない結果を得たと考えている。

## 5 参考文献

乱流境界層の構造と渦(第 34 回研究会)

小橋安次郎, 早川道雄

Vortex and Structure of Turbulent Boundary Layer (10<sup>th</sup> ACFM)

Y.Kobashi and M.Hayakawa