

遷音速フラッターシミュレーションにおける 陰解法の時間刻み幅選定基準について

寺島洋史*, 藤井孝蔵**

* 東京大学インテリジェント・モデリング・ラボラトリー

** 宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究本部

Effect of the Time Stepping Size in the Implicit Method for the Transonic Flutter Simulations

by

Hiroshi TERASHIMA (IML, The Univ. of Tokyo), Kozo FUJII (JAXA/ISAS)

ABSTRACT

One criterion that determines time stepping size in the implicit time integration method is given for accurate and effective transonic flutter simulations. Transonic flows over two-dimensional forced oscillating airfoils with several reduced frequencies are first investigated for constructing a criterion for selecting the time stepping size, and then two and three-dimensional transonic flutter simulations are performed for evaluating the criterion. Results for the forced oscillating airfoil indicate that unsteady aerodynamic forces converge in a constant value as the time stepping size decreases and the time stepping size required the convergence of unsteady aerodynamic force depends on the reduced frequency. From these results, it turns out that 4,000 integration steps during one cycle of airfoil oscillations are enough for the estimation of the unsteady aerodynamic forces at any reduced frequency. The time stepping size is automatically decided by setting 4,000 integration steps during one cycle of airfoil oscillations. Results for two and three-dimensional transonic flutter simulations show that flutter boundaries can be accurately and effectively calculated based on the criterion.

1. はじめに

近年のCFDの発達に伴い、遷音速域のフラッター解析として、流体力に Navier-Stokes 方程式を用いた流体・構造連成解析が頻繁に行われ、遷音速域におけるフラッター境界値の予測精度向上やフラッター現象解明といった成功を収めている。^{1), 2), 3)} これらの解析では、主に効率性を重視し、時間積分法として陰解法を用いることが多い。これは、粘性流を取り扱う Navier-Stokes 方程式による解析では、壁面付近の格子が非常に密となり CFL 条件が非常に厳しくなる、また流体と構造を交互に解き進める時間進行法による解析では、1つのフラッター境界値を決定するために、主流動圧値を変化させるなど数ケースの計算が必要となるためである。一方、陰解法による解析では時間刻み幅を大きくとれる反面、得られた解の信頼性について十分に注意を払う必要があり、特にフラッター現象の把握やフラッター境界値を決定する上で時間刻み幅の選定は非常に重要である。

過去に行われてきたこの種の解析の経験上、時間刻み幅を小さくすれば、解の精度を維持できることはよくわかっている^{4), 5)}ことであるが、逆にどの程度の大きさの時間刻み幅をとることができるのかという基準は調べられておらず明確にされていない。そのため、フラッターシミュレーションを行うにあたっては、その都度、用いる時間刻み幅が十分なものであるのかを確認した上で、計算を行っているのが現状といえる。このような確認計算は非効率なものであり、事前にとるべき時間刻み幅を決定できる明確かつ統一的な基準があれば、フラッターシミュレーションを行う上で非常に有効である。

以上を踏まえ、本研究では流体・構造連成フラッターシミュレーションを行う上でとるべき時間刻み幅の選定基準を明確にすることを目的としている。

2. 解法

2-1 流体の支配方程式とその解法

流体力を求めるため、以下に示される一般座標系で定義された圧縮性薄層近似 Navier-Stokes 方程式を用いた。方程式中の各物理量は、主流密度、主流音速、そして基準長を用いて無次元化されている。本研究では基準長として、翼根の翼弦長を用いた。

移流項の離散化には、AUSM系のスキームであるSHUS⁶⁾を用い、MUSCL法により高次精度化⁷⁾を行った。粘性項は、2次精度中心差分で評価した。乱流モデルとして、Baldwin-Lomaxモデル⁸⁾を用い、乱流渦粘性係数を評価した。

時間微分項は3点後退差分で離散化し、LU-SGS陰解法⁹⁾を用いて時間積分を行った。本研究では、フラッター解析における時間刻み幅の影響を見ることを目的としているので、幾つかの比較計算を除いて内部反復法¹⁰⁾のような厳密に時間精度を維持する方法は用いなかった。

非定常な物体移動を伴う計算となるので、幾何学的保存則を満足するように評価した保存型のメトリックスとヤコビアン¹¹⁾を用い、各時間ステップで評価した。

流入境界は指定する一様流条件で固定した。流出境界は速さによって場合分けし、亜音速流出境界においては、一様流静圧固定でその他の物理量を外挿とし、超音速流出境界においては、全物理量を外挿とした。壁面境界では、密度を外挿、壁面上速度には格子の移動速度を与えた。壁面上圧力は、加速度運動の効果を考慮するため、壁面に対して垂直方向の運動量方程式を解くことで求めた。

2-2 構造の支配方程式とその解法

構造体の弾性振動を扱う支配方程式は、一般的に次のように示される。

$$[M]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} = \{f\} \quad (1)$$

ここで、 $[M]$ と $[K]$ は質量と剛性行列である。 $\{d\}$ は変位ベクトル、 $\{f\}$ は構造体に作用する外力（流体力）ベクトルである。

本研究では、多自由度系に対する支配方程式(1)を解くために、モード解析法を採用した。モード解析法は、構造体の変形が選択された有限の固有振動モード形状の重ね合わせで表現できるとするもので、一般化座標変位ベクトル $\{q\}$ を導入すると、デカルト座標変位ベクトル $\{d\}$ との関係が、

$$\{q\} = [\phi]\{d\} \quad (2)$$

ここで、 $[\phi]$ は方程式(1)を固有値解析することにより導かれる固有ベクトル $\{\phi\}$ で構成される行列である。式(2)を式(1)に代入し変形を行うと、一般化座標系に対する支配方程式が次のように導かれる。

$$M_i \ddot{q}_i + M_i \omega_i^2 q_i = \{\phi_i\} \{f\}, \quad i=1, \dots, N_{\max} \quad (3)$$

ここで、

$$\omega_i^2 = \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_i\}, \quad M_i = \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\}$$

添え字 i は固有振動モードの次数を表しており、 q_i , ω_i , M_i は i 番目の固有振動モードに対する一般化座標変位、固有振動数、そして一般化質量を表す。 N_{\max} は任意に選択された固有振動モードの総数を表す。モード解析法の採用により、多自由度系方程式(1)が任意に選択した非連成スカラー方程式(3)に書き換えることが可能となり、計算量軽減とともに振動解析の見通しが良くなる。固有値解析は、有限要素法により翼をモデル化し行った。

式(3)中の物理量は、流体方程式の無次元化で使用した物理量により無次元化した。時間微分項は3点後退差分で評価し、陰的に時間積分を行った。

2-3 流体と構造方程式の連成手法

本研究では、流体方程式と構造方程式(3)を交互に解き進める弱連成手法を用いた。弱連成手法ではソルバー全体として時間1次精度しか維持できないが、我々が過去に行ってきた遷音速フラッターシミュレーションの結果¹²⁾から、連成により発生する時間誤差よりも各方程式を精度良く解く方が重要であることがわかっているため、弱連成法で十分に議論ができると考えた。

本研究では、翼形状を流体解析では翼厚のある実形状、構造解析では翼厚のない薄板としてモデル化した。過去の計算結果などから、これらのモデル化はフラッター解析を行う上で十分なものであるが、お互いの格子点が同一点上に存在しないため、変位や力のデータ交換が必要となる。本研究では、構造節点で得られた変位を流体格子点に補間するために Infinite Plate Spline(IPS)法¹³⁾を、流体格子点で得られた流体力を構造節点へ変換する方法には、Bhardwajらのマッピング方法¹⁴⁾を用いた。また、流体解析における空間格子の再生成には Melville らの方法¹⁵⁾を用いた。各時間ステップでこれらのデータ交換を必要とするが、本研究において、データ交換にかかる時間は全体計算時間の5%以下であった。

3. 各解析の結果および考察

時間刻み幅選定基準を明確にするにあたり、本研究ではフラッター現象を支配する非定常空気力の振る舞いに着目した。フラッターシミュレーションにおいても非定常空気力の振る舞いを調べることは可能であるが、流体と構造を交互に解き進めるシミュレーションでは、各々が影響を及ぼし合いかつ得られる変位もランダムなものとなる。そのため、翼にかかる非定常空気力の振幅や位相の評価が難しく、いきなり時間刻み幅の選定基準を明確にするのは不都合であると考えられる。

そこで、本研究では、まず非定常空気力を評価し易くフラッター現象を単純化した強制振動翼の解析を行うことにより、非定常空気力に対する時間刻み幅の影響を調べ、選定基準を明確にする。その結果を踏まえ、得られた基準が実際のフラッターシミュレーションにも適用可能かどうかを調べるという手順をとった。

3-1 強制振動翼における時間刻み幅の影響

3-1-1 計算対象と条件

計算対象と条件は、Davis らの実験¹⁶⁾に基づいて設定した。計算対象は、NACA64A010 Ames Model の2次元翼型であり、約25%コード位置で強制的にピッチング運動するものである。幅広い無次元振動数 k で実験が行われており、非定常空気力の評価には非常に良い対象である。主流条件

は、マッハ数 $M_\infty=0.8$ 、Re 数 1.7×10^7 である。ピッチング運動中の迎角は以下に示す式(4)で表される。

$$\alpha(t) = \alpha_m + \alpha_0 \cos(\omega t) \quad (4)$$

ここで、平均迎角 $\alpha_m = -0.21[\text{deg}]$ であり、振幅 $\alpha_0 = 1.0[\text{deg}]$ である。また、 ω は角振動数、 t は物理時間である。無次元振動数 k は、

$$k = \frac{\omega c}{2U_\infty} \quad (5)$$

と定義され、 c は翼弦長、 U_∞ は主流速度である。本研究で用いた無次元振動数 k は、0.05, 0.1, 0.2, そして0.3の4種類である。

式(4)を流体方程式の場合と同様に無次元化すると、

$$\alpha(t) = \alpha_m + \alpha_0 \cos(2kM_\infty \Delta t N) \quad (6)$$

となる。 Δt は無次元時間刻み幅、 N は反復回数である。この式(6)より、計算における翼型の振動が、無次元振動数 k 、無次元時間刻み幅 Δt 、そして計算反復回数 N に依存していることがわかる。これ以降、時間刻み幅という記述は無次元化された時間刻み幅を意味することとする。

初期値には定常流れ場を用い、非定常空気力の評価は、振動翼流れ場が十分周期的になる5周期目のデータを用いて行った。得られた空気力の時間履歴は、フーリエ解析により、その非定常成分を物体と同位相である Real part と90°位相がずれた Imaginary part に分けて評価した。

3-1-2 計算格子

計算格子はC型格子、格子点数は 273×71 で翼面上に201点を配置している。壁面近傍の最小格子幅は 3.0×10^{-5} である。この強制振動翼解析では、翼型を剛体とみなし、格子全体を式(6)に従って動かしている。外部境界は翼弦長の30倍の位置にとった。

3-1-3 結果と考察

実験値との比較

まず、無次元振動数 $k=0.202$ のケースにより実験値との比較を行った。図1に翼型上面圧力係数分布 C_p の1次モード Real part と Imaginary part をそれぞれ示す。衝撃波の移動を表すピークを含めて Real part, Imaginary part とともに実験値と良く一致していることがわかる。この一致は本計算手法の妥当性を示すものである。ここで用いた時間刻み幅は $\Delta t = 2.0 \times 10^{-3}$ であり、振動1周期を約9,720回で積分したことに相当している。詳しくは後述するが、この時間刻み幅は非定常空気力を予測する上で十分な値である。

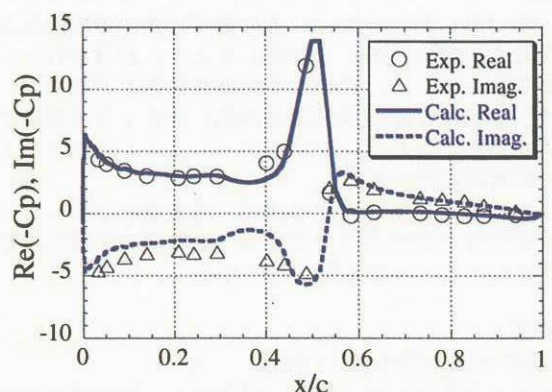


図1 非定常空気力 C_p の実験値との比較

時間刻み幅と時間精度の影響

先ほどと同様の無次元振動数 $k=0.202$ のケースにおいて、時間刻み幅と時間精度が非定常空気力にどのように影響す

るのかを調べた。ここでは時間精度の比較のため、内部反復無しのスキーム（時間微分項は3点後退差分で評価したもの、No inner iteration）、内部反復を用いた Euler 陰解法型スキーム（1st-order）、そして内部反復を用いた3点後退差分型スキーム（2nd-order）を用いた。内部反復は3回とした。時間刻み幅については、内部反復無しの場合は $\Delta t = 0.5, 0.1, 0.05, 0.02, 0.01, 0.005, 0.002, 0.0005$ の8種類を用い、内部反復有りの場合は $\Delta t = 0.1, 0.05, 0.02, 0.01, 0.005, 0.002, 0.0005$ の7種類を用いた。最大時間刻み幅 $\Delta t = 0.5$ が壁面付近の最大 CFL 数 40,000 程度となり、最小時間刻み幅 $\Delta t = 0.0005$ が最大 CFL 数 40 程度に相当する。

図2に揚力係数 C_L の1次モードの振幅と位相に対する時間刻み幅と時間精度の影響を示す。振幅と位相は、次のように定義される。

$$\text{Magnitude}(C_L) = \sqrt{\text{Re}(C_L)^2 + \text{Im}(C_L)^2}$$

$$\text{Phase}(C_L) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(C_L)}{\text{Re}(C_L)} \right)$$

まず、内部反復無し（No inner iteration）を見ると、振幅と位相いずれも時間刻み幅が細くなるにつれてある一定の値に収束していく様子がわかる。このケースのみの結果ではあるが、時間刻み幅 $\Delta t = 0.005$ （最大 CFL 数は約 400）より細かい値を用いることにより、内部反復無しでも非定常空気を精度良く求めることができることがわかった。より大きな時間刻み幅の結果を見ると、振幅と位相ともに収束値に比べて大きくずれた値となり、衝撃波移動などの非定常空気が予測できなかったことが示されている。

続いて、内部反復有りの結果を見てみると、内部反復無しの結果に比べて、より大きな時間刻み幅（ $\Delta t = 0.015$ 程度）で収束値に近づいており、内部反復による時間精度向上の効果がわかる。このように内部反復を3回行うことで、内部反復無しに比べ3倍程度の Δt をとることが可能だが、計算コストの面では、3回の内部反復と時間刻み幅1/3はほぼ同等のものと考えられるので、本研究では、特にどちらが効率的であるかは判断できなかった。

1次精度（1st-order）と2次精度（2nd-order）の実質時間精度の比較では、ほとんど違いが見られず、精度向上による解の精度向上は見られない。すなわち、時間精度そのものを向上させることよりも、時間項を含めた方程式への収束性を高めること（内部反復を使うこと）の方が重要であるといえる。

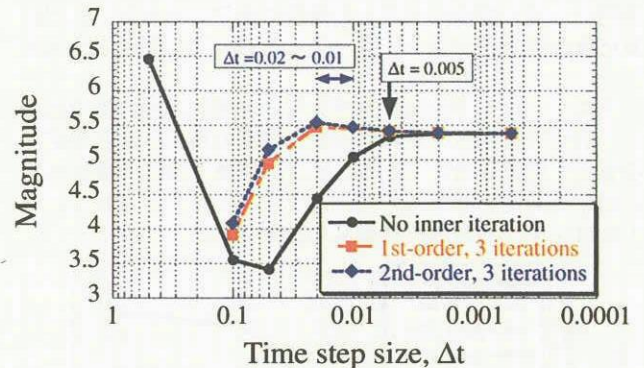
無次元振動数の影響

上記の議論は無次元振動数 $k=0.2$ におけるものであった。主流条件が同じであれば、式(5)の定義から明らかなように、無次元振動数が大きければ早い振動を、小さければゆっくりとした準定常的な振動を意味することになる。よって、無次元振動数の大きさによって、とり得ることのできる時間刻み幅が変化することが予想される。そこで、図2で示したような時間刻み幅と非定常空気の関係を他の無次元振動数において調べてみた。

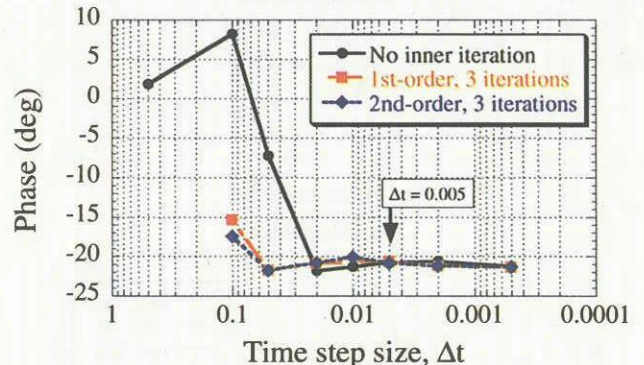
無次元振動数 $k=0.05$ の結果を図3に示す。非定常空気がある大きさの時間刻み幅で収束していく、そして内部反復有りの場合は時間刻み幅がより大きな値で収束値に近づくという傾向は無次元振動数 $k=0.2$ の場合と全く同様である。しかし、非定常空気が収束に近づく時間刻み幅の値を見ると、 $\Delta t = 0.01$ となっており、無次元振動数 $k=0.2$ で得られた $\Delta t = 0.005$ より大きな値となっている。この傾向は、無次元振動数 $k=0.1$ の結果でも見られた。

また、今回用いた最大無次元振動数 $k=0.3$ では、時間刻み幅が $\Delta t = 0.002$ から0.001付近で収束値に近づいた。この

時間刻み幅の値は、無次元振動数 $k=0.2$ の場合よりも小さく、当然のことながら、より小さな無次元振動数 $k=0.05, 0.1$ での時間刻み幅よりも小さい。よって、無次元振動数の大きさに応じて、とるべき時間刻み幅が決定されることがわかった。

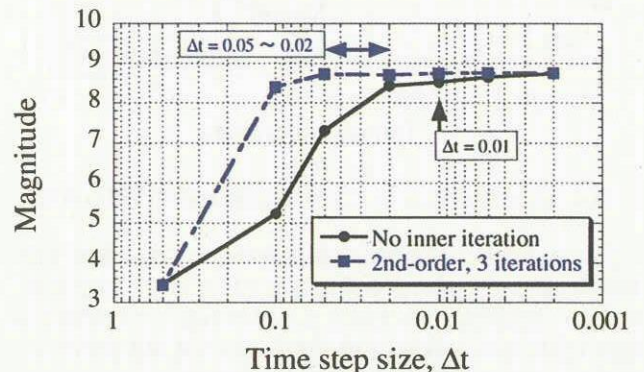


(a) Magnitude

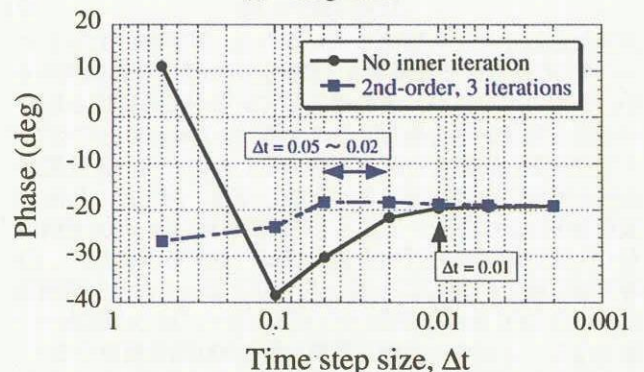


(b) Phase

図2 非定常空気が C_L に対する時間刻み幅と精度の影響



(a) Magnitude



(b) Phase

図3 非定常空気が C_L に対する時間刻み幅の影響 ($k=0.05$)

ここまでの結果をまとめると、無次元振動数が小さければ、とるべき時間刻み幅は大きくなり、無次元振動数が大きくなると、とるべき時間刻み幅は小さくなるということがわかった。式(6)で既に述べたように、計算における翼型の振動を支配しているのは、無次元振動数 k 、無次元時間刻み幅 Δt 、そして計算反復回数 N である。無次元振動数と時間刻み幅の関係は上記した議論の通りであるが、まだ計算反復回数 N がパラメータとして残っていることがわかる。

そこで、以下では見方を変えて、時間刻み幅の値ではなく、計算反復回数すなわち振動 1 周期の積分点数と非定常空気力の関係を考えてみる。図 4 に振動 1 周期の積分点数に対する非定常空気力の変化を示す。プロットされているものはいずれも内部反復無しの結果である。

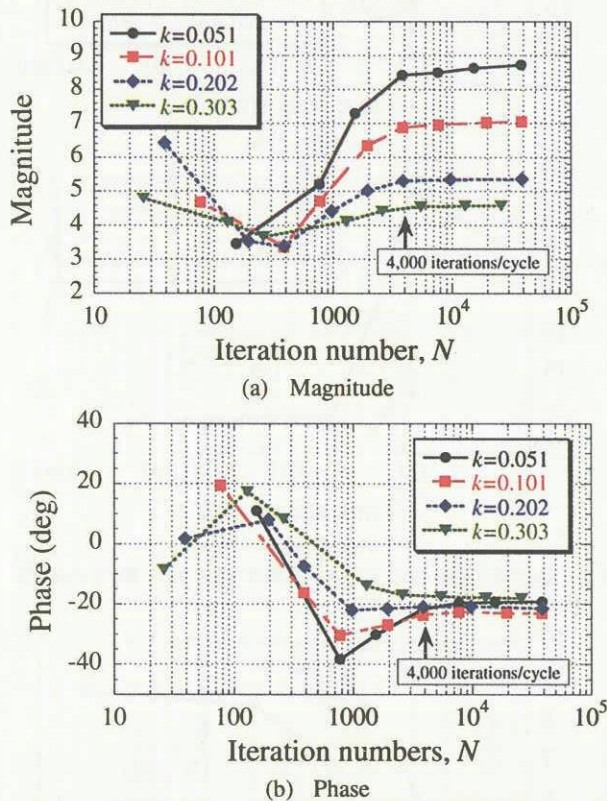


図 4 非定常空気力 C_L に対する振動 1 周期の積分点数

図 4 を見ると、どの無次元振動数においても、振動 1 周期に約 4,000 回の積分点を用いることによって、非定常空気力が一定値に近づいていることがわかる。この結果から、振動 1 周期を約 4,000 回で積分するという基準を定めたとすると、振動 1 周期は式(7)より次の関係式

$$2kM_\infty \Delta t N = 2\pi \quad (7)$$

が満たされることを意味している。計算条件であるマッハ数 M_∞ や無次元振動数 k (無次元振動数は計算結果からわかるものであるが、実験値としてあらかじめ提供されていることも多い) を設定しさえすれば、 $N=4,000$ とすることで精度良い非定常空気力を求めるためのとるべき時間刻み幅を事前に決定することが可能となる。例えば、無次元振動数 $k=0.2$ の場合、とるべき時間刻み幅は $\Delta t=0.004884$ となり、既に述べたとるべき値とはほぼ一致する。また、この時間刻み幅での最大 CFL 数は約 400 となっており、陽解法における CFL 条件で制限される値に比べ、はるかに大きい値となる。よって、振動 1 周期を約 4,000 回で積分するという基準を設定すれば、ある程度の精度が保証される非定常空気力を求めることができ、かつ効率的な計算が可能な時間刻み幅を得ることができる。次項では、この強制振動

翼解析で得られた基準が実際のフラッターシミュレーションに適用可能かどうかを調べる。

3-2 2次元フラッター解析への適用

3-2-1 計算対象と条件

計算対象は、3次元後退翼のある断面をモデル化した 2次元翼型で、上下変位と回転変位から成る 2 自由度系である。この系に対する支配方程式は文献 17) などで詳しく記述されているので、ここでは示さない。方程式中の各パラメータは、過去に数多くの数値計算が行われている Isogai の Case A¹⁸⁾ と呼ばれる条件から設定した。翼型は NACA64A010 である。流体解析の初期条件は、迎角 0[deg] における定常解を用い、構造方程式に回転変位速度 $2\pi/360$ を与えた。

マッハ数 M_∞ は、0.75 から 0.95 の間の 8 種類を用い、Re 数は全てのマッハ数で 6.0×10^6 と固定した。フラッター境界は、以下に示される Flutter Speed Index, V_{FSI} をパラメータとして幾つかの計算を行い、翼型変位の時間応答履歴が収束か発散かを判断して決定した。

$$V_{FSI} = \frac{U_\infty}{b\omega_\alpha \sqrt{\mu}} \quad (11)$$

ここで、 μ は質量比、 b は半翼弦長、そして ω_α は回転運動の角振動数である。

流体解析の計算格子は、前節の強制振動翼解析で使用したのと同じものを用いた。

3-2-2 結果と考察

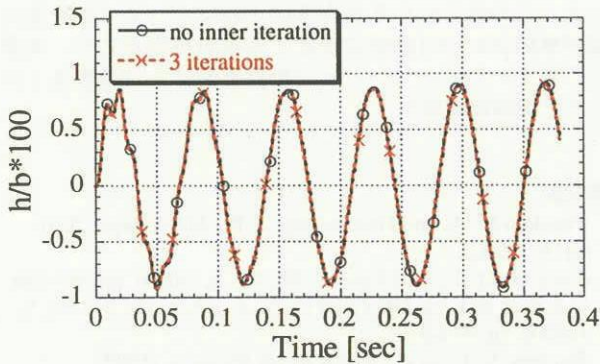
前節の解析で、無次元振動数の大きさに応じてとるべき時間刻み幅があり、それは振動 1 周期を約 4,000 回の積分点で計算するという基準から決定されることを示した。すなわち時間刻み幅を決定するためには、対象とする流れ場の無次元振動数を知る必要がある。本研究では、過去に行われた数値計算の中で最も新しい Bohbot ら¹⁹⁾ の結果を基にして、各マッハ数のフラッター無次元振動数 k を求めた。求めた無次元振動数 k に対してとるべき時間刻み幅 Δt を式(7)から計算し、表 1 にまとめた。反復回数は $N=4,000$ とした。ただし、実際の計算では必ずしも表 1 に示した無次元振動数で振動するわけでない。カッコ内に示したやや小さめの値を使った。小さめの値とはいえ、時間刻み幅 $\Delta t=0.01$ で最大 CFL 数が約 800 くらいなので、陽解法で制限される時間刻み幅よりははるかに大きな値である。

表 1 各マッハ数における無次元振動数と時間刻み幅

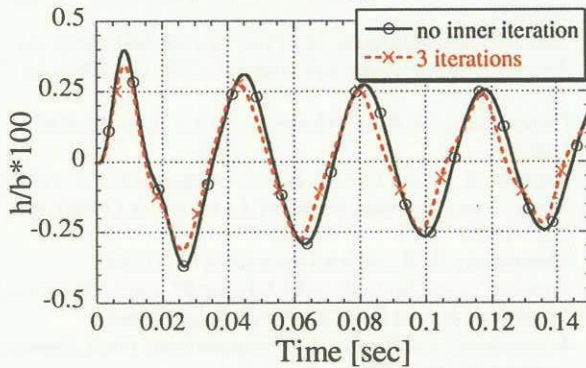
M_∞	無次元振動数 k	時間刻み幅 $\Delta t = \pi / k M_\infty N$
0.75	0.1205	0.00869 (0.008)
0.80	0.1482	0.00663 (0.006)
0.825	0.1339	0.00711 (0.0065)
0.85	0.1081	0.00855 (0.008)
0.875	0.0957	0.00938 (0.009)
0.90	0.1178	0.00741 (0.007)
0.925	0.0948	0.00895 (0.0085)
0.95	0.0916	0.00902 (0.0085)

まず、設定した時間刻み幅で十分な時間応答履歴が得られるかどうかを調べた。内部反復無しで計算した結果とさらに 3 回の内部反復を行った (時間刻み幅を 1/3 にしたことに相当) 結果を比較した。図 5(a) にマッハ数 $M_\infty=0.825$ で $V_{FSI}=0.7$ のケースを、図 5(b) にマッハ数 $M_\infty=0.90$ で $V_{FSI}=2.2$ のケースをそれぞれ示す。図 5(a) を見てみると、内部反復無しの結果と内部反復 3 回の結果の間で違いがほとんど見られないことがわかる。これは用いた時間刻み幅が翼型にかかる非定常空気力を求めるのに十分なものであったこと

を示すものである。また、図 5(b)のマッハ数 0.90 の結果では、マッハ数 0.825 の結果に比べると 2 つの時間応答履歴にやや違いが見られるが、フラッター境界値を変えるほど大きなものではなく、このケースからも用いた時間刻み幅が十分なものであることがわかった。



(a) $M_\infty=0.825, V_{FSI}=0.7$



(b) $M_\infty=0.90, V_{FSI}=2.2$

図 5 時間応答履歴に対する時間刻み幅の検証

図 6 に、表 1 に示す時間刻み幅を用いて得られたフラッター境界を示す。図 6(a)が Flutter Speed Index, 図 6(b)がフラッター振動数と回転運動の角振動数との比をとったフラッター振動数比である。Bohbot らの流体計算では、時間刻み幅 $\Delta t=2\pi/360=0.175$ でさらに 100 回の内部反復が行われており、この時間刻み幅 ($0.175/100=0.00175$) は、どのマッハ数においても本研究で用いた値より小さな値といえる。Nakamichi²⁰⁾の計算については、時間刻み幅が明記されていなかった。今回の計算結果を見てみると、Flutter Speed Index ならびにフラッター振動数比ともに Bohbot らの結果と各マッハ数において非常に良く一致しており、精度良いフラッター境界を求めることができたといえる。

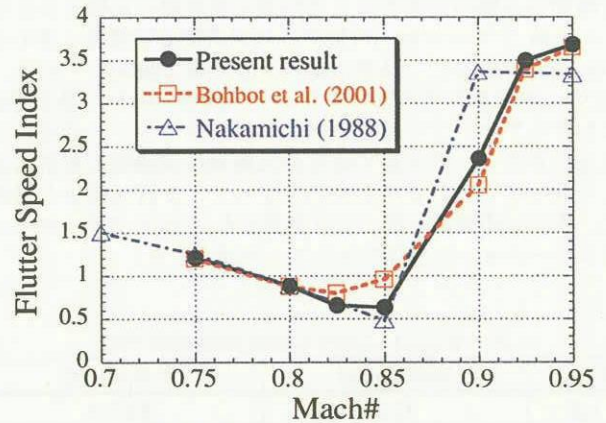
以上で得られた結果は、振動 1 周期を約 4,000 回で積分するという基準により決定した時間刻み幅の有効性を示しており、強制的な動きではない任意の動きをするフラッターシミュレーションにも、この基準が適用可能であることがわかった。

3-3 3次元フラッター解析への適用

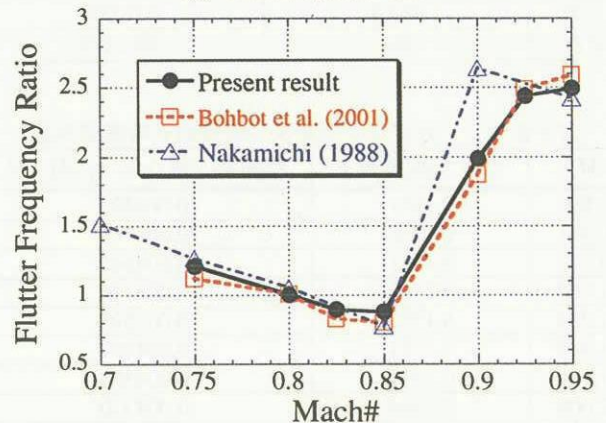
前節の結果から、振動 1 周期に約 4,000 回の積分点を用いるという基準から定まる時間刻み幅が 2 次元のフラッターシミュレーションにも有効であることを示した。ここではより実用的な 3 次元翼フラッターシミュレーションにも適用可能かどうかを調べ、有効性の検証を行う。

3-3-1 計算対象と条件

中井ら²⁰⁾によって行われた遷音速・超音速フラッター実験に対する計算を行った。翼平面形は、前縁および後縁の



(a) Flutter Speed Index



(b) フラッター振動数比

図 6 フラッター境界値の比較

後退角が 42.5° および 10.0° 、アスペクト比がフルスパン翼で 1.344、テーパー比が 0.63 である。実験において Wing-1, Wing-5 と記載されている翼模型を対象とし、例えば Wing-5 では翼根が 168.4[mm]、スパン長が 151.2[mm]である。翼模型構造は厚さ 2[mm]の様なマグネシウム板である。

マッハ数 M_∞ は 0.817 から 2.009 の間の 11 種類を用い、Re 数は文献に記載されている流れ条件から決定し、いずれのマッハ数においても 10^6 のオーダーである。

流体の初期条件は迎角 $0[\text{deg}]$ の定常解を、構造方程式(3)に対して 1 次モードの微小な速度を与えた。

流体の計算格子は C-H 型、格子点数は $273 \times 53 \times 51$ であり、翼表面上に 201×34 の格子点を配置している。壁面から離れる方向の外部境界範囲は翼根の 30 倍、スパン方向には 8 倍の距離をとった。

3-3-2 振動特性

まず、固有値解析を行い、翼模型の振動数と固有モード形状を求め、実験結果と比較した。翼模型は 9 節点シェル要素でモデル化した。要素数は 25 である。表 2 に固有振動数を示す。いずれのモードにおいてもおおそ良い一致が見られている。固有振動モード形状に関しては、1 次モードが 1 次曲げ、2 次モードが 1 次振り、3 次モードが 2 次曲げ、そして 4 次モードが 2 次振りであった。本研究では、4 次モードまで考慮して構造方程式(4)を解いた。

3-3-3 結果と考察

2 次元フラッターシミュレーションと同様に実験結果で記載されていた無次元振動数よりとるべき時間刻み幅を決定した。反復回数は $N=4,000$ とした。表 3 にその結果を幾つか抜粋してまとめる。紙面の都合上、図 5 で示したよう

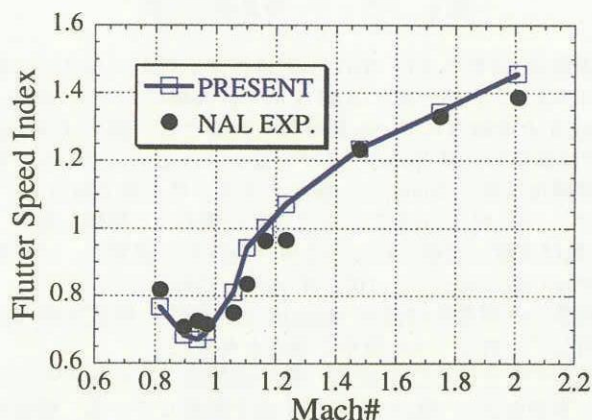
な時間刻み幅の大きさによる時間応答履歴の比較を示さないが、表 3 で示される時間刻み幅が時間応答履歴を求めるのに十分であることは幾つかのマッハ数で確認している。図 7 に本計算で得られたフラッター境界を示す。遷音速域におけるディップや超音速域におけるフラッター速度の立ち上がりなど、本計算で得られた結果は実験値と非常に良く一致していることがわかる。よって、2 次元解析と同様に、用いた時間刻み幅がより実用的な 3 次元フラッターシミュレーションに有効であることが示された。

表 2 Wing-5 における固有振動数の比較

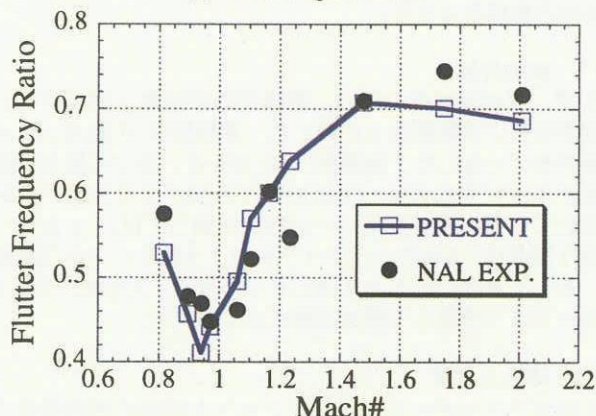
モード	実験値[Hz]	計算値[Hz]
1 次	82.2	84.723
2 次	302.0	309.392
3 次	435.1	476.069
4 次	NA	702.277

表 3 各マッハ数における無次元振動数と時間刻み幅

M_∞	無次元振動数 k	時間刻み幅 $\Delta t = \pi/kM_\infty N$
0.896	0.1951	0.004493
0.941	0.1750	0.004769
0.971	0.1741	0.004646
1.105	0.1702	0.004176
1.234	0.1770	0.003595
1.489	0.1081	0.004897
1.748	0.1019	0.004320
2.009	0.0905	0.004320



(a) Flutter Speed Index



(b) フラッター振動数比

図 7. 3 次元翼におけるフラッター境界値の比較

4. 結論

フラッターシミュレーションを行う上でのとるべき時間刻み幅の選定基準を明確にするため、強制振動翼と 2, 3 次元フラッターシミュレーションを行った。強制振動翼の解析から、非定常空気を精度良く求めるための基準として、振動 1 周期に約 4,000 回の積分点を用いればよいことがわかった。この得られた基準を基にすれば、とるべき時間刻み幅が事前にかつ自動的に決定する事が可能であり、実際にフラッターシミュレーションを効率的にかつ精度良く行えることが確認できた。

参考文献

- 1) Postdam M. A. and Guruswamy G. P., AIAA Paper 2001-0716, (2000).
- 2) Yang G., et al., *J. of Aircraft*, **40**, No. 3, (2003), pp.580-589.
- 3) Gordnier R. E. and Melville R. B., *J. of Aircraft*, **37**, No. 5, (2000), pp. 872-879.
- 4) Rumsey, C. L., et al., AIAA Paper 95-1835, (1995).
- 5) Terashima, H. and Fujii, K., *CFD J.*, **11**, No. 2, (2002), pp. 225-233.
- 6) Shima, E. and Jounouchi, T., *Proc. of 14th NAL Symp. on Aircraft Computational Aerodynamics*, SP-34, (1997), pp. 7-12.
- 7) Chakravarthy, S. R. and Osher, S., AIAA Paper 85-0363, (1985).
- 8) Baldwin, B. S. and Lomax, H., AIAA Paper 78-257, (1978).
- 9) Yoon, S. and Jameson, A., *AIAA J.*, **26**, No. 9, (1998), pp. 1025-1026.
- 10) Chakravarty, S. R., AIAA Paper 84-0165, (1984).
- 11) Tamura, Y. and Fujii, K., AIAA Paper 93-3365-CP, (1993).
- 12) Terashima, H. and Fujii, K., *Proc. of the Second International Conference on Computational Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, (2002).
- 13) Harder, R. L. and Desmarais, R. N., *J. of Aircraft*, **9**, pp. 189-191, (1972).
- 14) Bhardwaj, M.K., et al., *AIAA J.*, **36**, No. 12, (1998), pp. 2179-2186.
- 15) Melville, R. B., et al., AIAA Paper 97-2039, (1997).
- 16) AGARD-R-702, (1982).
- 17) Bisplinghoff, R. L., et al., "Aeroelasticity," Dover, (1996).
- 18) Isogai, K., NAL TR-617T, (1980).
- 19) Bohbot, J., et al., AIAA Paper 2001-0752, (2001).
- 20) Nakamichi, J., NAL TR-1004T, (1988).
- 21) 中井暎二ら, NAL TR-288, (1972).