

## 乱流境界層の構造と渦

小橋安次郎（道工大），早川道雄（北大工）

## Structure of Turbulent Boundary Layer and Vortex

Y. Kobashi\*, M. Hayakawa\*\*

\*Hokkaido Institute of Technology

\*\*Dept. of Eng. Hokkaido University

## ABSTRACT

Based on the idea that turbulence is the flow phenomena caused by the movement of vortex, the structures of turbulent boundary layer are discussed. The circulation is the most important factor for characterizing the flow structures. The large scale motions such as coherent structure of the outer layer and the burst structure of the inner layer can be explained by the interactions between vortices.

Key Words: vortex, turbulent boundary layer, turbulent vortex, outer layer, inner layer, bulge, burst

## 1. 序論

実在流体では渦度が発生して速度勾配に耐えることが知られている。いわゆる粘性で、渦度を担う流体の素子を渦粒子と呼ぶとき、渦粒子相互間の干渉によって渦が作られると考えられる。

以下、乱れを渦の集合により誘導される速度の場であるとして乱流境界層の構造を考えることとする。

## 2. 渦と乱れ

層流状態の2次元流れでは粘性  $\mu$  および応力  $\tau$  と渦度  $\omega$  の関係は

$$\mu = \rho \nu = \rho \pi r_m^2 \omega \quad (1)$$

$$\tau = \rho \pi r_m^2 \omega^2 \quad (2)$$

で与えられる。ただし  $\nu$  は動粘性係数、 $r_m$  は渦粒子の半径である。粘性は与えられた環境で一定値を持から、渦度従って速度勾配が減少するに連れて渦粒子の大きさは増す（膨張）ことになる。平板に沿う流れでは、壁面との速度差によって渦粒子の層が発生し、これによって外部との速度差が減るため、第一の渦粒子層に接して少し大きな渦粒子の層が現れ、以後同様にして順次に新しい渦粒子の層が作られて層流境界層が形成される。

境界層は下流に向かって成長し、外側の渦度を持たない流体粒子に渦度を与えながら増大する。この際、既存の渦粒子間では渦度の再配分によってこれに対応するが、この結果、渦粒子の密度が増えて粒子間隔が小さくなると粒子間で干渉が起り、数個が結合（合体）して1個の渦の挙動を

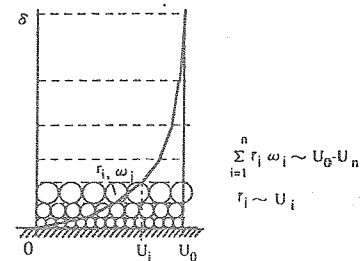


図1 境界層と渦

示すようになる。この場合、(1), (2) は

$$\mu_S = \rho \nu_S = \pi \rho \sum (r_{mN}^2 \omega_N) \quad (1')$$

$$\tau_S = \pi \rho \sum (r_{mN}^2 \omega_N^2) \quad (2')$$

となり流れの性質に変化が現れる（遷移）。ただし  $\omega_{mN}$ 、 $r_{mN}$  は個々の渦核の渦度及び半径で  $N$  は渦粒子の数であるが、 $\tau_S$  の値が流れの臨界値  $\tau_{cri} (= \alpha \rho U_0^2)$  を超えると流れに拘束されていた渦粒子は

$$\pi r^2 \omega^2 = \tau_{cri} / \rho = \alpha U_0^2 \quad (3)$$

のエネルギーを持った渦核となって解放され流れの中を自由に移動するようになると思われる。渦核は周囲に回転する流れを誘起することによって渦を形成すると共に他の渦と干渉して、一見乱雑な動きに移行する。乱流の発生である。

乱流渦

渦間の干渉が強くなると幾つかの渦がまとまって運動をするようになる。このような渦の集団を乱流渦と呼ぶことにすると、乱流渦を構成する個々の渦の間には (1')-および (2') の関係が成り立ち、その平均的挙動は等価な ( $\nu_T = \pi r^2 \omega$  の同じ) Rankin 渦で、また乱れ成分は両者の差で表すことが出来る。

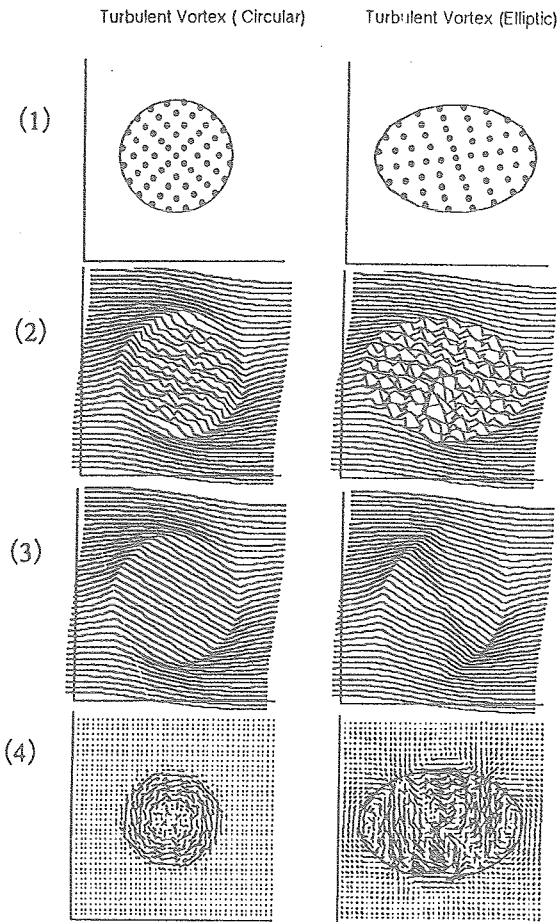


図2 乱流渦とRankin 渦  
(1)渦配置 (2)速度分布  
(3)Rankin渦速度 (4)乱れ分布

3. 乱流境界層の速度分布と乱れの特徴

乱流境界層は自由乱流の性質を持つ外層と壁乱流の性質を持つ内層とからなり、前者にはべき乗速度分布、後者には対数速度分布が適用でき、それぞれがべき指数  $Nw$  と摩擦速度  $U_\tau$  を特性量として記述される [1]。

この結果は一樣流だけでなく、減速流や加速流など圧力勾配のある流れに対しても有効で [2]、これによって全ての乱流境界層 (平板に沿う) を統一的に記述することが出来る (図 3-1 ~ 図 3-3 参照)。なお、図 3-2 の  $Kp$  は圧力勾配係数 ( $= (\nu / U_e)(dU_e / dx)$ ) で、この値が  $3.7 \cdot 10^{-6}$  を超えると再層流化が始まるとされている。

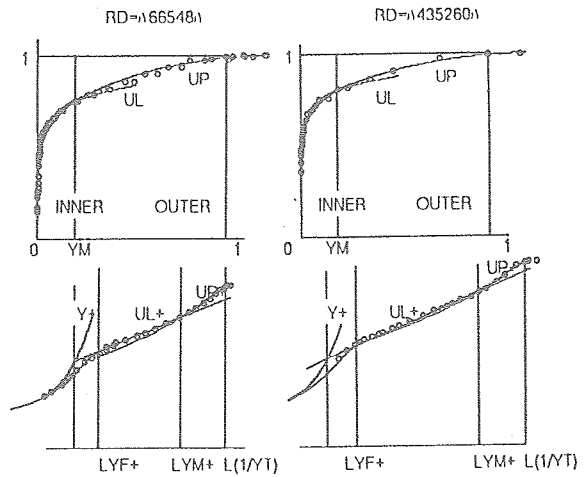


図 3-1 乱流境界層 (一樣流) 速度分布

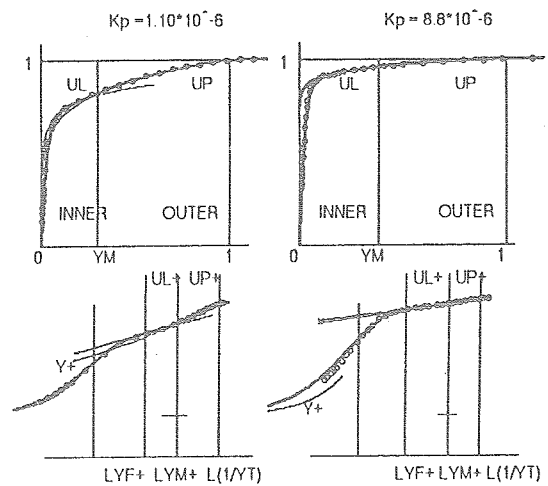


図 3-2 乱流境界層 (加速流) 速度分布

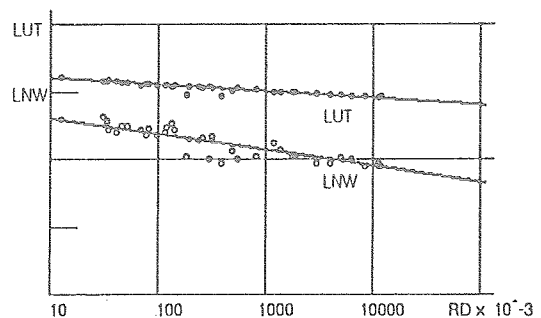


図 3-3 乱流境界層特性値の Reynolds 数依存性

以下、乱れを渦によって誘起される流れであるとする立場から境界層速度分布と乱れの関係について考えてみる。一口に言って外層の乱れは自由剪断流型で荒々しい乱れであるのに対して内層の乱れは壁乱流型の穏やかで整然とした乱れであると言えるが、こうした違いは壁面で作られた乱れが壁面から遠ざかる過程の中でその性質を変え

たために生じたと言うべきであろう。

#### 内層速度分布と乱れ

壁面では層流境界層に見られる渦粒子の列が出来て層流底層を形成するが、乱流境界層ではこれに接して壁面摩擦応力  $\tau_{wall}$  に相当するエネルギー

$$(r\omega)^2 \sim \tau_{wall} / \rho = u_{\tau}^2 \quad (5)$$

を持つ渦の層が出来て流れの中に放出されると思われる。 $u_{\tau}$  は摩擦速度である。

渦の大きさが壁面からの距離に比例して増大するとすれば、 $r \sim y$ 、 $\omega = du/dy$  とおくことが出来るから (5) は

$$du/dy \sim u_{\tau} / y \quad (6)$$

となり、対数速度分布が得られる。この場合、個々の渦の持つ能力（循環）には隣接する渦を駆動する程の力はなく、従って穏やかな乱れの場合が作り出されることになる。

#### 外層速度分布と乱れ

内層に接して現れる渦群は壁から離れるにつれて大きさを増すが、それに伴って干渉効果も増大し、渦同志が影響し合って更に大きな渦群に発達する。こうして出来た乱流渦が外層乱流の基本的構造と考えられるが、渦は層内の速度差のため引き延ばされるため、そのままの渦群を保つことが出来なくなり、幾つかの群に分裂する。

外層の速度分布を3列の渦群を使って計算した結果を図4に示すが、べき乗分布と良い一致を示している [3]。

PW=17.51  
Y10=1.81, Y20=1.451, Y30=1.221  
R10=1.21, R20=1.231, R30=1.131  
A10=1.0051, A20=1.0111, A30=1.0051

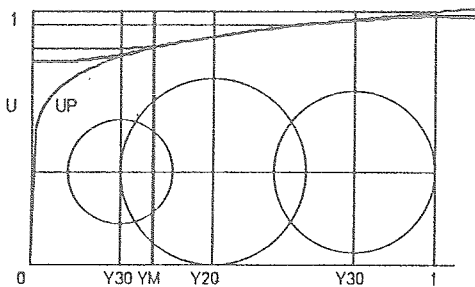


図4 渦列 Model とべき乗速度分布

#### 4. 乱流境界層の組織構造

乱流境界層の構造の特徴は、外層での乱れの間欠的出現と、内層にバーストと呼ばれる現象が断続的に現れることである。いづれも周期的で、周期を  $T$  とするとき  $T\delta/u_e$  ( $u_e$ : 境界層外

縁速度、 $\delta$ : 境界層厚さ) で定義される無次元周期の値はそれぞれ 2.5 および 5.0 [4] [5] であることが知られているが、そのよってくる理由についてはほとんど明かにされていない。

#### 外層乱流の組織構造

外層には境界層厚さとほぼ同じ大きさの乱流渦が周期的に現れると思われるが、この渦は層内の速度差のため引き延ばされて分裂し幾つかの渦群の列をつくる。これ等の渦列は異なる速度で移動するため、異なる時刻に発生した渦群に追い付いたり追い越されたりしてその都度合体、離散を繰り返すことになる。外層の間欠構造 (Bulge) がこのようにして作られた強い渦を指すとすれば、その周期は渦の擦れ違いの周期として計算される。図5に群1、群2の移動速度比が4:3の場合の渦合体、分裂の様態を模式的に示してある。

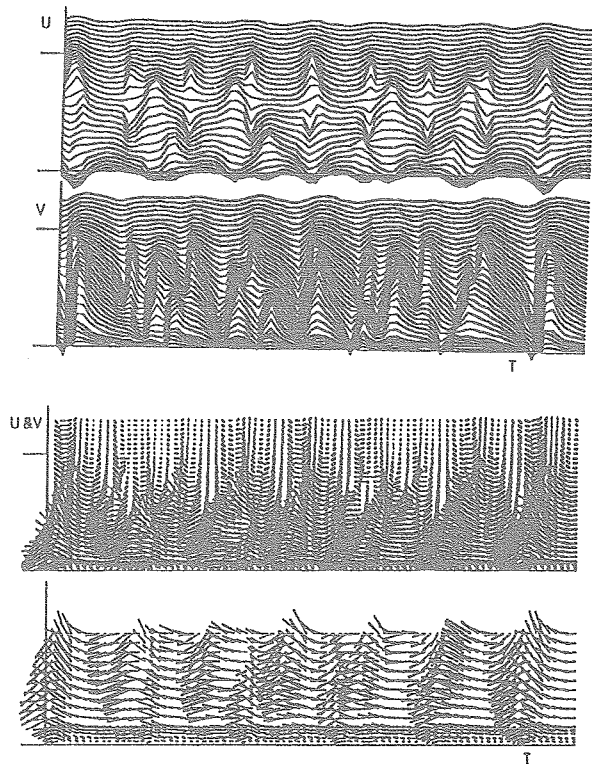


図5 組織構造の形成と周期

#### 内層乱流の組織構造

内層では渦の径が小さく渦間の干渉が少ないため、穏やかな乱れが期待される筈であるが、実際には ejection, sweep と呼ばれる強い構造を伴った burst が現れ乱れ乱流境界層のエネルギーの補給源となっている。その発生理由については外層の渦群の通過による攪拌とするのが最も妥当と考えられる (図4 参照)。ただ Burst は3次元的構造を持っており、2次元の渦だけでは説明することが出来ないが、壁に沿う2次元渦が不安定化して出来る縦渦が巻き付いたと考えれば、局所的な縦渦

を導入することによって解決できる。

このように外層の渦が攪乱源となっていると考ええると、Burst 発生メカニズムや ejection, sweep といった構造の特殊性、さらにはその周期についても容易に説明ができる。

### 5. 乱れエネルギーの変遷

Burst によって発生した変動は新たな渦となって外層渦に乗って運ばれ外層渦の 1 員となると考えられる。このように外層の渦によって内層内に発生した乱れは外層渦によって運ばれて外層自身の乱れの補強を行い再び burst を引き起こす攪乱源となり、かくして乱流境界層のエネルギーサイクルがつけられる。加速境界層の場合には、加速の度合が一定値を超えると乱流状態が失われる再層流化が起こるが、これは加速によって外層の乱流渦が伸びて、強さが急速に低下し、Burst を引き起こすことが不可能になるため、上述のようなエネルギーの循環が断たれる結果、乱流状態を保てなくなったと考えられる [6]。このことは一様流の場合に Reynolds 無限大の極限で乱流境界層が存在するかという、所謂平衡乱流境界層の問題に回答を与える鍵となると思われる。なお、外層渦の強さは Reynolds と共に低下している (図 3-2)。

### 6. 結び：何故渦か？

従来は、乱れを流れの中に現れる不規則な変動現象として、波動とみる考え方が一般的で、色々な大きさの波が重なりあって作り出されたとされており、乱れの周波数、スペクトルと言った概念はここから生じている。また計算機を用いた数値シミュレーションや統計理論による乱流計算なども行われており、こうした手法は層流から乱流への遷移や乱れの数学的記述には便利であるが、乱れを流体自体の動きとして捉えようとする立場からは好都合とは言えない。

乱流を流体の実質部分の運動として捉えるためには、流体部分の移動によって生ずる変化を Lagrangian 的に追いかける必要があるが、これは渦度を持つ流体粒子を追跡することによって実現される。渦度を持った流体粒子を渦と呼び、渦度が集中して剛体的回転運動をする渦核とそれによって誘起される循環流部分からなる Rankin 渦によって代表され、その強さは渦度と渦核の面積によって式 (1), (2) のように表される。

渦は安定を失った剪断流れが分裂して作られる流体運動で、相互干渉によって経路が複雑に変わる。外層で渦がグループ化して周期的な渦群を作り出すのもこうした干渉作用の結果である。流れ場が壁に沿っているばあいには、速度勾配が大きく、渦核の大きさが小さく、干渉作用が小さいため (式 (2)) 渦のつくりだす流れは外層に比べて静かである。このことは渦点法を用いた流れ

の記述によっても裏付けられている。

乱れは 3 次元の流れ現象で、その記述には 3 次元の渦が必要であるが、流れ方向またはこれと垂直の方向に軸を持つ縦渦対を導入することによって代用することが出来る。ただ縦渦対は平均として流れ方向の成分を持たず、一般に局所的な現象を扱う場合にのみ意味があると考えてよい。従ってここでは渦は 2 次元であるとしたが、3 次元性が欠けている点では実際の流れに対応していないと言う誹りは免れない。

以上、乱れを渦の誘起する流れ場であるとして乱流境界層の構造について考えたが、上記のような問題点はあるもの、これにより、乱流境界層の構造や、再層流化のメカニズムなどの解明に有力な手掛りが得られるものと思っている。

### 参考文献：

- [1] Kobashi, Y. and Hayakawa, M.: Structure of a Turbulent Boundary Layer and its Dependence on Reynolds Number; 8th ACFM (1999)
- [2] Kobashi, Y. and Hayakawa, M.: Relaminarization Mechanism of Turbulent Boundary Layer in Accelerated Flow; 9th ACFM (2001)
- [3] Kobashi, Y. and Hayakawa, M.: The Vortex Row Model of a Turbulent Boundary Layer; 13th AustralAsia FCM (1998)
- [4] Corrsin, S., and Kistler, A.L.: Freestream boundaries of turbulent flows; NACA Tech. Note 3133 (1954)
- [5] Ueda, H., and Hinze, J.O.: Fine structure turbulence in the wall region of a turbulent boundary layer, J. Fluid Mech. 67: (1976)
- [6] Rao, N.K., Narashimha, R. and Narayanan B.: The bursting phenomenon in a turbulent boundary layer; J. Fluid Mech. (1971)