

一般座標系格子ボルツマン法による翼周り流れの数値計算

今村太郎*1, 鈴木宏二郎*2, 中村孝*1, 吉田正廣*1

Numerical Simulation of Flows around an Airfoil using Generalized Interpolation-based Lattice Boltzmann Method

by

Taro Imamura*1, Kojiro Suzuki*2, Takashi Nakamura*1, Masahiro Yoshida*1

Abstract

The Lattice Boltzmann Method (LBM) has developed as new CFD tool, and is applied to various flow problems. In this paper, numerical simulation of flows around an airfoil is performed using Generalized Interpolation-based Lattice Boltzmann Method (GILBM), which is a LBM solver on generalized coordinates. Flows around three different airfoils, which were workshop problems of ANSS2000, are solved using the GILBM. Each airfoil has different stall patterns: trailing edge stall (NACA63s-018), leading edge stall (NACA63i-012), and thin airfoil stall (NACA64A-006). The present results show good agreement in Cl, Cd and Cp distribution with the experimental results at low angle of attack. By combining GILBM solver and Baldwin-Lomax turbulence model, the present results show the ability to predict the trailing edge stall.

1. はじめに

近年格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method: 以下LBM) を用いた流体計算が盛んに行われるようになってきた¹⁾。格子ボルツマン法は、流体を衝突と並進からなる仮想粒子の集合 (分布関数) としてモデル化する。主に低速流れ (低マッハ数流れ) 解析に適した計算手法である。従来の非圧縮性 Navier-Stokes 解法と比較するとポアソン方程式の反復計算がなく、並列計算に適したアルゴリズムを有する、といった特徴を持っている。

本研究では一般座標系で定式化された格子ボルツマン法, Generalized Interpolation-based LBM (GILBM)²⁾ に乱流モデルを組み合わせた計算手法を用いて, 2000年度に本シンポジウムにてワークショップの課題であった“二次元翼型失速特性シミュレーション”を行う。このワークショップで課題となった翼型は, 前縁失速型の NACA63s-018, 後縁失速型の NACA63i-012, そして薄翼失速型の NACA64A-006 の三形状である。

これまで CFD で一般的に用いられてきた計算手法とは全く異なるアプローチから発展してきた格子ボルツマン法による計算結果を示し, 他の計算結果や実験結果との比較を行う。

2. LBGK モデル

はじめに, 非圧縮流解析モデルであり衝突演算に BGK 衝突モデルを用いる, lattice BGK (LBGK) モデル¹⁾ について説明する。

LBGK モデルの支配方程式は, BGK 方程式をベースに考えると理解しやすい。BGK 衝突項を持つ 2次元ボルツマン方程式を有次元で表記すると,

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \hat{c}_x \frac{\partial \hat{f}}{\partial \hat{x}} + \hat{c}_y \frac{\partial \hat{f}}{\partial \hat{y}} = -\frac{1}{\hat{\tau}} [\hat{f} - \hat{f}^{eq}] \quad (1)$$

となる。変数 \hat{Q} は Q の有次元表記である。分布関数 $\hat{f} = \hat{f}(\hat{x}, \hat{c}, \hat{t})$ は, 位置 \hat{x} , 粒子の移流速度 \hat{c} , 時間 \hat{t} を変数に持つ。 $\hat{\tau}$ は緩和時間, \hat{f}^{eq} は平衡分布関数である。

格子ボルツマン法の支配方程式は, BGK 方程式において速度空間を数個から数十個の点で離散化したものであると理解できる。ボルツマン方程式を無次元化し, 速度空間を離散化するため, $\hat{f}(\hat{x}, \hat{c}, \hat{t})$ を粒子速度 c_i に対する分布関数 $f_i(x, t)$ で置き換えると, 式(1)は,

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + c_{i,x} \frac{\partial f_i}{\partial x} + c_{i,y} \frac{\partial f_i}{\partial y} = -\frac{1}{\tau} [f_i - f_i^{eq}] \quad (2)$$

となる。流れの代表長さ L , 代表速度 U_0 , 特性時間 $t_0 (= L/U_0)$, そして密度 ρ_0 を用い, 変数を $f_i = \hat{f}_i / \rho_0$, $x_i = \hat{x}_i / L$, $c_i = \hat{c}_i / U_0$, $t = \hat{t} / t_0$, $u = \hat{u} / U_0$, $\tau = \hat{\tau} / t_0$ のように無次元化した。

LBM の二次元計算では 2次元9速度モデル (2D-9V モデル) が一般的に用いられる。2D-9V モデルにおける速度

1 宇宙航空研究開発機構 (Japan Aerospace Exploration Agency)

2 東京大学大学院新領域創成科学研究科 (University of Tokyo)

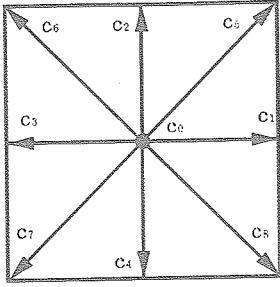


図1：2次元9速度モデルで用いられる速度ベクトルの組み合わせ

ベクトルの組み合わせは図1のようになり、式で書くと

$$\begin{cases} \mathbf{c}_0 = (0,0) \\ \mathbf{c}_i = c \left(\cos\left(\frac{i-1}{2}\pi\right), \sin\left(\frac{i-1}{2}\pi\right) \right) & \text{for } i=1,2,3,4 \\ \mathbf{c}_i = \sqrt{2}c \left(\cos\left(\frac{i-5}{2}\pi + \frac{\pi}{4}\right), \sin\left(\frac{i-5}{2}\pi + \frac{\pi}{4}\right) \right) & \text{for } i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (3)$$

となる。速度ベクトル \mathbf{c}_i は定数であるので、波動方程式の解析解を式(2)の左辺に適用できる。計算領域を等間隔直交格子で分割し、格子間隔 Δx と分布関数の無次元移流速度 c とから、時間刻み幅を $\Delta t = \Delta x/c$ と定義する。このようにすると、分布関数は1 time stepで隣接する格子点へ移動する。これは常にCFL=1の計算に相当し、移流に伴う数値誤差を含まない。最終的に、式(2)は

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \cdot \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\omega} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (4)$$

($i=1,2,\dots,9$ for 2D-9V モデル)

となる。緩和時間は $\omega = \tau/\Delta t$ で定義される。これが格子ボルツマン方程式 (Lattice Boltzmann Equation : LBE) である。 $f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)$ は平衡分布関数を表し、

$$f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = w_i \rho \left[1 + \frac{3(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})}{c^2} + \frac{9(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3\mathbf{u}^2}{2c^2} \right] \quad (5)$$

である。 w_i は速度ベクトルの大きさに応じた定数である。2次元9速度モデルでは $w_0 = 4/9$ 、 $w_1 = \dots = w_4 = 1/9$ 、 $w_5 = \dots = w_8 = 1/36$ である。

マクロな物理量 (密度や速度) は次式のように分布関数のモーメントから、

$$\rho = \sum_i f_i, \quad \rho \cdot \mathbf{u} = \sum_i f_i \cdot \mathbf{c}_i \quad (6)$$

で与えられる。格子ボルツマン方程式にChapman-Enskog展開を適用すると、Navier-Stokes方程式が導かれ、動粘性係数と緩和時間の関係が導かれる^[1]。格子サイズから決まる時間刻み幅と計算で与えられるレイノルズ数から、緩和時間は、

$$\omega = \frac{3U_0 L}{\text{Re} \cdot \Delta t \cdot c^2} + \frac{1}{2} \quad (7)$$

で与えられる。また、圧力は

$$p = \frac{\rho}{3} c^2 \quad (8)$$

となる。

3. Generalized Interpolation-based LBM

3.1 GILBMの導出

格子ボルツマン方程式(4)を衝突演算、並進演算と独立に記述すると、

$$f_i^*(\mathbf{x}, t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\omega} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] : \text{衝突} \quad (9)$$

$$f_i(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_i^*(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \cdot \Delta t, t) : \text{並進} \quad (10)$$

となる。 $f_i^*(\mathbf{x}, t)$ は衝突演算後の分布関数を表す。衝突後の分布関数は、速度ベクトル \mathbf{c}_i に従って隣り合う格子点に移動する。式(9)および(10)に関して、物理空間 \mathbf{x} から計算空間 ξ への一般座標変換を考える。ここでも簡単のため二次元計算について説明する。

まず衝突演算は、格子点上で起こるため、一般座標系上でも直交等間隔格子の時と等しく、

$$f_i^*(\xi, t) = f_i(\xi, t) - \frac{1}{\omega} [f_i(\xi, t) - f_i^{eq}(\xi, t)] \quad (11)$$

となる。一方、一般座標系での並進演算では、何らかの補間法を用いる必要がある。並進演算は次式のようになる。

$$f_i(\xi, t + \Delta t) = f_i^*(\xi - \Delta \xi_{ip}, t) \quad (12)$$

ただし、

$$\Delta \xi_{ip} = (\Delta \xi_{ip}, \Delta \eta_{ip}) = \int_0^{\Delta t} d\xi = \int_0^{\Delta t} \tilde{\mathbf{c}}_i dt \quad (13)$$

である。 $\tilde{\mathbf{c}}_i$ は計算空間における反変速度を表す。反変速度は座標変換から導かれるメトリックスを利用し、次式から求められる。

$$\begin{cases} \tilde{c}_{i,\xi} = c_{i,x} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} + c_{i,y} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \tilde{c}_{i,\eta} = c_{i,x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + c_{i,y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{cases} \quad (14)$$

移流計算ではラグランジュ的な内挿法を用いる。空間二次精度を保ち、多次元風上内挿法を用いることが数値粘性を抑える上で重要である。そのため、式(13)の数値積分では2-Step Runge-Kutta法を採用した。

$$\Delta \xi_{ip}^{(1)} = \frac{1}{2} \Delta t \cdot \tilde{\mathbf{c}}_i(\xi) : 1 \text{ step} \quad (15)$$

$$\Delta \xi_{ip} = \Delta t \cdot \tilde{\mathbf{c}}_i(\xi - \Delta \xi_{ip}^{(1)}) : 2 \text{ step} \quad (16)$$

最後に式(12)の右辺に対し、二次元風上補間関数を用い、

$$f_i(\xi, t + \Delta t) = \sum_{j=0}^2 \sum_{k=0}^2 a_j \cdot b_k \cdot f_i^*(\xi - \xi_j, \eta - \eta_k, t) \quad (17)$$

とする。ただし $\xi_j = \text{sign}(\Delta \xi_{ip}) \cdot j$ 、 $\eta_k = \text{sign}(\Delta \eta_{ip}) \cdot k$ である。また補間関数の係数は

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{2}(|\Delta\xi_{up}| - 1)(|\Delta\xi_{up}| - 2) \\ a_1 = -|\Delta\xi_{up}|(|\Delta\xi_{up}| - 2) \\ a_2 = \frac{1}{2}|\Delta\xi_{up}|(|\Delta\xi_{up}| - 1) \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} b_0 = \frac{1}{2}(|\Delta\eta_{up}| - 1)(|\Delta\eta_{up}| - 2) \\ b_1 = -|\Delta\eta_{up}|(|\Delta\eta_{up}| - 2) \\ b_2 = \frac{1}{2}|\Delta\eta_{up}|(|\Delta\eta_{up}| - 1) \end{cases} \quad (19)$$

となる。

時刻幅は最小格子幅 Δx_{\min} と移流速度の絶対値の最大 (対角成分 $\sqrt{2}c$) から次式のように決定する。

$$\Delta t = \frac{\Delta x_{\min}}{\sqrt{2}c} \quad (20)$$

緩和時間は式(7)より、最小格子サイズから決まる時刻幅と計算で与えられるレイノルズ数から決定される。

3.2 境界条件の設定

3.2.1 壁境界条件

壁面上での分布関数は、一次の非平衡量 $f^{(1)}$ を Chapman-Enskog 展開^[2]を用いて見積もることで、

$$\begin{aligned} f_i &= f_i^{eq} + f_i^{(1)} \\ &= f_i^{eq} \left[1 - \omega \cdot \Delta t \left(\frac{3U_\alpha U_\beta}{c^2} - \delta_{\alpha\beta} \right) \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

と与えられる。 $U_\alpha \equiv c_{i\alpha} - u_\alpha$ で、 $\delta_{\alpha\beta}$ はクロネッカーのデルタを表す。下付き文字は総和規約を表す。式(21)では、壁面上での密度および速度が必要である。壁に垂直な圧力勾配を0と仮定すれば、式(8)のように圧力と比例関係にある密度に関しても密度勾配0を仮定できる。従って、壁面の隣の点 (流体側) の密度を0次外挿する。速度については壁速度を境界条件として用いる。分布関数にマクロな速度の空間勾配 $\partial u_\alpha / \partial x_\beta$ を考慮することで、壁の勾配が分布関数に与える影響を数値的に決定できる。

3.2.2 外部境界条件の設定

外部境界では、非物理的な波の生成を抑えるため、無反射境界条件を適用する。これは、亜音速流出境界条件の考え方を格子ボルツマン法に適用したものである。計算領域から出て行く分布関数については、計算領域内部と同様の計算をし、計算領域に入ってくる分布関数については、初期条件で固定する。このように設定することで、外部境界での非物理的な波を押さえることが出来る。

3.3 乱流モデルの実装

計算機資源が限られているため、実際の工学的な問題でしばしば現れる非常に高いレイノルズ数流れの解析を直接計算で行うことは困難である。格子サイズより小さいスケールの物理現象を取り込むため、レイノルズ平均 Navier-Stokes 方程式解析で用いられる乱流モデルを GILBM と組み合わせる方法を示す。原理的に全ての乱流モデルと組み合わせることが可能であるが、本研究では代数モデルの Baldwin-Lomax モデルを用いる。

分子粘性に Baldwin-Lomax モデルから求められる渦粘性 μ_T を加えた見かけ上の粘性を求め、式(7)から格子点毎に緩和時間を決定することで、乱流モデルを LBM に適用

できる。

$$\omega_{BL} = \frac{3}{\text{Re}_{BL} c^2 \Delta t} + \frac{1}{2} \quad \text{ただし} \quad \frac{1}{\text{Re}_{BL}} = \frac{1}{\text{Re}} + \frac{\mu_T}{\rho_0 U_0 L} \quad (22)$$

4. 計算条件

異なる失速特性を持つ3つの翼周り流れの解析 (NACA63₃-018:後縁失速, NACA63₁-012:前縁失速, NACA64_A-006:薄翼失速) を行う。コード長と一様流速で無次元化したレイノルズ数は 5.8×10^6 であり、全ての計算で全面乱流を仮定した。実験データを参考に迎角については各翼型については、失速前1点と予測される失速角近傍の3点のみ計算した。

計算格子はC型の構造格子を用い、接線方向に257点、法線方向に65点を配した (翼表面には173点)。翼面付近における法線方向の最小格子幅は 1.0×10^{-5} とした。

5. 計算結果

5.1 NACA63₃-018

NACA63₃-018 の計算結果について示す。迎角(AOA)は失速前の1点 (7[deg]) と、実験から予測される失速角近傍の3点 (14,15,16[deg]) について計算した。

図2は上から AOA=7, 14, 16[deg]における圧力分布と瞬間流線を表す。失速前では流れが翼表面に沿って流れているが、迎角の増加に伴い後縁から剥離が生じて失速している。NACA63₃-018 は後縁失速型の翼型であることが実験からわかっており、本計算結果は定性的にこの現象を再現していることが確認できた。

図3は AOA=7, 16[deg]における翼表面の圧力分布について計算結果と実験結果とを比較した図である。7[deg]では、流れ場が定常になっており実験結果と定量的に一致した結果が得られている。一方 16[deg]では流れが非定常になっているため時間平均をとった値と比較する。瞬時値では上面側の後縁付近で実験結果と違いが観察されたが、時間平均を取ることで、実験値と一致する結果が得られた。

図4は Cl_α および Cd_α について計算結果と実験とを比較した図である。失速前の AOA=7[deg]では、実験と定量的に一致している。また実験とほぼ同じ失速角が再現された。

5.2 NACA63₁-012

NACA63₁-012 の計算結果について示す。迎角(AOA)は失速前の1点 (6[deg]) と、実験から予測される失速角近傍の3点 (12,14,16[deg]) について計算した。

図5は上から AOA=6, 12, 16[deg]における圧力分布と瞬間流線を表す。失速前では流れが翼表面に沿って流れているが、迎角の増加に伴い、後縁から剥離が生じて失速している。実験より前縁失速型であることがわかっているが、定性的にこの現象は捉えられていない。前縁失速する翼型については、N.S.解析でも Baldwin-Lomax モデルを用い全面乱流を仮定して計算した時には後縁失速になることが知られており^[4]、本計算でも同様の結果になっている。格子ボルツマン法においても、本法のように乱流モデルと組み合わせる失速特性を再現しようとする場合には、遷移点の指定を行う必要があると考えられる。

図6は AOA=12, 16 [deg]における翼表面の圧力分布について計算結果 (時間平均値) と実験結果とを比較した図である。失速前の 12[deg]では、実験結果と定量的に一致

した結果が得られている。一方 16[deg]では失速型が一致していないため、特に翼上面側の圧力分布が実験値と大きく異なっている。

図7は $Cl\cdot\alpha$ および $Cd\cdot\alpha$ について計算結果と実験とを比較した図である。失速前の $AOA=6, 12[deg]$ では、実験と定量的に一致している。16[deg]では失速に伴い揚力が減少し、抵抗が増大する傾向が再現されている。失速パターンは一致しないものの、失速角や最大揚力は実験とほぼ一致した結果が得られた。

5.3 NACA64A-006

NACA64A-006 の計算結果について示す。迎角(AOA)は失速前の1点(3[deg])と、実験から予測される失速角近傍の3点(7,8,9[deg])について計算した。

図8は上から $AOA=3, 7, 9[deg]$ における圧力分布と瞬間流線を表す。失速前の3[deg]では流れが翼表面に沿って流れているが、迎角の増加に伴い、7[deg]では前縁から大きく剥離してしまっている。NACA64A-006 は薄翼失速型の翼型であることが実験からわかっているが、その特徴である失速直前のショートバブルの発生を再現できていない。

図9は $AOA=3, 9[deg]$ における翼表面の圧力分布について計算結果(時間平均値)と実験結果とを比較した図である。失速前の3[deg]では、実験結果と定量的に一致した結果が得られている。一方大きな剥離が発生している9[deg]では失速型が一致していないため、全域にわたって実験結果と異なった分布になっている。

図10は $Cl\cdot\alpha$ および $Cd\cdot\alpha$ について計算結果と実験とを比較した図である。失速前の $AOA=3[deg]$ では、実験と定量的に一致している。一方迎角7[deg]以上の角度についてはまだ解が十分に収束していないため、値にばらつきがある。

6. 結論

これまで翼周り解析に用いられてきた Navier-Stokes 解析とは全く異なる手法である一般座標系格子ボルツマン法(GILBM)を用い、三種類の失速特性の異なる翼周り流れの解析を行った。いずれの翼型についても失速前(実験から予測される失速角の半分程度の迎角)では実験と定量的に一致する流れ場の計算ができた。一方失速角前後での各翼型の計算結果からは、以下のようなことがわかった。

①NACA63s-018: 本計算モデルでは失速パターン(後縁失速型)は実験と一致した。また最大揚力や失速角についても実験値に近い結果が得られた。

②NACA63i-012: 本計算により予測された最大揚力は実験値に近いが、失速パターンが一致しなかった。前縁失速の翼型にも関わらず、後縁失速型の失速特性が計算結果から得られた。そのため、翼表面の圧力分布に実験と差異が見られた。

③NACA64A-006: 失速前の角度では実験と一致したが、失速特性や失速角前後の流れ場について、本計算では再現できなかった。本法を用いた場合解の収束が遅く、失速前後の流れ場については定量的な流れ場を得ることができなかった。

以上の特徴は NS 解析で全面乱流を仮定した Baldwin-Lomax モデルを用いたときの傾向に一致している。従って、GILBM についても遷移点指定など行ってや

れば、より実験とあう計算結果が得られることが期待される。また本計算手法は完全陽解法であるため、定常解への収束性が悪く、特に NACA64A-006 のような薄翼の計算には適さないこともわかった。この点については解法の陰解法化など、より根本的な対策が必要であると考えられる。

参考文献

- [1] S.Chen and G.D.Doolen, Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows, *Annu.Rev.Fluid Mech.* 1998. 30:329-364
- [2] Walter G.Vincenti and Charles H. Kruger, Jr., Introduction to Physical Gas Dynamics, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1965 p. 375.
- [3] Kevin W. Thompson, Time Dependent Boundary Conditions for Hyperbolic Systems, *J.Comput.Phys.* 68, 1 (1987)
- [4] 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-46 2000 年 12 月

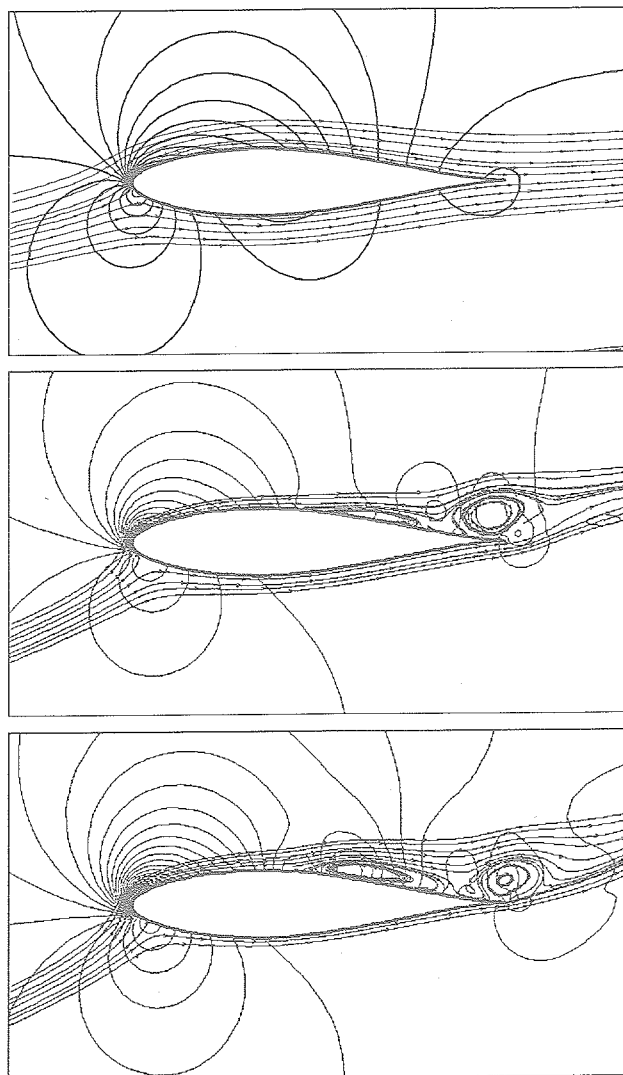


図2 NACA63s-018 周りの圧力分布および瞬間流線 (上: $AOA=7[deg]$, 中: $AOA=14[deg]$, 下: $AOA=16[deg]$)

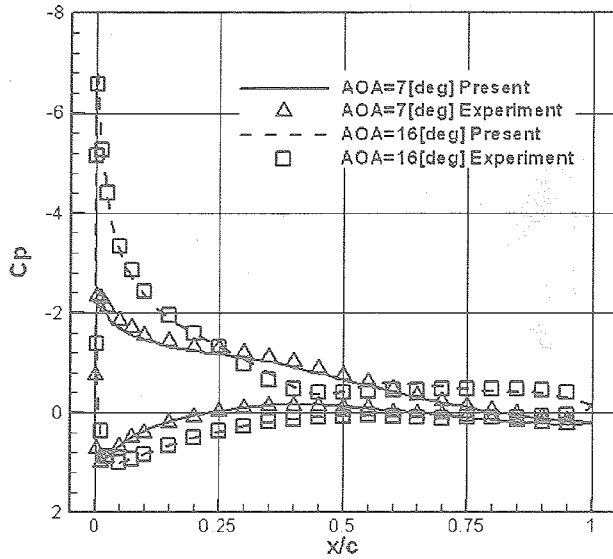


図3 NACA63₃-018 の Cp 分布

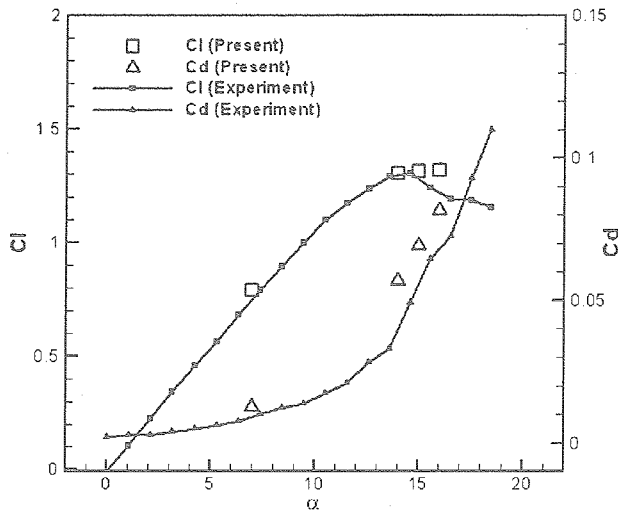


図4 NACA63₃-018 の C_l - α および C_d - α

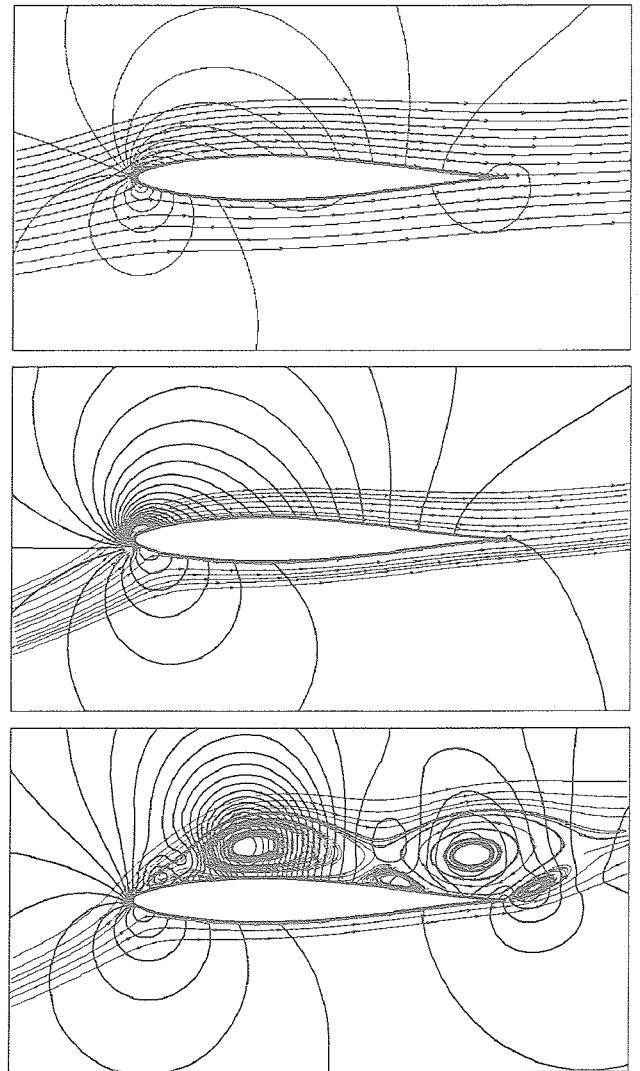


図5 : NACA63₁-012 周りの圧力分布および瞬間流線
(上 : AOA=6[deg] , 中 : AOA=12[deg] , 下 : AOA=16[deg])

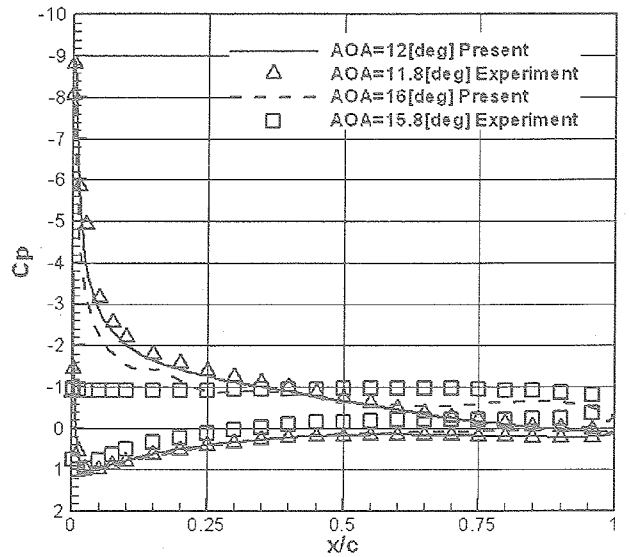


図6 : NACA63₁-012 の Cp 分布

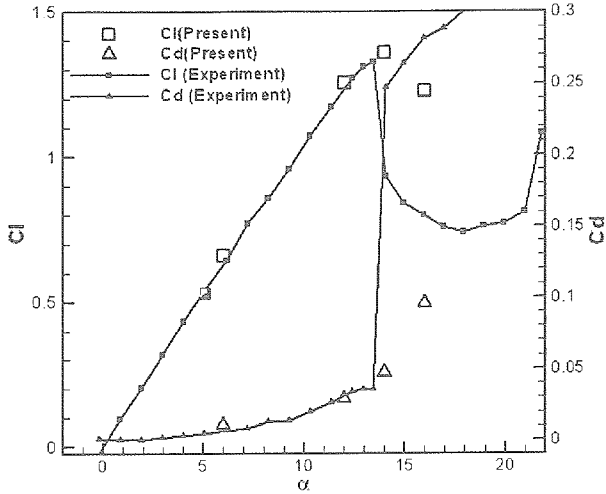


図7 : NACA631-012 の C_l - α および C_d - α

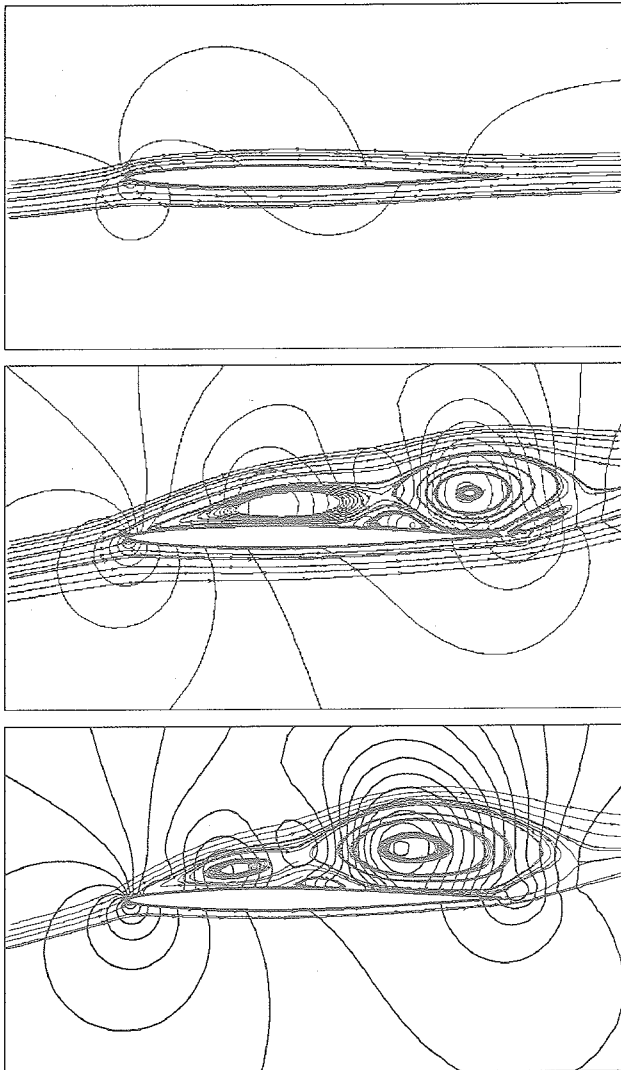


図8 : NACA64A-006 周りの圧力分布および瞬間流線
(上 : AOA=3[deg] , 中 : AOA=7[deg] , 下 : AOA=9[deg])

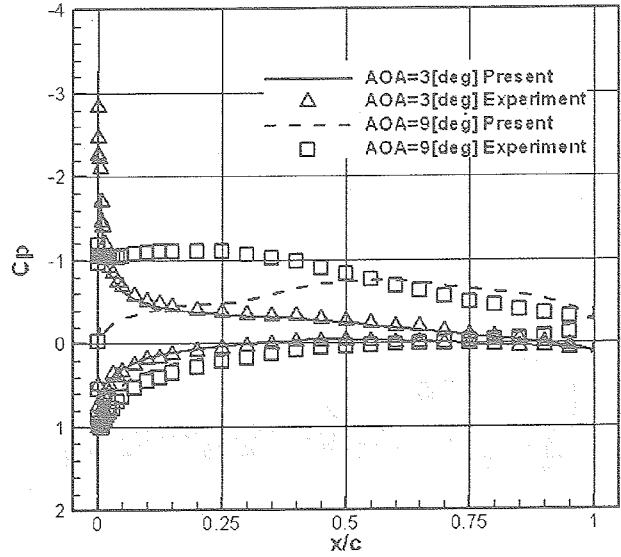


図9 : NACA64A-006 の C_p 分布

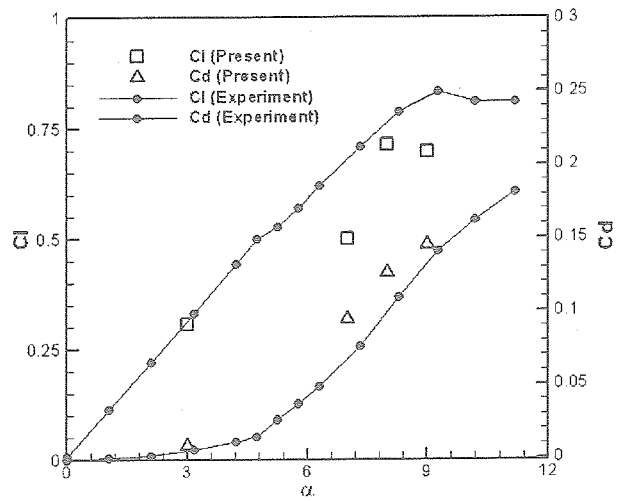


図10 : NACA64A-006 の C_l - α および C_d - α